

UNIVERSITATEA TEHNICĂ "GH. ASACHI" - IAȘI
FACULTATEA DE MECANICĂ

ing. Rezmireș Gh. Daniel

TEZĂ DE DOCTORAT

Cercetari teoretice si experimentale privind dinamica rulmentilor radial oscilanti cu role butoi

Conducător Științific
Prof. dr. ing. Spiridon CREȚU

IAȘI
2003

„In orice faci trebuie să întrevezi finalitatea acțiunii”

Doresc să adresez cele mai alese mulț umiri conducătorului științ ific, domnului prof. dr. ing. Spiridon Creț u, pentru rigurozitatea științ ifică cu care m-a îndrumat pe parcursul elaborării modelelor de calcul cuprinse în această teză. Mulț umesc în mod deosebit pentru că mi-a acordat posibilitatea de a gândi liber.

In egală măsură transmit mulț umiri colectivului catedrei Organe de Mașini din cadrul Facultăț ii de Mecanică în deosebi domnilor profesori Dumitru Olaru, Bercea Ioan, Bercea Mihai, Prisacaru Gheorghe, Carmen Bujoreanu, Racocea Cezar și Barbu Drăgan pentru sprijinul acordat în elaborarea tezei.

Mulț umesc deasemenea domnului profesor Daniel Nelias de la INSA de Lyon pentru sprijinul acordat în elaborarea algoritmilor de calcul cuprinși în programul BB20 și pentru faptul că m-a învăț at cum se elaborează o lucrare destină unei companii străine.

Doresc să mulț umesc departamentului de metodă de la SNECMA pentru încrederea acordată în elaborarea metodelor de calcul ce au făcut subiectul convenț iei de stagiu desfășurate în 2002 și pentru flexibilitatea în gândire de care au dat dovadă.

Totodată doresc să adresez mulț umiri domnilor Luc Houpert și T. Hauswald de la compania Timken Colmar unde am reușit să mă familiarizez cu metodele de calcul destinate analizei sistemelor de rulmenț i și a programării orientate pe obiecte.

Transmit de asemenea recunoștinț ă părinț ilor și familiei mele pentru înț elegerea și răbdarea de care au dat dovadă pe parcursul anilor în care am urmat cursurile universitare și am efectuat stagiile de pregătire la INSA de Lyon și la Timken Colmar.

CUPRINS

Notății	5
Capitolul 1. Introducere Scop și metodă de analiză.	9
1. Stadiul actual al cercetărilor în domeniul analizei rulmenților radial oscilanți cu role butoi	10
1.1. Etape în evoluția constructivă a rulmenților radial oscilanți cu role.	10
1.2. Metode pentru descrierea parametrilor cinematici ai unui rulment.	13
1.3. Modele de analiză a parametrilor cvasi-statici, aplicabile rulmenților radial oscilanți cu role butoi	17
1.4. Modele de analiză ale contactelor non-hertziene	19
1.5. Modele de calcul pentru parametrii lubrifianților și parametrii cvasi-dinamici.	20
1.6. Comportarea cvasi-dinamică a rulmenților radial oscilanți cu role butoi	28
1.7. Obiective ale tezei.	28
1.8. Direcții de cercetare	28
Capitolul 2. Contribuții privind modelarea geometriei rulmenților radial oscilanți cu role butoi	30
2. Modelarea geometriei rulmenților.	31
2.1. Modelarea orientată pe obiecte (OOP) a geometriei rulmenților.	31
2.1.1. Rulmentul - structură OOP. Arhitectura structurii.	31
2.1.2. Structuri derivabile din clasa SRB.	32
2.1.3. Rola butoi – element de bază al structurii SRB.	33
2.1.4. Metodele structurilor SRB.	35
2.2. Interacțiunea geometrică rolă-colivie	37
2.3. Componentele „joc radial” între o colivie și elementele unei structuri SRB- SRB	38
2.4. Definiția jocului în structurile SRB-RAX și SRB-4PCBB	39
2.4.1. Calculul distribuției jocului în rulment cunoscă nd geometria rulmentului primitiv	41
2.4.2. Calculul distribuției jocului cunoscă nd parametrii „shim angle” si jocul efectiv după decupaj	42
2.5. Repartiția jocului în structurile SRB cu role și SRB-OB	43
2.6. Repartiția jocului sub efectul expansiunii centrifugale, a fretajului și a temepraturii	44
2.6.1. Efectul rotirii uneia din căile de rulare asupra modificării jocului în rulmenți	44
2.6.2. Efectul temperaturii de funcționare a rulmentului și a condițiilor de rigiditate ale căilor de rulare asupra modificării jocului în rulmenți	46
2.6.3. Efectul fretajului asupra modificării jocului în rulmenți	47
2.7. Concluzii	47
Capitolul 3. Contribuții privind analiza cinematicii structurilor SRB.	48
3. Modelarea parametrizată a cinematicii rulmenților.	49
3.1. Vitezele unghiulare ale rolor și coliviilor structurilor SRB, prima aproximare	49
3.2. Determinarea vitezelor de alunecare. Model de calcul.	50
3.2.1. Componentele vectorului viteză unghiulară al unei role SRB	50
3.2.2. Determinarea vitezelor absolute ale corpurilor în contact	51
3.2.3. Criteriul puterii minime consumate prin frecare	54
3.2.4. Distribuția vitezei de alunecare pentru diferite tipuri de structuri cu contacte punctuale. Exemple.	55
3.3. Validarea algoritmului de calcul	57
3.4. Concluzii	58
Capitolul 4. Analiza parametrilor cvasi-statici ai structurilor SSRB.	59

4. Modelarea parametrilor cvasi-statici.	60
4.1. Gradele de libertate ale unei structuri SSRB (sistem de rulmenți).	60
4.2. Echilibrul structurii arbore - SSRB	61
4.2.1. Tipuri de analize	61
4.2.2. Rigiditatea ansamblului arbore-SSRB	62
4.2.3. Rigiditatea structurilor SSRB, compuse din două substructuri SRB-SRB.	63
4.3. Deplasarea centrului de masă al unei role SRB	64
4.3.1. Puncte caracteristice ale unei structuri SRB	65
4.3.2. Exprimarea DCMR în funcție de tipul de rigidizare.	67
4.4. Determinarea parametrilor cvasi-statici ai structurilor SSRB în funcție de tipul de contact	71
4.4.1. Echilibrul structurilor SRB (cazul contactelor de tip hertzian)	73
4.4.2. Aproximarea parametrilor unui contact neherzian	74
4.4.3. Aplicarea metodei secționării domeniului de contact în cazul contactelor punctuale	75
4.4.4. Efectul geometriei căilor de rulare și a profilului rotelor asupra PCS.	76
4.5. Echilibrul rotelor (bilelor) unei structuri SRB exprimat în 3 DOF	78
4.6. Validarea modelului de calcul al distribuției de sarcină.	81
4.6.1. Comparații cu datele prezentate de Stirbu [1998] pentru structuri SRB-SRB.	81
4.6.2. Comparații cu programul BB10.	82
4.6.3. Comparații cu programul RBL4	83
4.6.4. Comparații cu modelul de calcul propus de Hamrock [1975] și programul RMS4, considerând efectul expansiunii dentrifugale a inelului interior	84
4.7. Influența unor parametri asupra determinării PCS	87
4.7.1. Influența tipului de analiză	87
4.7.2. Influența geometriei căilor de rulare	88
4.7.3. Influența defazajului unghiular	89
4.7.4. Influența caracterului oscilant al structurilor SRB-SRB	90
4.8. Concluzii	91
Capitolul 5. Elemente de lubrificație ale structurilor SRB	92
5. Parametrii reologici ai structurilor SSRB, componente ale clasei SRB	93
5.1. Vâscozitatea și coeficientul de piezovâscozitate.	93
5.2. Regimuri de frecare-ungere în structurile SRB.	95
5.2.1. Modelul Houpert	96
5.2.2. Modelul Marckho	96
5.3. Calculul grosimii filmului de lubrifiant	97
5.4. Calculul tensiunilor de forfecare din lubrifiant	98
5.5. Variația grosimii filmului în funcție de condițiile de încărcare și de tipul structurii	100
5.6. Concluzii	102
Capitolul 6. Contribuții privind analiza parametrilor cvasi-dinamici ai structurilor SRB. Validare experimentală a metodei de calcul propuse	103
6. Parametrii cvasi-dinamici ai structurilor SRB	104
6.1. Ecuațiile care descriu echilibrul rotelor pe direcția de înaintare	104
6.2. Ecuațiile de echilibru ale coliviei unei structuri SRB	109
6.2.1. Momentul rezistent la înaintarea coliviei prin amestecul aer – lubrifiant	111
6.2.2. Ghidarea coliviei pe căile de rulare.	111
6.3. Calculul momentelor de frecare ale inelelor structurilor SRB. Model simplificat	112
6.4. Calculul puterii consumate	112
6.5. Evoluția PCD ai structurilor SRB în vecinătatea turațiilor de echilibru ale rotelor și coliviei	113

6.6. Validare experimentală a modelului de calcul propus. Tipuri de teste. _____	115
6.6.1. Elemente specifice testelor T1, T2 și T3 _____	115
6.6.2. Elemente specifice testului T4. _____	115
6.7. Teste de tip T1. Incercări cu sarcină pur radială și turație variabilă _____	116
6.7.1. Test T1.A _____	116
6.7.2. Test T1.B _____	123
6.7.3. Test T1.C _____	125
6.7.4. Test T1.D _____	127
6.7.5. Test T1.E _____	129
6.7.6. Concluzii privind validarea modelului de calcul în cazul testelor de tip T1. _____	131
6.8. Teste de tip T2. Rezultate numerice și experimentale obținute folosind o sarcină pur axială și turație variabilă _____	132
6.8.1. Test T2.A. _____	132
6.8.2. Test T2.B. _____	134
6.8.3. Test T2.C _____	136
6.9. Teste de tip T3. Rezultate numerice și experimentale obținute în cazul încărcării combinate _____	138
6.9.1. Test T3.A. _____	138
6.9.2. Test T3.B. _____	140
6.10. Variația momentului de frecare în funcție de temperatură. Test T4. _____	143
6.11. Calculul momentelor de frecare ale inelelor incluzând efectul momentului de rostogolire vă scos. _____	145
6.12. Concluzii _____	147
Capitolul 7. Stand utilizat și metodă de măsurare a momentului de frecare pe inelul exterior al rulmentului. _____	148
7. Parametri constructivi ai standului de testare _____	149
7.1. Elementele de acționare și control ale standului _____	149
7.1.1. Sistemul de acționare electrică _____	149
7.1.2. Sistemul de încărcare cu sarcina de lucru _____	149
7.2. Elemente componente ale lanțului de măsură _____	150
7.3. Calibrarea traductorilor utilizați _____	151
7.3.1. Etalonarea sistemului de măsurare a momentului de frecare _____	151
7.3.2. Etalonarea traductorului de temperatură _____	152
7.3.3. Relația presiune – sarcină axială _____	153
7.3.4. Relația presiune – sarcină radială _____	153
Capitolul 8. Concluzii generale. Sinteza principalelor rezultate obținute _____	154
8.1. Sinteza rezultatelor. _____	155
8.1.1. Rezultate privind modelarea geometriei rulmenților oscilanți cu role butoi _____	155
8.1.2. Rezultate privind modelarea cinematicii rulmenților _____	156
8.1.3. Rezultate privind modelarea parametrilor cvasi-statici _____	156
8.1.4. Rezultate privind modelarea parametrilor lubrifianților utilizați în structurile SRB _____	157
8.1.5. Rezultate privind modelarea parametrilor cvasi-dinamici ai structurilor SRB _____	157
8.2. Elemente de noutate aduse în cadrul tezei _____	158
8.3. Concluzii privind validarea teoretică și experimentală _____	160
8.3.1. Validare model de calcul prin comparații cu datele teoretice prezentate în literatură. _____	160
8.3.2. Verificarea modelului de calcul cu rezultate experimentale proprii și înțeluite în literatură. _____	160
8.4. Rezultate publicate și în curs de publicare. Rapoarte tehnice. _____	160
8.5. Concluzie finală _____	161
Anexe _____	162
Anexa 1. Parametrii cvasi-statici ai unui contact punctual hertzian _____	163
Anexa 2. Matricea de rigiditate a unei structuri SRB cu contacte punctuale cu inelul exterior rigid _____	166
Anexa 2.1. Componentele matricei de rigiditate neconsiderând efectului momentului giroscopic _____	166

Anexa 2.2. Componentele matricei de rigiditate ale unei role consierând momentul giroscopic _____	169
Anexa 3. Parametri suplimentari utilizați în modelul cvasi-dinamic (cu considerarea prezenței lubrifianului) __	171
Anexa 3.1. Parametri adimensionali _____	171
Anexa 3.2. Parametri utilizați în calculul tensiunilor de forfecare din lubrifiant _____	171
Anexa 3.3. Vâscozitatea lubrifianului utilizat pentru validările experimentale ale analizei cvasi-dinamice. ____	172
Anexa 4. Elemente geometrice ale rulmenților utilizați în analize numerice și experimentale _____	173
Anexa 4. Elemente geometrice ale rulmenților utilizați în analize numerice și experimentale _____	173
Anexa 5. Detalii privind punctele caracteristice considerate în analiza structurilor SRB-DBB _____	174
Anexa 6. Influența forțelor de frecare asupra distribuției de tensiuni din interiorul căii de rulare. _____	178
Bibliografie _____	180

NOTATII

Structuri	
SRB	= rulment = clasă de funcții geometrice
SSRB	structură de tip sistem de rulmenți
SRB-4PCBB	rulment cu bile cu 2..4 contacte de tip principal, include SRB-RAX
SRB-CARB	rulment de tip CARB
SRB-CRB	rulment radial cu role cilindrice
SRB-DBB	rulment cu bile cu două rânduri
SRB-OB	rulment radial oscilant cu bile
SRB-RAX	rulment radial-axial cu bile contact
SRB-SRB	rulment radial oscilant cu role butoi
SRB-SRB-ax	rulment oscilant cu role asimetrice
SRB-TRB	rulment cu role asimetrice (conice sau oscilanți axiali)
Convenții și notații particulare	
2 DOF	analiză în două grade de libertate
3 DOF	analiză în 3 grade de libertate
5 DOF	analiza în 5 grade de libertate
9 DOF	analiză în 9 grade de libertate (pentru structuri SSRB)
bilă	caz particular al unei rolei butoi simetrice, obținută prin derivarea parametrilor geometrici ai unei role SRB
CMR	centrul de masă al unei role
contact principal	contacte care au probabilitate ridicată de a apare (Ex. contactul corp de rostogolire – căi de rulare)
contact secundar	contacte cu probabilitate mică de apariție (se dezvoltă doar în cazuri particulare de încărcare). Ex contactul rolă - umeri laterali, rolă – inel flotant
cvasi-dinamic	cu considerarea forțelor tangențiale pe direcția de înaintare ale rolei
cvasi-static	cu considerarea efectului forței centrifuge și a momentului giroscopic
DCMR	deplasarea centrului de masă al rolei
derivare	particularizare OOP
IRR	definește starea unui rulment pentru care inelul interior este rigid, inelul exterior fiind deplasabil
metodă OOP	procedură (funcție) utilizată pentru descrierea unui parametru al structurii SSRB
OOP	programare orientată pe obiecte
ORR	definește starea unui rulment pentru

	care inelul exterior este rigid, inelul interior fiind deplasabil
palier	substructură de tip SSRB
PCD	parametri cvasi-dinamici
PCS	parametri cvasi-statici
rolă SRB	element de bază al structurii SSRB
static	fără considerarea forței centrifuge
structură	ansamblu de funcții atașate unui obiect

Vectori și matrice. Componente	
$\{F\}_{pa}$	vectorul sarcina exterioară
$F_x = F_a$	sarcina axială
F_y	sarcina radială, în lungul axei Y
F_z	sarcina radială, în lungul axei Z
M_y	momentul în jurul axei OY
M_z	momentul în jurul axei OZ
$\{\delta\}_{SSRB}$	vectorul deplasare al structurii SSRB
$\delta x = d_a$	deplasarea axială
δy_{pa}	deplasarea radială în direcția axei Y corespunzătoare palierului pa
δz_{pa}	deplasarea radială în direcția axei Z corespunzătoare palierului pa
$Y_{Z_{pa}}$	deplasarea unghiulară în jurul axei Z corespunzătoare palierului pa
$Y_{Y_{pa}}$	deplasarea unghiulară în jurul axei Y corespunzătoare palierului pa
(...)	(r, j, idx, da, dr, ux _r , uz _r)
$\{\omega\}_j$	vectorul viteze unghiulară a bilei j
$\{u\}_{idx}$	$\{-\beta_1, \beta_2, -\beta_3, \beta_4\}$
T_{idx}	are valoarea 0 când nu există sarcină de contact și 1 când sarcina de contact există

Indici	
c	cale de rulare
e	exterior
ext	extern
i	interior
idx	numărul de contacte dintre o rolă și căile de rulare
j	numărul rolei în cadrul rândului r
nrp	numărul de rulmenți incluși în palierul „pa”
Ns	numărul de secțiuni
pa	numărul palierului
r	rândul numărul ... al structurii
s	numărul secțiunii, s=1...NS
v	0 sau 1 în funcție de tipul de analiză

w	rolă
Z	numărul de role de pe rândul r
Funcții (metode SRB)	
RD(RIG)	funcție utilizată pentru descrierea condițiilor de rigidizare a inelelor
SDL_{idx}	joc local între rola și calea de rulare idx
sdux_{idx}	descrie deplasarea axială a rolei
sduz_{idx}	descrie deplasarea radială a rolei
sdx_{idx}	descrie deplasarea axială a inelului
sdz_{idx}	descrie deplasarea radială a inelului
smgx_{idx}	descrie efectul momentului giroscopic în direcție axială
smgz_{idx}	descrie efectul momentului giroscopic în direcție radială
Elemente geometrice	
dm	diametrul mediu al rulmentului
Dw	diametrul rolei exprimat la jumătatea lungimii acesteia. Corespunde regiunii descrisă de parametrii $Ls1+Ls2$ (fig.2.4)
R_i, R_w	raza rolei (pentru role simetrice)
Lw	lungimea rolei
O_e	punct care descrie poziția centului de curbură al căii de rulare exterioare, $O_e=O_e(\psi)$
O_i	punct care descrie poziția centului de curbură al căii de rulare interioare, $O_i=O_i(\psi)$
O_w	punct care descrie poziția centrului de masă al rolei, $O_w=O_w(\psi)$
R_i	raza de curbură a căii de rulare interioare, în direcție axială
R_{idx}	descrie raza profilului rolei în direcție axială; = R_i sau R_o pentru structuri cu 2 contacte principale
R_o	raza de curbură a căii de rulare exterioare, exprimată în direcție axială
Rx_{idx}	Raza echivalentă exprimată în direcție axială
Ry_{idx}	raza de curbură echivalentă exprimată în direcția de rostogolire
Variabile globale	
γ	= $Dw \cdot \cos(\alpha) / dm$
γ'	= Dw / dm
Qh	debit de lubrifiant
ULRC	unghiul maxim de rotire a rolei în locașul coliviei
E0	modulul de elasticitate echivalent al corpurilor în contact, Pa

P(xp,yp)	punct din domeniul de contact
Vp	viteza absolută a punctului P
q_{ξ,idx}	sarcina distribuită în secțiunea ξ a contactului idx
$\mu_{\xi,idx}$	coeficientul de frecare în zona secțiunii ξ a contactului idx
ξ_{idx}	$\subset [-a_{idx}, +a_{idx}]$
α_p	coeficient de piezovâscozitate [Pa^{-1}]
Val_{p,idx}	viteza de alunecare specifică punctului P
Δψ	decalaj unghiular
ψ	unghiul de poziție al rolei
ω_c	viteza unghiulară a coliviei
ω_{i,e}	viteza unghiulară a inelelor interior respectiv exterior
ω_w, ω_b	viteza unghiulară a rolei, (bilei)
ωS_{idx}	componenta mișcării de spin a rolei la nivelul contactului
ωr_{idx}	componenta mișcării de rostogolire a rolei la nivelul contactului
F_c	forța centrifugă
?	unghiul vectorului viteză unghiulară
β_{idx}, β(..)	unghiul de contact pentru contactul idx
Q_{idx}, Q(..)	sarcina de contact
G	parametrul adimensional de material
W	parametrul adimensional de sarcină
U	Parametrul adimensional de viteză
Pf	suma puterilor consumate prin frecare la nivelul celor „idx” contacte
Notații specifice , cap 2	
A,B	puncte care descriu poziția centrelor de curbură ale profilului rolelor, $A=A(\psi)$; $B=B(\psi)$
expBIE	modificarea de lungime a unei raze care descrie una din căile de rulare, interioară sau exterioară
ja_{i,e}	deplasarea axială liberă a rolei la nivelul contactului idx
JCB	Joc radial între colivie (C) și calea de rulare (B)
JCC	Joc axial între colivii
JCI	Joc între colivie și inelul flotant
Jf, Jd	joc frontal, respectiv diametral
JIB	Joc radial între inelul intermediar și calea de rulare interioară a rulmentului
jr_{i,e}	deplasarea radială liberă a rolei la nivelul contactului idx
LC	grosimea materialului coliviei
LIF	lățimea inelului flotant
Pd	joc diametral
Rc	raza generatoare a profilului coliviei
Rf	raza de capăt a rolei, respectiv raza rolei

Rinf	raza laterală a profilului coliviei considerată infinită
Rsn, Rsd, Lsn, Ldn	raze și lungimi necesare discretizării geometriei unei role SRB
SDLI, SDLE	Joc local între rolă și calea de rulare interioară respectiv exterioară
x	funcție de repartiție a jocului
α	unghiul inițial descris de segmentul O_iO_w cu axa Oz
β	unghiul inițial descris de segmentul O_eO_w cu axa Oz (pentru cazul rolor asimetrice); $\beta = \underline{\alpha}$ pentru role simetrice
Notații specifice , cap 3	
$\{V_{c,p,idx}\}$	vectorul viteză absolută al unui punct de pe calea de rulare idx
$\{V_{w,p,idx}\}$	Vectorul viteză absolută al unui punct de pe rolă (bilă)
ω_{idx}	$\{\omega_i, \omega_r, \omega_e, \omega_e\}$
Rech	raza de curbură echivalentă exprimată în direcție axială
Notații specifice , cap 4	
Δn	proiecția deplasării lineare a inelului în direcția normalei la contact
Δt	proiecția deplasării lineare a inelului în direcție perpendiculară pe normala la contact
B_RD	lățimea calculată a domeniului de contact în secțiunea aleasă
dn	proiecția deplasărilor radială și axială a DCMR în direcția normalei la contact
dr(ψ)	deplasarea echivalentă exprimată în funcție de unghiul de poziție al rolei
dt	proiecția deplasărilor radială și axială a DCMR în direcție perpendiculară pe normala la contact
fp,fb,fq	funcții rezultate prin interpolare utilizate pentru descrierea contactelor punctual modificate
$K_{i,er} K_{idx}$	rigiditatea de contact a contactului
k_{idx}	factorul de elipticitate locală
l_{oe}	distanța dintre centrul de curbură al căii de rulare exterioare și centrul de curbură al rolei
l_{oi}	distanța dintre centrul de curbură al căii de rulare interioare și centrul de curbură al rolei
M_{SSRB}	matricea de rigiditate a unei structuri SSRB
P_RD	tensiunea normală de contact corespunzătoare unei secțiuni
Q_RD	sarcina corespunzătoare secțiunii

RC	vectorul ,raza căii de rulare'
rot(ψ)	deplasarea unghiulară exprimată în funcție de unghiul de poziție al rolei
RR	raza rolei în secțiunea s
RC	raza căii de rulare în secțiunea s
Notații specifice , cap 5	
τ_0	tensiunea de forfecare a lubrifiantului, corespunzătoare zonei de tranziție din zona hertziană în cea non-hertziană
τ_{ech}	tensiunea de forfecare echivalentă a lubrifiantului corespunzătoare unui element de arie dA
τ_{lim}	tensiunea de forfecare limită, Pa
α_p	coeficient de piezovâscozitate, Pa ⁻¹
η_T	vâscozitatea dinamică a lubrifiantului la intrarea în contact, Pa.s
Φ_T	factor de corecție termică
$\eta_{T,p}$	vâscozitatea dinamică în contact, Pa.s
A	coeficient în funcție de care se stabilește tranziția între regimurile de lubrificație
C1	coeficient introdus de Marckho pentru stabilirea regimului de ungere
F(τ)	funcție disipativă
G	modulul elastic de forfecare
h_0	grosimea centrală a filmului de lubrifiant, m
h_{min}	grosimea minimă a filmului de lubrifiant, m
iso	condiții de funcționare izoterme
IVE	regim izovâscos elastic
IVR	regim izovâscos rigid
kf	conductivitatea termică a lubrifiantului, W/(m.°C)
L_T	parametru termic
PVE	regim piezovâscos elastic (EHD)
PVR	regim piezovâsco rigid
T	temperatura lubrifiantului la intrarea în contact
WLF	model de calcul al vâscozității dinamice
β	coeficient termovâscos, C ⁻¹
ρ_{15}	densitatea uleiului la 15°C
Notații specifice , cap 6	
λ	parametrul filmului de lubrifiant
μ_{rc}	coeficientul de frecare între colivie și inelul pe care se face ghidarea
Dr	diametrul inelului pe care se face ghidarea coliviei
FA	forța de tracțiune pe asperități
FAL	forța de rezistență la înaintarea rolei

	prin amestecul aer-lubrifiant
Fcr	forța de contact colivie-cale de rulare
FcRC=FcBC	forța de contact corp de rostogolire-colivie
FH	forța de presiune (hidrodinamică)
FL	forța de tracțiune din lubrifiant
FR	forța rezistentă de rostogolire
MD	moment de „drag” pentru o rolă
MDC	moment de „drag” pentru o colivie
MDF	moment de „drag” frontal
MDL	moment de drag lateral
MF	moment de frecare
MFe	moment de frecare calculat pe inelul exterior al rulmentului
MFi	moment de frecare calculat pe inelul interior al rulmentului
MR	momentul rezistent de rostogolire
mo	moment de rostogolire de natură vâscoasă la nivelul contactului rolă – cale de rulare exterioară
mi	moment de rostogolire de natură vâscoală la nivelul contactului rolă – cale de rulare interioară
NRE	numărul lui Reynolds
Nsg	numărul de suprafețe pe care se face ghidarea coliviei
P	putere consumată prin frecare
P_{aer-lub}	puterea consumată la înaintarea rolei prin amestecul aer-lubrifiant
P_{drag}	puterea consumată prin efect de „drag”
P_{ps}	puterea consumată prin efectul de palier scurt
P_{rc}	puterea consumată la nivelul contactului rolă – cale de rulare
P_{rco}	puterea consumată la nivelul contactului rolă-colivie
Qh	debitul de lubrifiant
Ra	rugozitatea suprafeței analizate
SF	suma forțelor de tracțiune și de rostogolire exprimate la nivelul contactului
So	numărul lui Sommerfeld

CAPITOLUL 1.

Introducere.
Scop și metodă de analiză.

1. Stadiul actual al cercetărilor în domeniul analizei rulmenților radial oscilanți cu role butoi

1.1. Etape în evoluția constructivă a rulmenților radial oscilanți cu role.

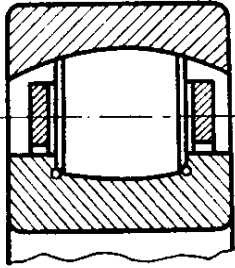


Fig.1.1a

În 1912, în Germania, a fost brevetat primul tip de rulment oscilant cu un singur rând de role butoi simetrice, elementele sale componente fiind prezentate în figura 1.1a, (Brandlein [1980]). Proprietățile constructive ale acestui tip de rulment asigură preluarea unor înclinări de până la 4 grade, valoare superioară tuturor celorlalte tipuri de rulmenți utilizați. Colivia este executată din alamă, din două bucăți, fiind ghidată pe inelul interior.

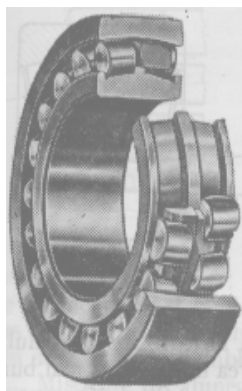


Fig. 1.1b

În 1932, firma FAG a patentat un rulment de tip radial oscilant cu role butoi pe două rânduri, având role butoi simetrice, ghidate pe umerii rigizi ai inelului interior. O astfel de construcție de rulment este prezentată în figura 1.1b. Studiile efectuate de în cadrul companiilor FAG și SKF, în perioada anilor 1950-1980 au fost destinate îmbunătățirii caracteristicilor funcționale, a creșterii capacității de încărcare radială și a turației inelului interior.

Între anii 1970-1980, FAG, SKF, au conceput și lansat în execuție rulmenți radial oscilanți cu role butoi în cadrul cărora contactul dintre role și umerii de ghidare ale inelelor interioare a fost eliminat, rezultând o variantă constructivă cunoscută sub denumirea de rulment radial oscilant cu role butoi pe două rânduri de tip C. Acest tip de rulment conține două colivii din tablă de oțel și un inel de ghidare flotant, ghidat pe inelul interior.

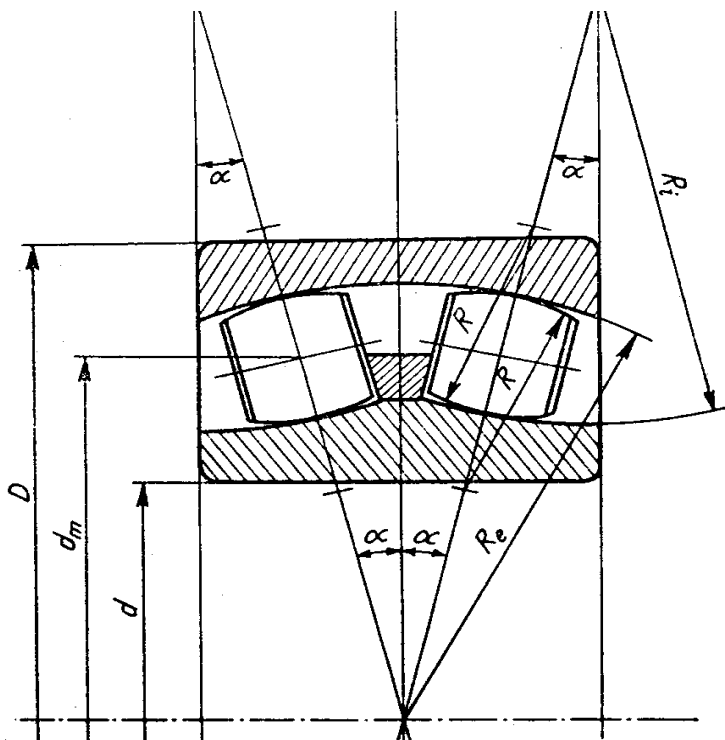


Fig.1.2. Elemente geometrice ale rulmenților oscilanți cu role butoi de tip C, (Gafițanu M, s.a [1985])

În 1979 firma FAG a realizat o nouă variantă constructivă în cadrul căreia coliviile sunt realizate din poliamidă (rulmenții de tip E).

În 1980, firma SKF a brevetat rulmentul radial oscilant cu role butoi de tip CC, care asigură o creștere a domeniului de turație a inelului interior cu aproximativ 7% și o reducere a pierderilor prin frecare cu până la 20%, în raport cu varianta constructivă de tip C.

Principalele elemente geometrice ale unui rulment radial oscilant cu role butoi pe două rânduri sunt prezentate în figura 1.2.

O sinteză a principalelor forme constructive de rulmenți radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri este prezentată în figurile 1.3 și 1.4, (Gafițanu M. s.a [1985]).

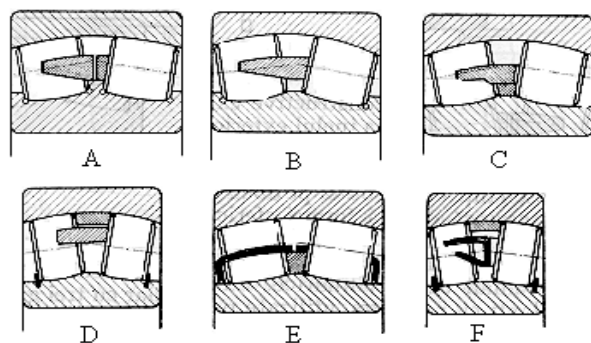


Fig. 1.3. Variante constructive de rulmenți radial oscilanți cu role butoi

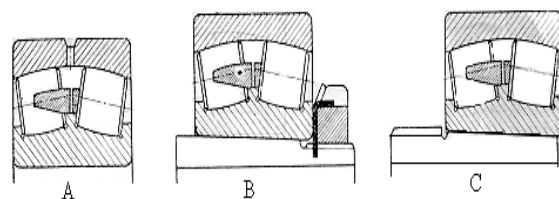


Fig. 1.4. Particularități constructive ale inelelor corespunzătoare diverselor forme de rulmenți radial oscilanți.

Există trei tipuri principale de geometrii constructive de role butoi: role butoi simetrice, role butoi asimetrice și role butoi simetrice cu raze multiple (sau role profilate). Optimizarea formei constructive a rolor a făcut subiectul multor analize prezentate în literatura de specialitate. Intre acestea se numără datele prezentate de Racocea C și Cretu Sp [1980], Racocea C [1981], Krweminski-Freda și Warda, B [1996], Lefter D [1999a și 1999b], Crețu [1999 și 2002], etc.

O analiză a posibilităților oferite de utilizarea de role butoi străpunse (găurite) a fost realizată de Lefter [1994a și 1994b] (figurile. 1.5 și 1.6), rezultând o serie de avantaje funcționale (între care, reducerea efectului forței centrifuge având implicații directe în creșterea limitei de turație a inelului interior).

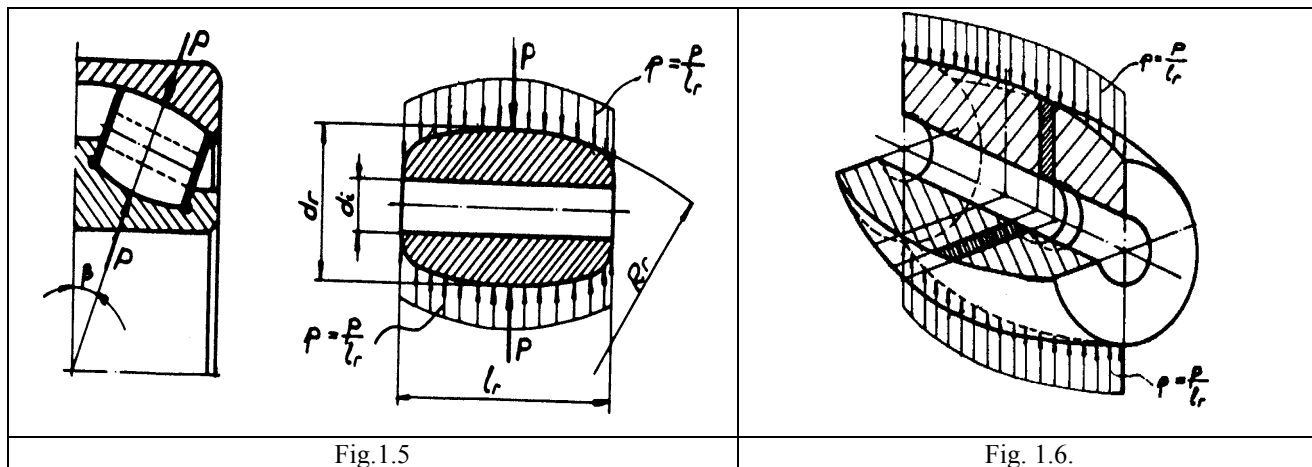


Fig.1.5

Fig. 1.6.

Utilizarea rolor străpunse asigură avantaje economice, rolele putând fi realizate din țevă material de rulment. Parametrii de fabricație ai elementelor componente ale unui rulment radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri de tip C, sunt prezentați de Lefter [1994a], și definesc principalele relații de legătură funcțională dintre role – căi de rulare – inel flotant și colivii. Unele dintre elementele geometrice ale inelelor și coliviilor sunt prezentate în figurile 1.7-1.9.

În figura 1.7 este prezentat un exemplu de inel de ghidare, flotant pe inelul interior. În figurile 1.8 și 1.9 sunt evidențiate câteva caracteristici constructive ale coliviei unui rulment radial oscilant cu role butoi.

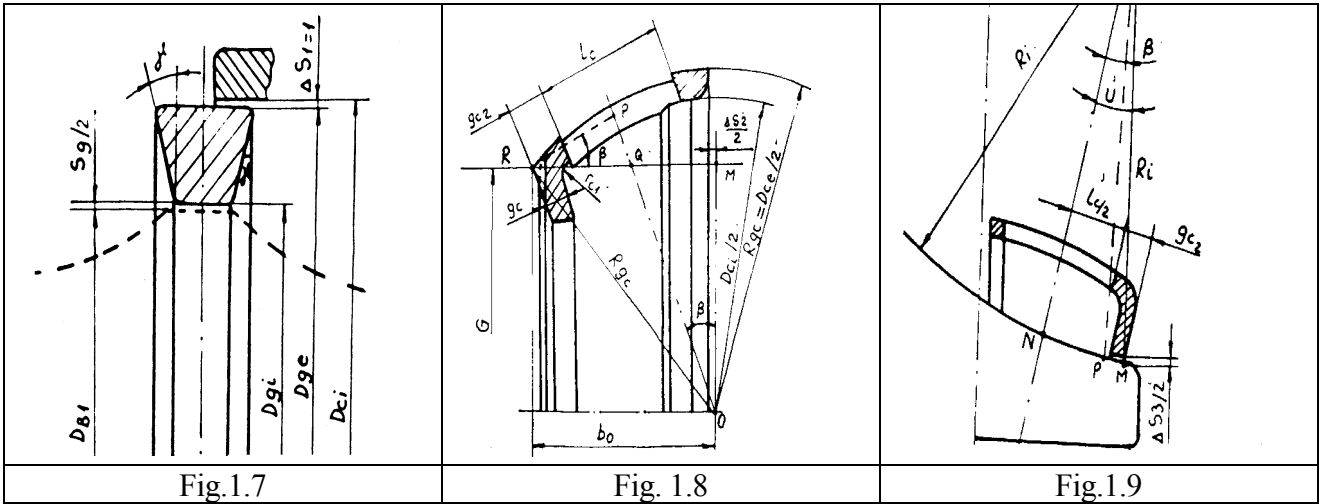
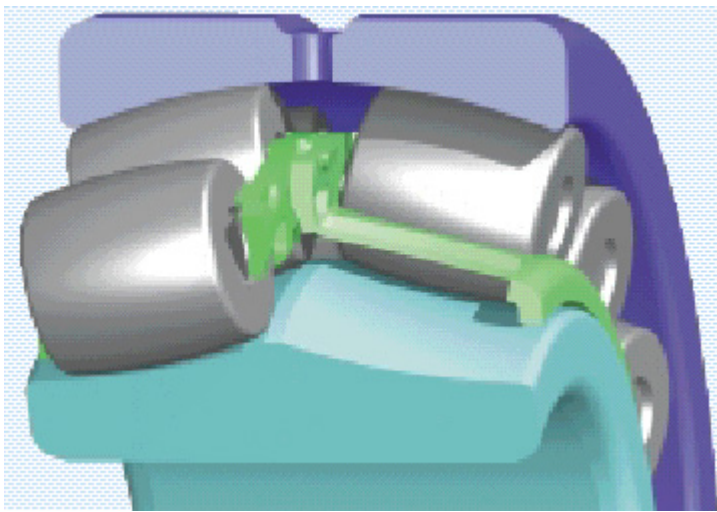


Fig.1.7

Fig. 1.8

Fig.1.9



În anul 2000, în cadrul firmei NSK, a fost dezvoltată o nouă variantă constructivă de rulment oscilant, denumită EA prezentată în figura.1.10, (Akiyoshi [2000]).

Elementele particulare ale acestui rulment sunt: lipsa inelului flotant și utilizarea de colivii din poliamidă ghidate pe inelul interior

Fig.1.10. Rulment oscilant cu role de tip EA (Akiyoshi, [2000])

În figura 1.11 sunt prezentate diferențele constructive între construcția standard a unui rulment de tip C și varianta constructivă EA.

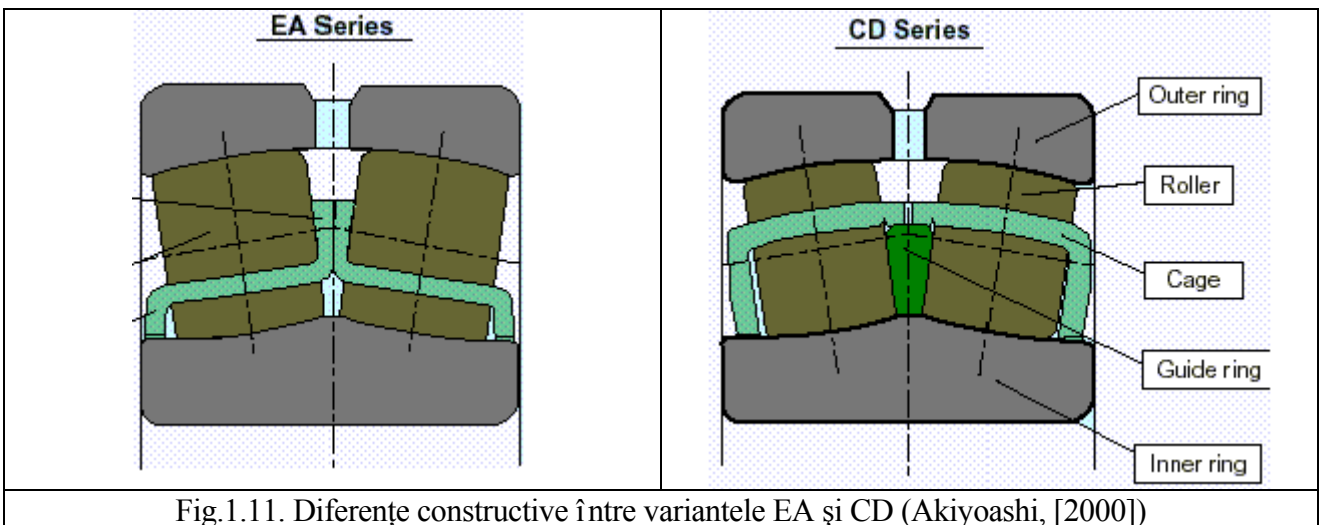


Fig.1.11. Diferențe constructive între variantele EA și CD (Akiyoashi, [2000])

1.2. Metode pentru descrierea parametrilor cinematici ai unui rulment.

Modelele matematice utilizate pentru aproximarea vitezelor unghiulare ale rolor și coliviilor rulmenților sunt sintetizate de Harris [1966, 1971, 1983, 1991, 1998], Gafițanu, ș.a. [1985], Olaru [1992], Bercea [1996], Nelias D [1989 și 1999], Kawamura s.a [1990], Touma K s.a [1985] etc. Principalele aspecte legate de modelarea parametrilor cinematici se referă la stabilirea vitezelor de alunecare la nivelul contactelor dintre role și căile de rulare și determinarea componentelor vectorului viteză unghiulară al rolor.

Harris [1966, 1983, 1991] descrie componentele vectorului viteză unghiulară ale unui corp de rostogolire, evidențiind trei tipuri de mișcări ale unei role (bile): mișcarea principală de rostogolire, mișcarea de spin și mișcarea giroscopică.

Componentele giroscopice și de spin (în cazul unei bile), numite skew transversal și longitudinal în cazul rolor, corespund proiecției vectorului viteză unghiulară al unui corp de rostogolire în raport cu direcția vectorului viteză unghiulară al inelului mobil al rulmentului. Împreună cu componenta care descrie mișcarea de rostogolire formează un reper ortogonal.

Metodele matematice utilizate pot fi grupate în două mari categorii, fiind modele cinematice simplificate și modele vectoriale.

Din punct de vedere al metodei de aproximare a modulului vectorului viteză unghiulară a corpurilor de rostogolire au fost dezvoltate două tipuri de modele de analiză, Harris [1966, 1983, 1991]:

- model de analiză simplificat care consideră doar mișcarea de rostogolire pură neglijând componentele giroscopice și de spin ale vectorului viteză unghiulară al corpurilor de rostogolire.
- model de analiză complet care consideră efectul mișcărilor giroscopice și de spin (skew). Prin utilizarea acestui tip de model se determină vitezele de alunecare de la nivelul contactelor role-căi de rulare.

Elementele utilizate în analiza cinematică simplificată pentru rulmenții cu bile și respectiv cu role conice sunt prezentate în figurile 1.12- 1.14.

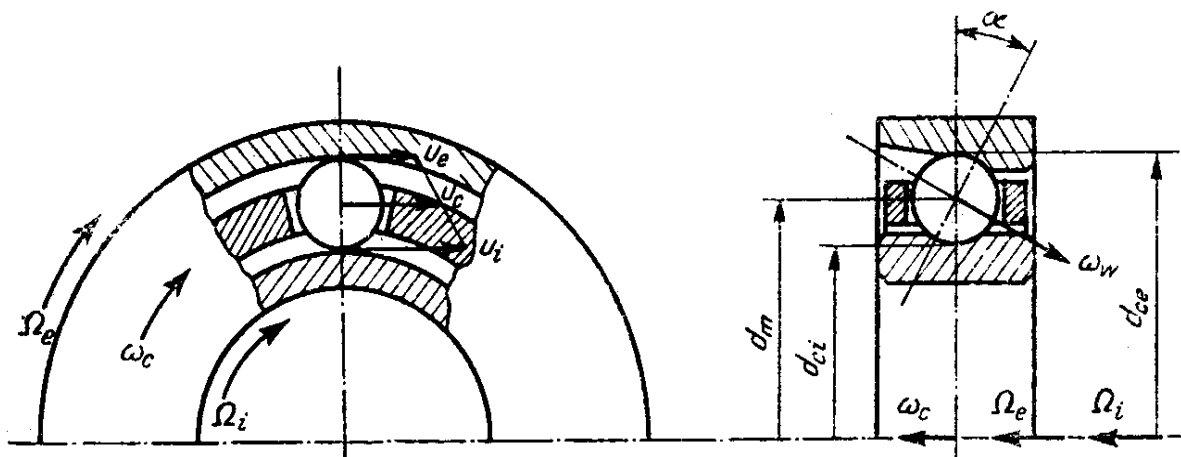


Fig. 1.12. Parametri geometrici și cinematici considerați în analiza cinematică simplificată (Gafițanu, s.a [1985])

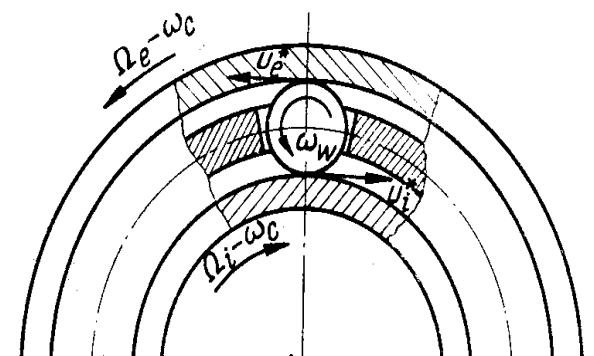


Fig. 1.13. Metoda Willis (înghețarea coliviei) în analiza cinematică simplificată (Gafițanu, s.a [1985])

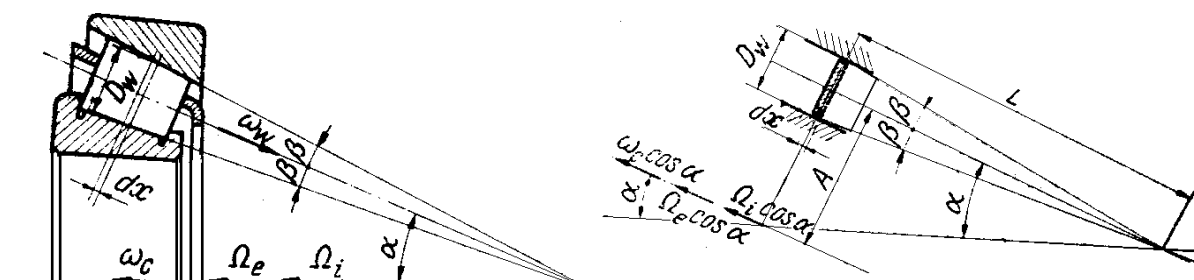


Fig. 1.14. Parametri geometrici și cinematici considerați în analiza cinematică simplificată a rulmenților cu role conice, (Gafițanu M, ș.a , [1985])

Pentru fiecare tip de rulment au fost stabilite relații de calcul independente care descriu turațiile aproximative ale rolor și coliviilor. Pentru cazul rulmenților cu cale de rulare secționată având trei sau patru puncte de contact se utilizează pentru aproximarea soluțiilor inițiale ale rolor și coliviei modele simplificate descrise pentru rulmentul primitiv (cu două puncte de contact) (Nelias [1994 și 1999], B.J. Hamrock [1973 și 1975], Coe [1977]).

Pentru determinarea mișcărilor de spin și respectiv giroscopice ale unui corp de rostogolire este necesar a se utiliza metode de analiză vectoriale (matriceale).

Acest tip de analiză constă în exprimarea vectorială a profilurilor căilor de rulare și a corpurilor de rostogolire și înmulțirea vectorială a profilului discretizat cu matricele antisimetrice care descriu vitezele unghiulare, respectiv accelerațiile unghiulare. Astfel de analize au fost realizate de către Nelias [1994, 1989, 1999], Harris [1966, 1983, 1991], Olaru [1995]. În cazul analizelor efectuate de Nelias D în [1989,1994] vectorii utilizați sunt prezentați în figura 1.15.

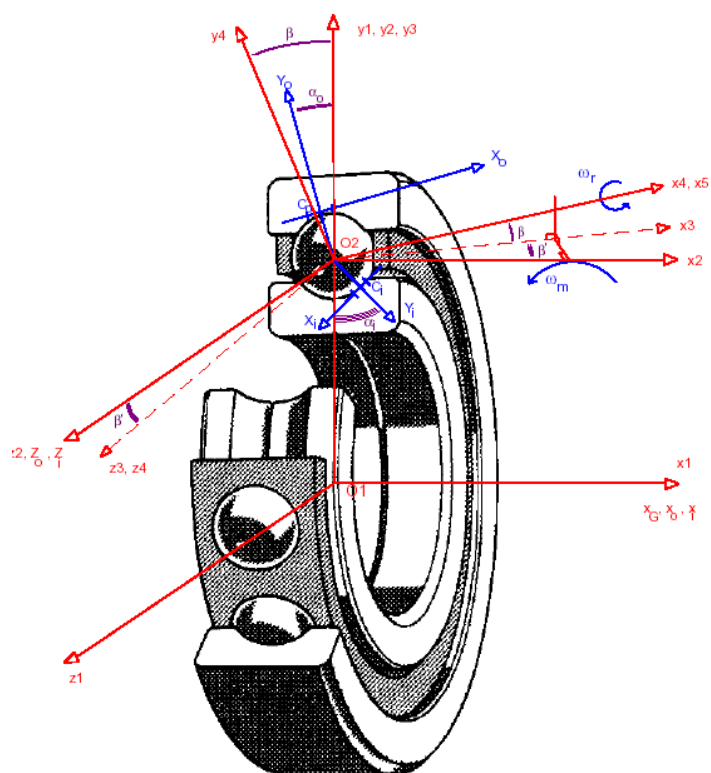


Fig. 1.15. Componentele vectorului viteză unghiulară a unei bile (role)

Forma matricelor antisimetrice ale vitezei și respectiv ale componentelor accelerație unghiulară este, (Mangeron [1978]):

$$\omega_M = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \text{ matricea antisimetrică a vectorului viteză unghiulară.}$$

$$\varepsilon_M = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y \\ \varepsilon_z & 0 & -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 0 \end{bmatrix} \text{ matricea antisimetrică a vectorului accelerație unghiulară.}$$

Componentele vectorului viteză unghiulară ale unei bile sunt descrise de expresiile, Harris [1966, 1983,1991], Nelias [1994, 1989, 1999], Touma s.a [1985] :

$$\begin{aligned} \omega_{x'} &= \omega_w \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\beta') \\ \omega_{y'} &= \omega_w \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\beta') \\ \omega_{z'} &= \omega_w \cdot \sin(\beta). \end{aligned}$$

în care β și β' reprezintă unghiurile care descriu direcția vectorului viteză unghiulară al bilei (rolei).

După Harris [1966, 1983, 1991], determinarea vitezelor de alunecare de la nivelul contactelor dintre role și căile de rulare se realizează prin raportarea efectului componentelor vectorilor viteză unghiulară ale rotelor și căilor de rulare la zona elipsei de contact. In cadrul catedrei de Organe de Mașini din Iași, modelul prezentat de Harris [1991], pentru determinarea vectorilor viteză de alunecare a fost utilizat de Olaru [1992] pentru analiza rulmenților radial axiali cu bile, Paleu [2002] pentru analiza rulmenților cu bile ceramice, Stirbu [1998] pentru studiul rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri. Elementele necesare exprimării vitezelor de alunecare sunt prezentate în figurile 1.16 și 1.17.

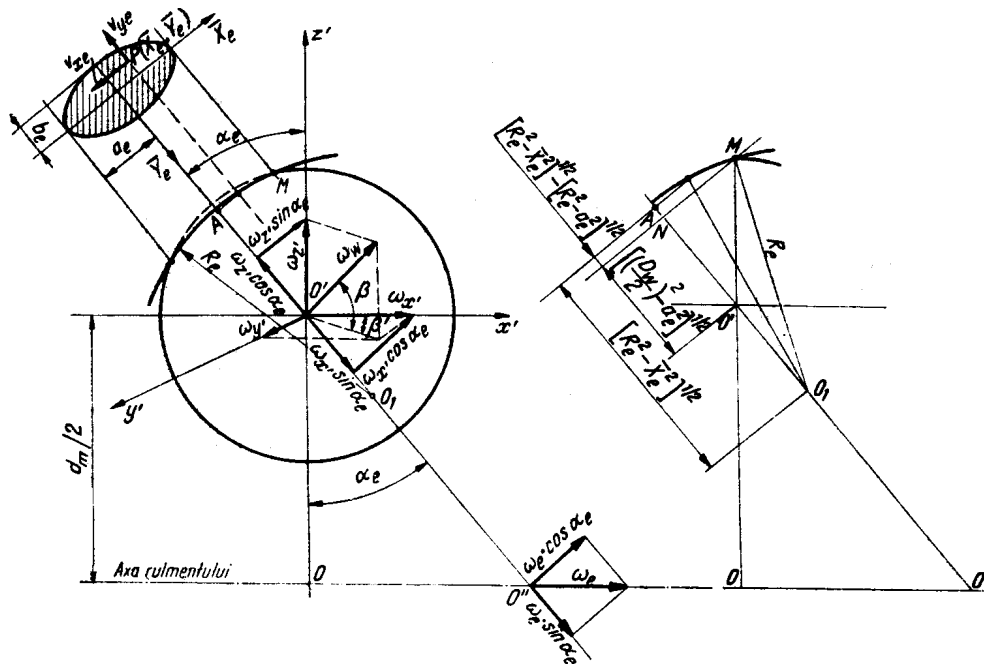


Fig. 1.16. Modelul Harris, aplicat la studiul vitezelor de alunecare dintre bile și calea de rulare exterioară. (Gafițanu M, ș.a, [1985])

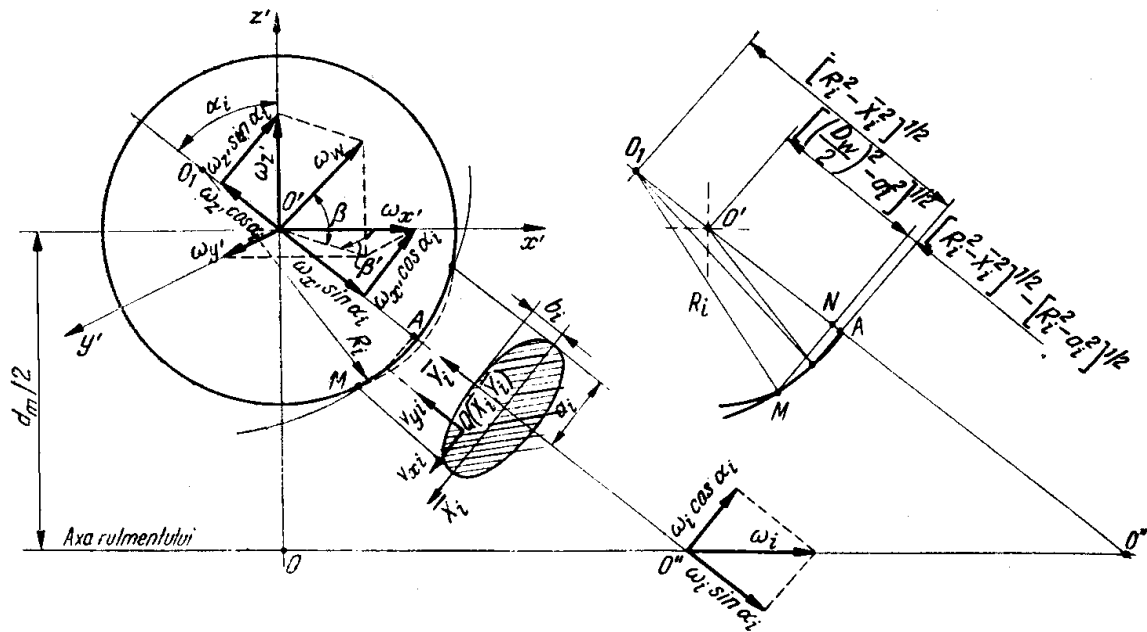


Fig. 1.17. Modelul Harris, aplicat la studiul vitezelor de alunecare dintre bile și calea de rulare interioară. (Gafițanu M, ș.a, [1985]).

Pentru a determina componentele de spin și giroscopice ale vectorului viteză unghiulară a unei bile (skew pentru role), în literatura de specialitate sunt prezentate modele de calcul care utilizează diverse ipoteze simplificatoare cum sunt:

- ipoteza anulării momentului giroscopic utilizată de Gupta [1979 c], Olaru [1995]
- ipoteza ghidării bilei pe una din căile de rulare introdusă de Kawamura, H și Touma, K [1990];
- ipoteza controlului partajat al ghidării dezvoltată și utilizată de Nelias [1994 și 1999], Denssurre & Nelias [1994];

Prin utilizarea ipotezei anulării momentului giroscopic se atribuie unghiului β' valoarea 0. In acest caz proiecțiile vectorului viteză unghiulară al rolei devin:

$$\begin{aligned}\omega_x &= \omega_w \cos(\beta); \\ \omega_y &= 0; \\ \omega_z &= \omega_w \sin(\beta)\end{aligned}$$

Introducerea ipotezei ghidării rolei pe una din căile de rulare permite determinarea direcției vectorului viteză unghiulară a bilei (figura 1.18). Touma K s.a [1985] arată că se impune verificarea inegalității:

$$Q_e a_e E_a \cos(\alpha_i - \alpha_e) > Q_i a_i E_i$$

în care:

- Q: sarcina normală de contact
- a : semilungimea elipsei de contact
- E : integrala eliptică de prima speță

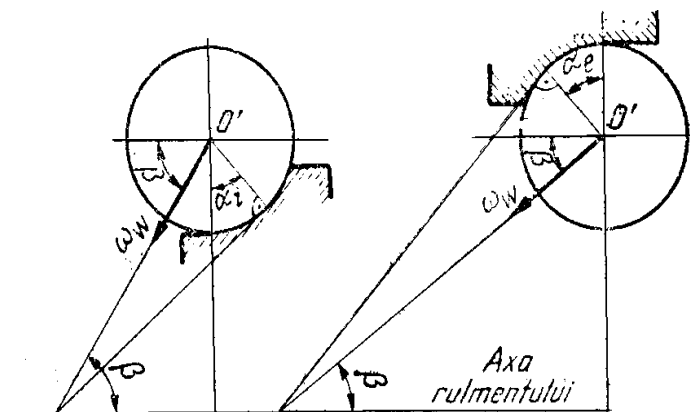


Fig. 1.18. Elemente necesare determinării direcției vectorului viteză unghiulară a bilei, (Gafițanu M, sa, [1985])

In această ipoteză, Kawamura [1990] determină valorile unghiului β și modulul vectorului viteză

unghiulară al bilelor și coliviei unui rulment radial axial cu bile:

pentru ghidarea interioară: $\text{tg}(\beta) = \sin(\alpha_e) / [\cos(\alpha_e) + \gamma'] \rightarrow \omega_c = \Omega_i [\cos(\alpha_i - \alpha_e) - \gamma' \cos(\alpha_e)] / [1 + \cos(\alpha_i - \alpha_e)]$

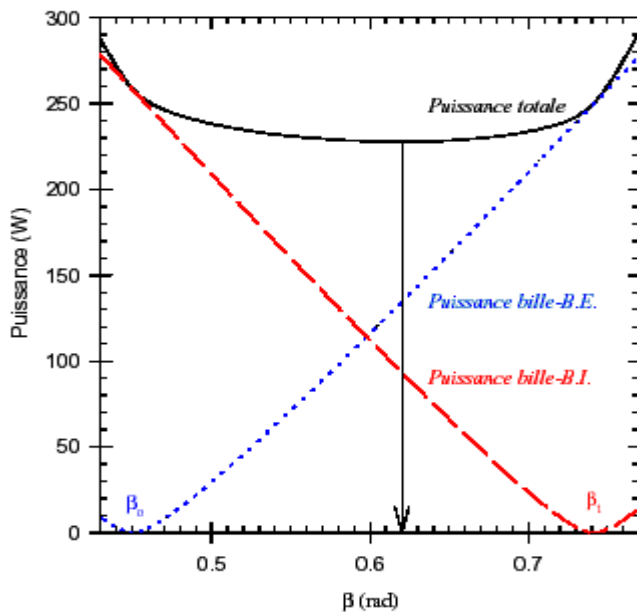
pentru ghidarea exterior: $\text{tg}(\beta) = \sin(\alpha_e) / [\cos(\alpha_e) - \gamma'] \rightarrow \omega_c = \Omega_i [1 - \cos(\alpha_i)] / [1 + \cos(\alpha_i - \alpha_e)]$

și

$$\omega_w = -\Omega_i \left[\left(\frac{\cos \alpha_e + \text{tg} \beta \sin \alpha_e}{1 + \gamma' \cos \alpha_e} + \frac{\cos \alpha_i + \text{tg} \beta \sin \alpha_i}{1 - \gamma' \cos \alpha_i} \right) \gamma' \cos \beta \right]^{-1}$$

unde $\gamma' = D_w / d_m$

Nelias D [1994 și 1999] prezintă ipoteza controlului partajat al bilei pe căile de rulare și urmărește determinarea valorii unghiului β pentru vectorul viteză unghiulară al bilei, corespunzător unui minim de putere consumată prin componenta de frecare de spin. În figura 1.19 sunt prezentate comparativ valorile corespunzătoare unghiului β considerând ipotezele de ghidare și respectiv ipoteza controlului partajat.



Valorile calculate folosind datele prezentate de Nelias în 1994 se încadrează între valorile calculate de Kawamura în 1980 și asigură continuitate în ceea ce privește determinarea direcției vectorului viteză unghiulară al unei bilei.

Fig.1.19. Rezultate obținute utilizând ipoteza controlului partajat al mișcării giroscopice (Nelias D, [1999]).

1.3. Modele de analiză a parametrilor cvasi-statici, aplicabile rulmenților radial oscilanți cu role butoi

În literatura de specialitate, modelele matematice destinate studierii fenomenelor de la nivelul interfeței corp de rostogolire – căi de rulare se clasifică în trei categorii distincte: modele cvasi-stactice, cvasi-dinamice și modele dinamice.

- Analizele de tip cvasi-static conduc la determinarea parametrilor de contact dintre corpurile de rostogolire și căile de rulare considerând efectele sarcinii exterioare și influența forței centrifuge și a momentului giroscopic. În cazul în care nu este considerată influența forței centrifuge, tipul de analiză revine unei analize statice.
- În cazul analizei cvasi-dinamice se utilizează „metoda înghețării corpului de rostogolire” și se consideră efectul forțelor și momentelor care contribuie la realizarea mișcării pe direcția de principală de înaintare, fără a introduce parametrul timp.
- În cazul analizelor dinamice se consideră evoluția în timp a principalilor parametri care concurează la realizarea deplasării corpului de rostogolire.

În cadrul modelării dinamice și cvasi-dinamice trebuie cunoscuți parametrii cvasi-statici.

Rulmentul este un sistem static nedeterminat. Pentru ridicarea nedeterminării și aprecierea parametrilor cvasi-statici care descriu contactele unui rulment se utilizează relația sarcină-deformație specifică solicitării de contact concentrat Hertzian. Deformația rezultată în urma încărcării este dependentă neliniar de sarcina aplicată:

$$Q=K \cdot \delta^n$$

în care:

$K \rightarrow K_p$, pentru contactul punctual și $K \rightarrow K_l$, pentru contactul liniar;
 $n=1,5$ pentru contact punctual
 $n=10/9$ pentru contact liniar

Pentru un anumit corp de rostogolire, în cazul încărcării statice, sarcinile pe cele două căi de rulare sunt egale: $Q_i=K_i \cdot \delta_i^n=Q_e=K_e \cdot \delta_e^n=K_n \cdot \delta_t^n$ în care $\delta_t=\delta_i+\delta_e$. Termenii K_i , K_e , reprezintă rigiditățile contactelor interior, exterior. Termenii δ_i , și δ_e definesc apropierea totală corespunzătoare contactului dintre corpul de rostogolire și căile de rulare. Pentru cele două contacte realizate ale corpului de rostogolire se dezvoltă o rigiditate echivalentă K_n .

Relațiile de calcul pentru rigidități, în funcție de tipul de contact sunt:

$$\begin{aligned} \text{pentru contactul punctual:} & \quad K_{p(i,e)} = 2,15 \cdot 10^5 (\sum \rho_{(i,e)})^{-1/2} \delta_{(i,e)}^{* -3/2} \\ \text{pentru contactul liniar:} & \quad K_l = 8,05 \cdot 10^4 L_w^{8/9} \end{aligned}$$

Distribuția de sarcină într-un rulment se obține prin:

- utilizarea integralelor Sjoval, prezentate în Harris [1966, 1983, 1991]
- utilizarea matricelor de rigiditate: J. de Mul [1989a și 1989b], Hamrock [1973, 1975], etc

Utilizarea integralelor Sjoval axiale reprezintă o metodă aproximativă deoarece în cazul rulmenților radial-axiali cu bile nu surprinde modificarea unghiului de contact odată cu creșterea turației.

În scopul determinării precise a parametrilor cvasi-statici ai sistemelor de rulmenți au fost dezvoltate modele de calcul bazate pe matricea de rigiditate a ansamblului rulmenți-arbore. În acest sens se amintește modelul cuprins în programul SYSx dezvoltat de Hauswald T [1998a și 1998b]. În acest model matricea de rigiditate a sistemului arbore-set de rulmenți are dimensiunea 10x10, considerând elasticitatea arborelui. În acest caz a fost utilizat un algoritm bazat pe folosirea tehnicii elementului finit.

Implicarea flexibilității arborelui, dar fără considerarea modificării unghiului de contact dintre rolă-și calea de rulare este realizată în modelele dezvoltate de Bercea [2002] și respectiv de Fabien B. s.a [2002].

Sub acțiunea unei sarcini combinate (radiale și axiale), distribuția de sarcină capătă un caracter asimetric, determinând în rulment un moment „remanent”. Acest aspect este evidențiat de analizele în trei grade de libertate efectuate de către Nelias în cadrul programului BB10. În cazul unei analize în 5 grade de libertate care include și rezolvarea ecuațiilor de echilibru de momente ale inelelor, rezultă alături de componente care descriu translația inelului mobil și componente corespunzătoare înclinării inelului mobil.

Modelul de calcul dezvoltat de J. de Mul în 1989 surprinde fenomenele prezentate anterior. Modelul de calcul propus de Legrand E în 1997 include un nou tip de analiză care presupune rezolvarea ecuațiilor

de echilibru de forțe și momente, considerând însă valori impuse ale rotirii în reazem.

Efectul „geometriei arborelui” în calculul echilibrului de forțe și momente ale sistemelor de rulmenți este introdus în unele modelări precum: modelul de calcul utilizat în programul SYSx al firmei Timken, modelul Bercea [2002].

Gupta [1979], dezvoltă un model sofisticat destinat determinării influenței efectului imperfecțiunilor căilor de rulare. Cavalaro G. și Nelias D., dezvoltă la INSA de Lyon un model de calcul pentru analiza carcaselor deformabile ale rulmenților cu două rânduri de bile, destinați construcției rotorului unui helicopter.

1.4. Modele de analiză ale contactelor non-hertziene

În funcție de mărimea sarcinii externe aplicate și în funcție de caracteristicile geometrice ale rulmentului analizat, conform J de Mul [1989a], sarcina de contact la nivelul interfeței rolă - căi de rulare se transmite prin contacte de tip punctual sau contacte de tip liniar. În monografia, devenită de referință, Harris [1966,1983,1991], se consideră existența unuia dintre cele două tipuri de contact. Acest aspect se datorează utilizării modelului de calcul care cuprinde integralele de tip Sjoval.

În funcție de sarcina externă, la nivelul contractului dintre o rolă și căile de rulare pot exista simultan contacte punctuale cât și contacte de tip liniar. O încercare de tratare simultană a ambelor tipuri de contacte (stabilirea unui criteriu de tranziție între cele două tipuri de contacte) a fost realizată de către Houpert [2001]. Principiul metodei adoptate de către Houpert îl constituie realizarea unor funcții de interpolare în funcție de apropierea relativă a două suprafețe aflate în contact. Interpolarea a fost realizată de Houpert utilizând rezultatele unui algoritm de calcul dezvoltat de către Crețu Sp [1996] având la bază o analiză a contactului folosind metoda semispațiului elastic. Relațiile de calcul dezvoltate de Houpert permit în acest caz, aproximarea parametrilor celor două tipuri de contact prin introducerea unei noi relații de calcul a rigidității contactului și utilizarea exponentului 1,09 în relația de dependență dintre sarcină și deformație.

J. de Mul [1989] a prezentat un algoritm de calcul destinat analizei rulmenților cu contacte liniare care includ și efectul înclinării inelului interior. O metodă similară a fost aplicată de către Crețu Sp și Bercea I [1995], Bercea [1996] și Prisacaru [1997].

Efectului rotirii rolei asupra distribuției de presiune la nivelul unui contact dintre o rolă și o cale de rulare este evidențiat și de utilizarea metodei elementului finit și a metodei coeficienților de influență din teoria semispațiului elastic. Într-un studiu efectuat de Crețu Sp, ș.a [1999] s-a pus în evidență distribuția neuniformă de presiune la nivelul unui contact rolă-cale de rulare, sub efectul rotirii impuse a axei rolei. A fost utilizată metoda coeficienților de influență. Valorile impuse rotirii axei rolei au fost introduse ca date de intrare în urma rulării programului de calcul dezvoltat anterior de Bercea [1996].

În modelul de calcul dezvoltat de Legrand E în 1997, este surprins efectul trunchierii elipsei de contact în cadrul rulmenților cu cale de rulare secționată. Totuși, algoritmul de calcul prezentat în cadrul raportului către compania SNECMA nu prezintă și soluții de analiză a acestui fenomen.

Metodele de analiză ale parametrilor unui contact non-hertzian, care surprind și efectul concentrării tensiunilor în zona de capăt al unei role în forma prezentată de către Johnson K.L [1985], Popinceanu N., ș.a, [1985], Crețu Sp. [2002], permit scrierea matricei de rigiditate ale unei role în funcție de derivatele coeficienților de influență. Crearea Jacobianului unei role, prin derivarea coeficienților de influență în raport cu deplasarea centrului de masă al rolei, necesită însă o cantitate mare de memorie.

1.5. Modele de calcul pentru parametrii lubrifianților și parametrii cvasi-dinamici.

Rolul principal al lubrifianțului este cel de separare a corpurilor în contact (respectiv existența unui regim de ungere pentru care parametrul filmului de lubrifianț să aibă valori mai mari ca 1,5)

Relațiile de calcul necesare determinării grosimii filmului de lubrifianț au fost stabilite de către Dowson [1961, 1976, 1983, 1995], Hamrock [1973, 1976, 1977], etc. Relațiile matematice dezvoltate pun în evidență necesitatea cunoașterii regimului de ungere de la nivelul tribocontactelor rulmentului.

Studiile efectuate în acest sens au condus la stabilirea unor zone de valabilitate ale a relațiilor de calcul determinate pentru grosimea minimă și maximă a filmului de lubrifianț. Delimitarea acestor zone se poate realiza folosind diagrame precum cele indicate în figura 1.20.

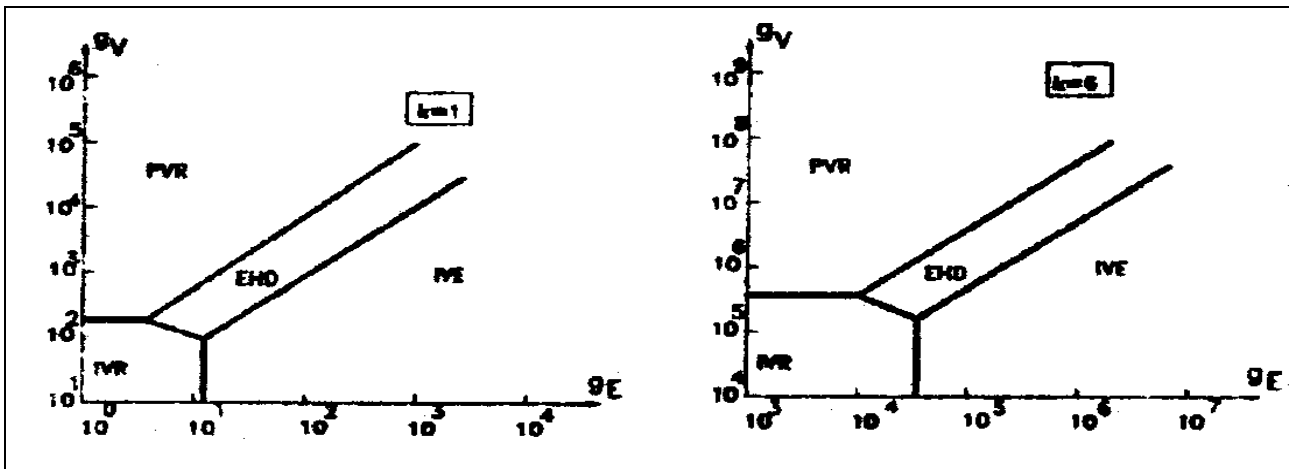


Fig. 1.20. Exemple de hărți de regim trasate pentru două valori diferite ale parametrului elipticitate, (Dowson [1995])

Trasarea hărților de regim se realizează în funcție de valorile parametrilor adimensionali de vâscozitate (g_v) și de parametrul adimensional de elasticitate (g_e), care depind la rândul lor de parametrii adimensionali de sarcină, de material și de parametrul adimensional de viteză.

Crețu S. [1989], a realizat hartile de regim destinate “delimitării regimurilor de ungere”, pentru analiza lubrificației dintre capătul rolei și umărul de ghidare al unui rulment cu role cilindrice, fiind primul studiu de acest tip din țara. Studiile numerice au fost bine validate de măsurătorile de grosime de film efectuate prin metoda interferometriei optice.

În scopul determinării regimului de ungere existent într-o cuplă de frecare Houpert [1985] a introdus o un criteriu de tranziție între diversele tipuri de regimuri, utilizând un parametru de decizie notat A. Un model similar este cel realizat de Marckho și prezentat de Harris în 1991. Pentru studiul forțelor de frecare dintre rolă și colivie, Houpert în 1984, a pus în evidență posibilitatea dezvoltării în contactele unei bile (role) cu colivie, a trei regimuri de ungere : piezovâscos rigid (PVR sau EHD), izovâscos elastic (IVE sau HD) și regim uscat.

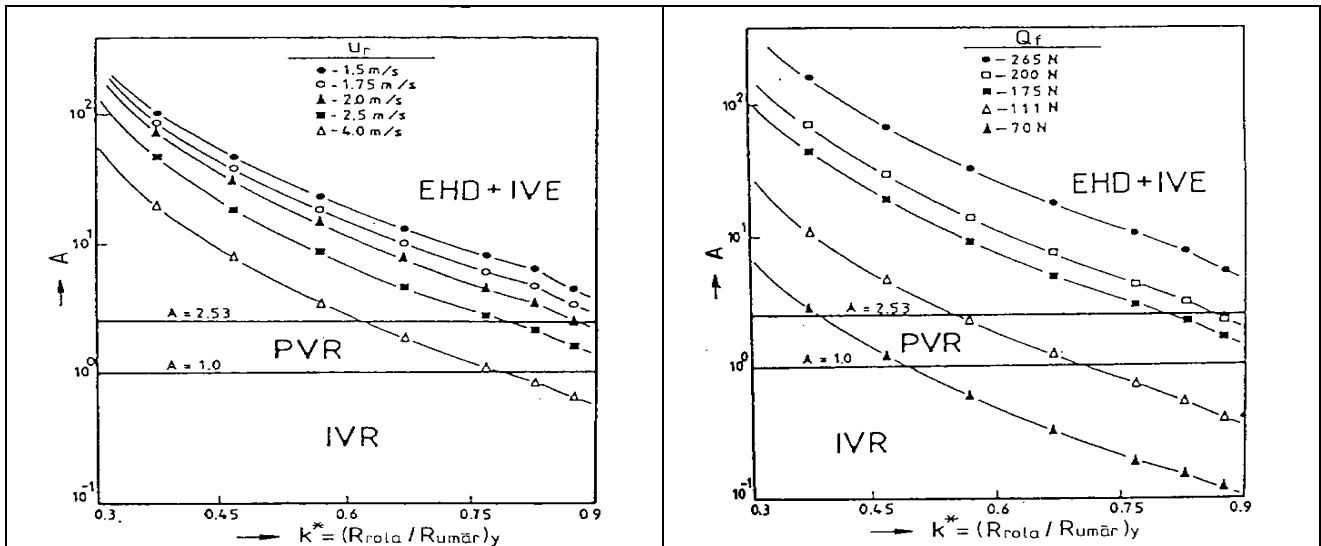


Fig.1.21. Criteriu pentru stabilirea tranziției între regimurile de ungere dintr-un tribocontact, (Houpert [1985])

Conform teoriei EHD în condițiile izoterme, la creșterea turației și a vâscozității lubrifianților crește grosimea filmului interpus între bile (role) și căile de rulare. Condițiile izoterme la turații ridicate, în cazul funcționării la rulmentului la turație ridicată sunt greu de realizat datorită frecărilor interne din filmul de lubrifianț. Prin urmare aspectele termice devin importante la turații ridicate și conduc la scăderea severă a grosimii filmului.

Cercetările efectuate de Hamrock [1983b], Johnson [1980] au pus în evidență cauzele și efectele fenomenelor termice din filmul de lubrifianț (fig. 1.22).

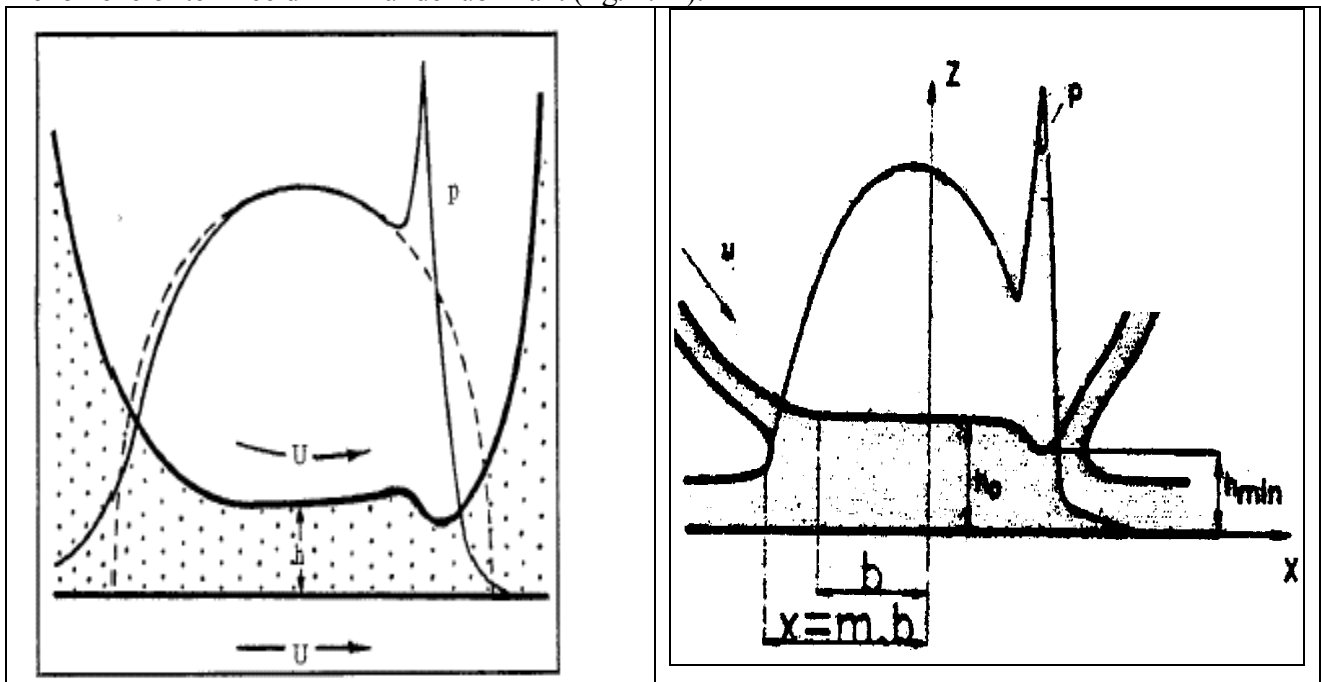


Fig.1.22.a. Distribuția de presiune și forma filmului de lubrifianț în lipsa starvării.

Fig.1.22.b. Distribuția de presiune și forma filmului de lubrifianț în cazul existenței starvării

Un alt fenomen sesizat se referă la insuficiența alimentării cu lubrifianț a contactelor EHD în cazul unor cantități reduse de lubrifianț și a vitezelor ridicate și este cunoscut sub denumirea de starvare.

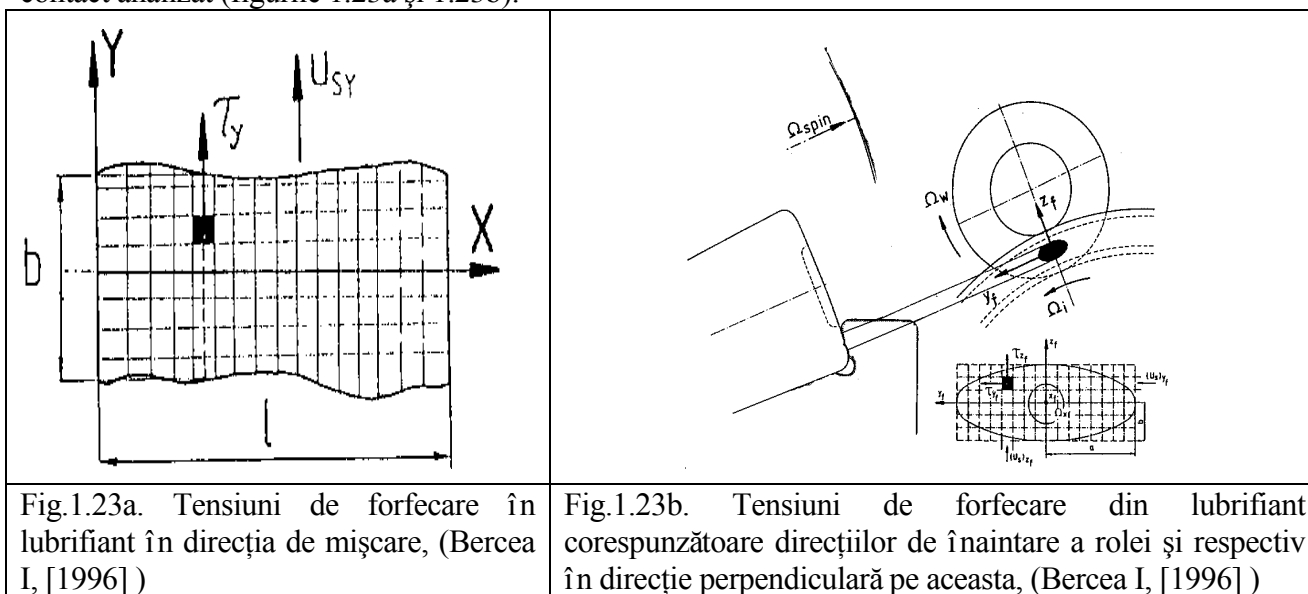
Starvarea a fost studiată de Popinceanu și colaboratorii [1972, 1977, 1985], fenomenul evidențindu-se chiar și la turații reduse ale rulmenților, prin utilizarea unor uleiuri cu vâscozitate ridicată. Determinarea unui factor de corecție a grosimii filmului EHD afectat de starvare a constituit una din preocupările de bază ale diversilor cercetători între care Goksem și Hgargreaves [1976], Olaru D [1992], etc. Hamrock și Dowson [1977] stabilesc pentru un contact punctual un coeficient de starvare care depinde de grosimea filmului calculată în condiții de ungere abundentă. Pentru condiții funcționale de mentinere la o valoare constantă a grosimii filmului Cretu Sp. [1989] a evidențiat, în premiera mondială, aceeași relație dintre parametrul de ungere λ și durabilitate prin modificarea parametrilor de rugozitate la loturile de rulmenți supuși încercărilor de fiabilitate.

Existența lubrifianțului la nivelul interfeței corp de rostogolire - căi de rulare și colivie – inel de rulment cauzează apariția următoarelor forțe și momente:

- forța (momentul) de rostogolire de natură vâscoasă;
- forțele de presiune (forța hidrodinamică);
- forțele de “drag” (forțe de frecare între suprafața corpului de rostogolire și amestecul aer-lubrifiant);
- forțele de rezistență la înaintarea elementului de rostogolire prin amestecul aer-lubrifiant;
- forțele generate de efectul de palier scurt (în cazul analizei ghidării coliviei pe căile de rulare);
- forțele de tracțiune din lubrifiant.

Un model complex de calcul al tensiunilor tangențiale în filmul existent la contactele bilelor (rolelor) cu căile de rulare utilizând modelul Maxwell-Ree-Eyring a fost dezvoltat de Houpert L [1985a]. Tensiunile tangențiale din zona de contact sunt predominante în comparație cu tensiunile din straturile de lubrifiant din zona de intrare în contact, în primul rând din cauza cantității reduse de lubrifiant existent în condițiile unor turații ridicate. Modelarea matematică a evoluției tensiunilor de forfecare din lubrifiant în direcția de rostogolire x și în direcție axială a fost evidențiată de Houpert [1985a], Nelias D [1999], etc.

Toate aceste tipuri de modele utilizează un parametru important al lubrifianțului, și anume tensiunea de forfecare caracteristică sau limită. Determinarea forțelor de tracțiune în acest caz se realizează prin integrarea tensiunilor parțiale specifice fiecărei celule elementare corespunzătoare domeniului de contact analizat (figurile 1.23a și 1.23b).



Analiza bidirecțională a tensiunilor de forfecare din lubrifiant este specifică contactelor capăt rolă – umăr de ghidare ale căii de rulare și în cazul rulmenților cu bile în cazul existenței mișcărilor

giroscopice și de spin. Determinarea parametrilor care caracterizează vâscozitatea dinamică, coeficientul de piezovâscozitate și respectiv evoluția tensiunii de forfecare dintr-un lubrifiant sunt prezentate de Nelias D [1999], în cazul lubrifiantilor utilizați în industria aeronautică. În cazul utilizării acestui tip de lubrifianti Nelias [1999] recomandă utilizarea modelului de calcul WLF, Yatsutomi, ș.a. [1984], Nijenbanning G. s.a [1994].

Comparațiile experimentale prezentate pentru patru tipuri de lubrifiant, prezentate în figura 1.24, arată că folosirea unui model de calcul general pentru studiarea parametrilor unui lubrifiant implică și unele neconcordanțe în raport cu rezultatele experimentale.

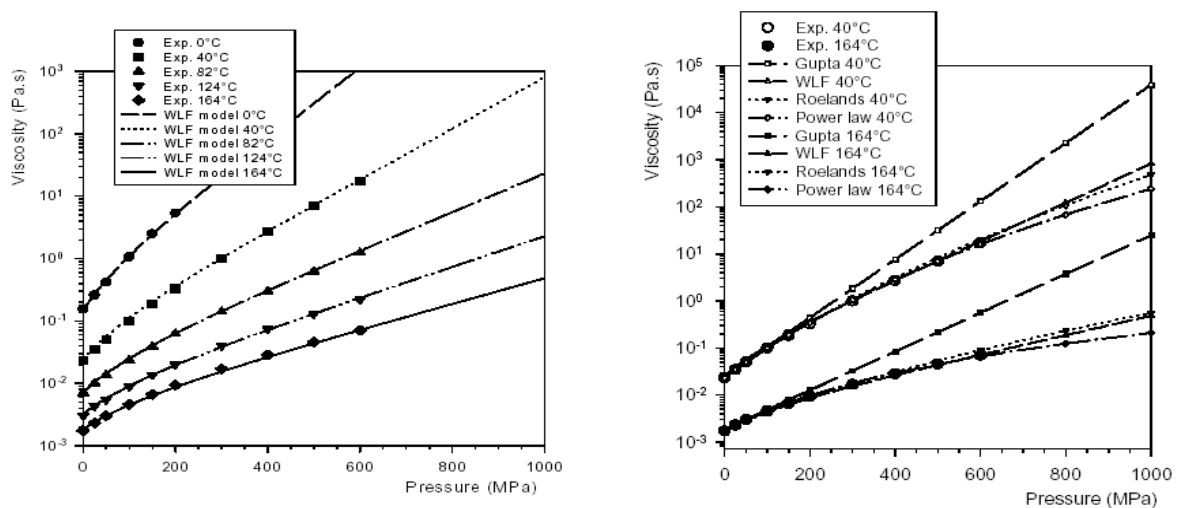


Fig.1.24. Comparații între datele experimentale și cele obținute pentru calculul vâscozității dinamice folosind diverse modele de calcul prezentate în literatură, (Nelias D. (1999)).

Un alt parametru important, utilizat în calculul parametrilor adimensionali ai lubrifiantilor, îl reprezintă coeficientul de piezovâscozitate. În mod similar în figura 1.25 se prezintă diferențele obținute urmare a utilizării diverselor modele de calcul asupra valorilor coeficientului de piezovâscozitate și a grosimii centrale a filmului de lubrifiant. (figura.1.25)

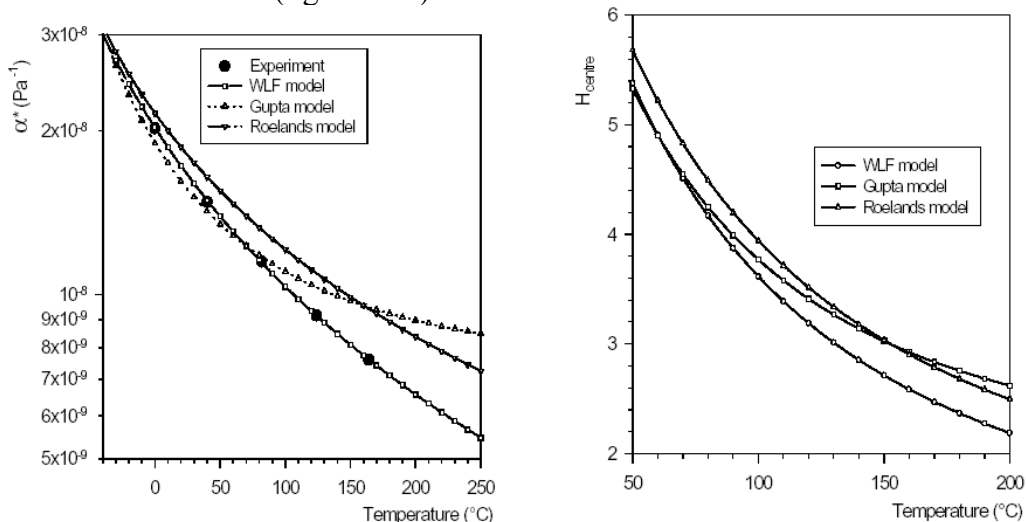


Fig.1.25. Evoluția cu temperatura a coeficientului de piezovâscozitate și a grosimii centrale a filmului de lubrifiant, calculate folosind diverse modele de calcul, (Nelias D, [1999])

Determinarea tensiunii de forfecare, corespunzătoare trecerii de la comportarea de tip Newtonian la

zona de comportare non-Newtoniană, impune cunoașterea curbelor de tracțiune ale lubrifianțului analizat. În figura 1.26 se prezintă relațiile de calcul necesare analizei evoluției tensiunilor de forfecare și a modului de forfecare transversal pentru lubrifianții destinați utilizării în industria aeronautică (Nelias [1999]).

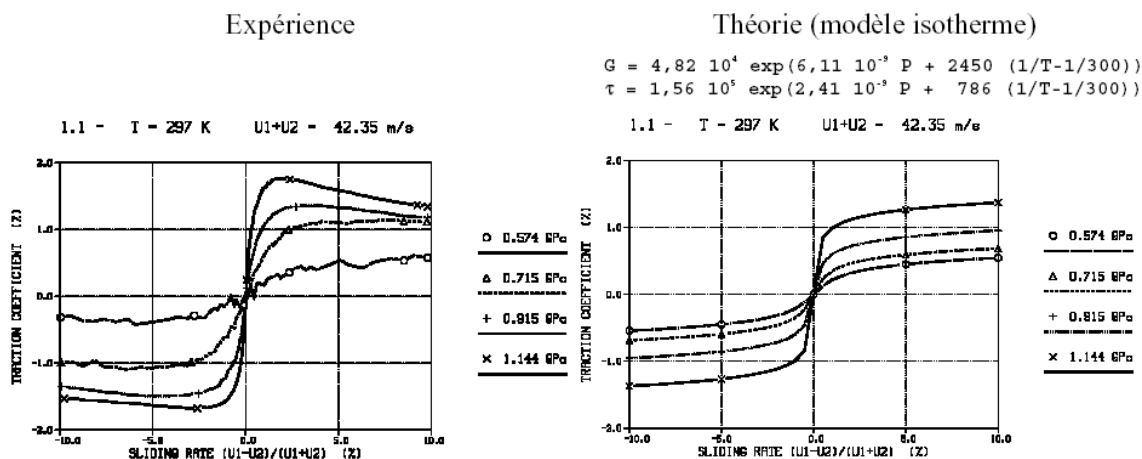


Fig. 1.26. Exemple de curbe de tracțiune trasate pentru lubrifianții destinați utilizării în industria aeronautică, (Nelias D, [1999]).

Cercetările experimentale efectuate de Olaru [1992], Crețu [1999], Bercea I. [1996 și 2002] au permis trasarea curbelor de tracțiune pentru unii din lubrifianții românești și respectiv determinarea tensiunii de forfecare caracteristice. Între lubrifianții pentru care au fost determinată tensiunea de forfecare caracteristică este și lubrifianțul H46 utilizat în cadrul testelor experimentale din prezenta lucrare.

Un loc aparte îl ocupă studierea interacțiunii dintre rolă și colivie cât și optimizarea formei constructive a coliviei. Bones [1970], Poplawski (1972), Gentle s.a, [1985], Crețu și Bercea [1997, 1999], Reviron O, s.a [1999], prezintă studii legate de determinarea coeficientului de frecare dintre o rolă și o colivie, stabilind relații de calcul necesare în studiul efectului forței de contact dintre rolă și colivie asupra parametrilor cvasi-dinamici. Utilizând modelul de calcul specific lagărelor cu palier scurt, Frene, ș.a. [1990] au fost evidențiate evoluțiile forțelor de natură vâscoasă și ale forțelor de tracțiune pe asperități specifice contactului rolă-colivie (figura. 1.27).

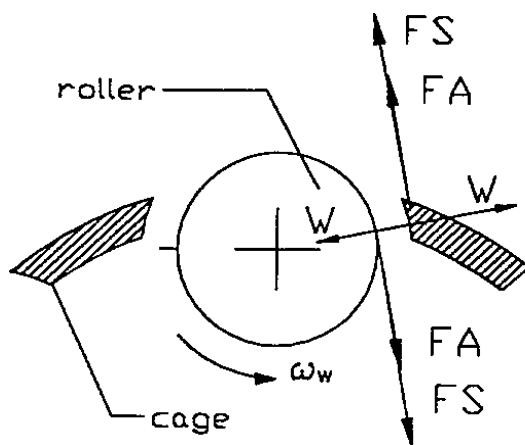


Fig. 1.27. Forțe ce acționează în contactul rolă colivie (Crețu Sp., ș.a [1999])

Încercările de optimizare constructivă ale coliviilor rulmenților cu role conice au condus la realizarea de diferite tipuri de colivii, precum cele prezentate în figura 1.28. Pentru cazul rulmenților radiali axiali cu role conice, un exemplu de analiză este cel prezentat de Orvos [1987]. Analiza stării de tensiuni a

fost efectuată utilizând metode de discretizare specifice elementului finit, (figura 1.29).

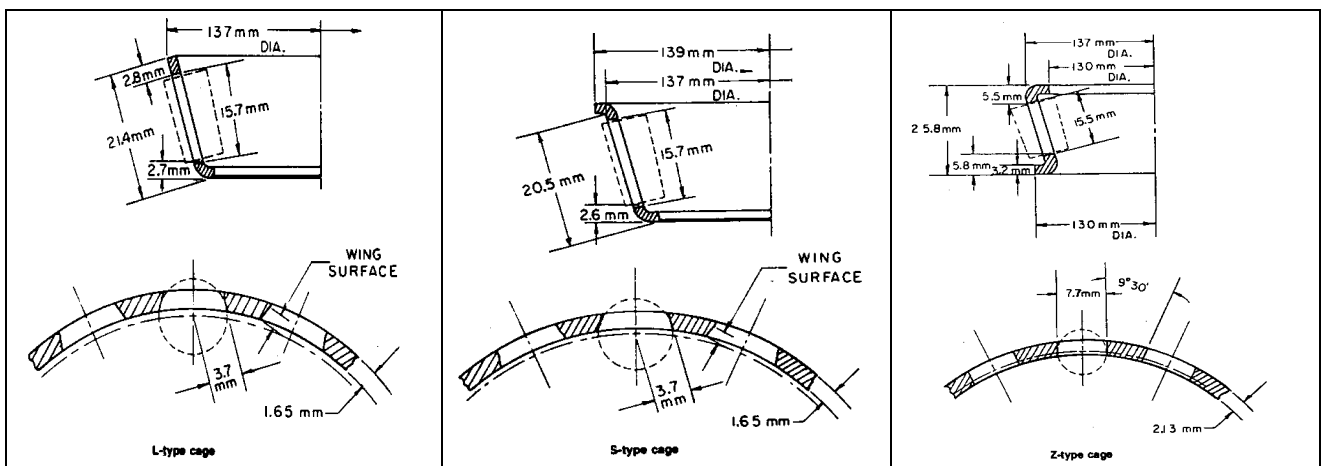


Fig. 1.28. Soluții constructive de colivii utilizate în construcția rulmenților cu role conice, Orvos [1987].

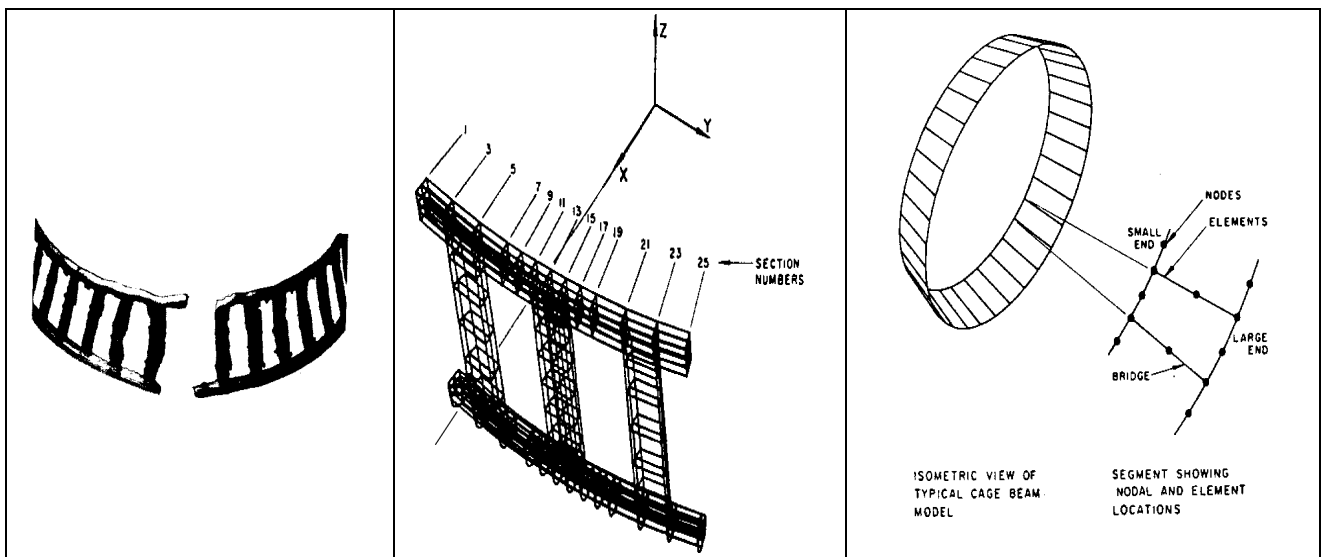


Fig. 1.29. Exemple de structuri utilizate pentru analiza stării de tensiuni într-o colivie (elemente de tip brick și beam), (Orvos [1987].)

Analiza fenomenelor tribologice specifice contactului dintre capătul unei role și umerii de ghidare ai căilor de rulare în rulmenții cu role cilindrice sau conice a făcut subiectul studiilor efectuate de Brown, ș.a [1983], Crețu Sp, s.a [1986, 1988, 1996], Zhou s.a [1991], Warda [1991], Bercea I [1996], Prisacaru Gh s.a [1994, 1997, 1999], etc.

Sub efectul condițiilor de funcționare, mișcarea coliviei nu este una uniformă. Acest fenomen este pus în evidență de către Gupta [1979], Nelias D [1999]. Un exemplu în acest sens este cel prezentat de Nelias D, în cazul analizei fenomenelor dinamice în cadrul rulmenților cu role cilindrice (figura. 1.30).

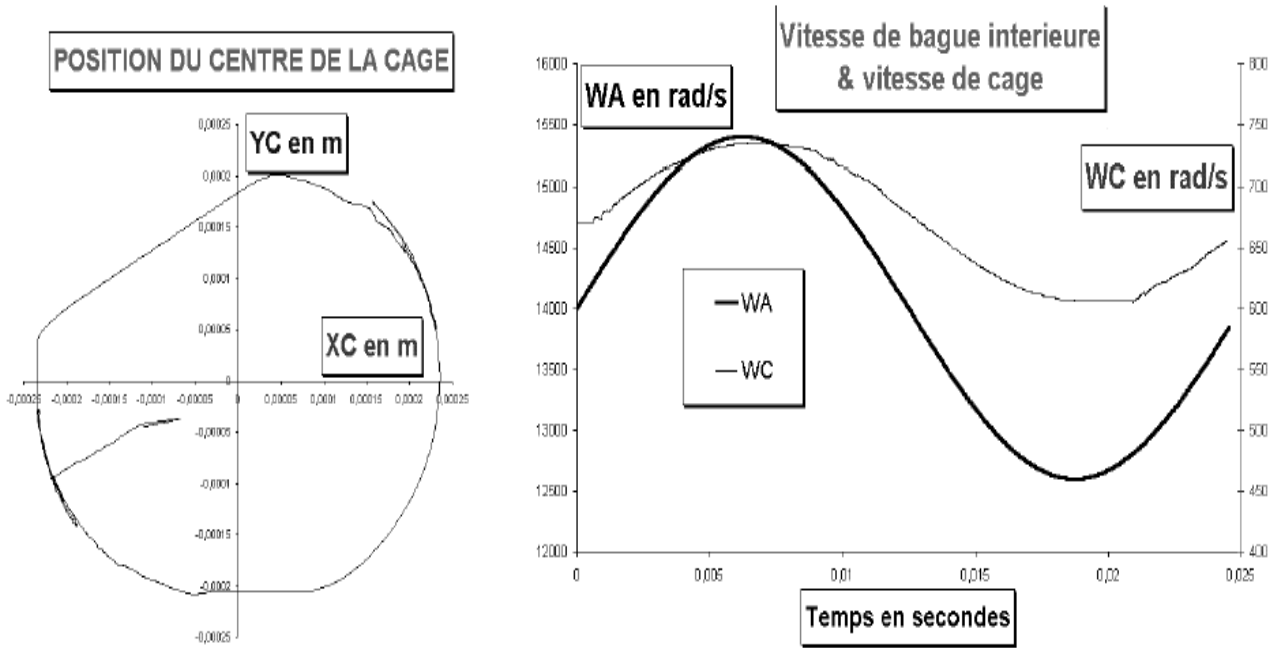


Fig. 1.30. Variația poziției centrului de masă al coliviei și evoluția vitezelor unghiulare a căii de rulare și a coliviei în timp (Nelias D, [1999])

Meeks C și Karen O, [1984a și 1984 b], a pus deasemenea în evidență variația poziției centrului de masă al coliviei (figura. 1.31).

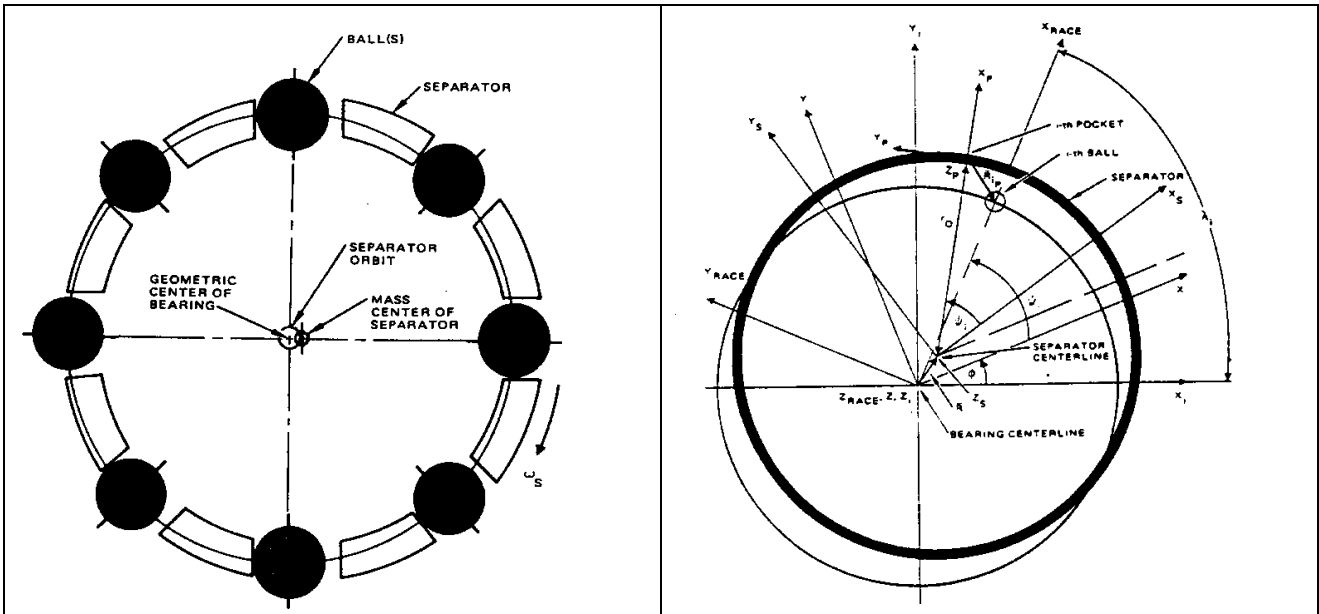


Fig. 1.31. Elemente utilizate pentru analiza deplasării centrului de masă al coliviei unui rulment, (Meeks C, Karen O, [1984a,b])

Studiile efectuate de Nelias D, asupra rulmenților cu role cilindrice au pus de asemenea în evidență faptul că între role și colivie există forțe de contact (a fost făcută această precizare deoarece există modele matematice de calcul ale parametrilor cvasi-dinamici care neglijează contactul rolă-colivie). Astfel în figura 1.32, conform Nelias D [1999], se prezintă pentru „rola nr. 8” evoluția sarcinii de contact între rolă și calea de rulare interioară (WBI) și respectiv rolă – colivie (WCR).

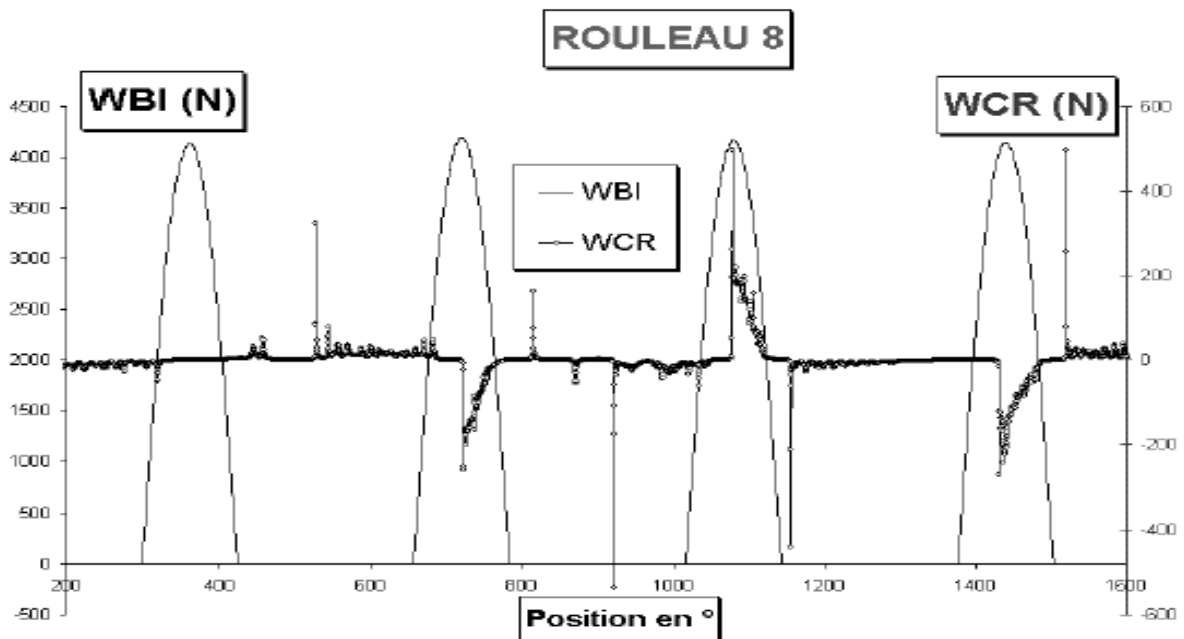


Fig.1.32. Evoluția sarcinii de contact între o rolă și calea de rulare interioară, respectiv rolă – colivie, (Nelias D, [1999]).

Studiul interacțiunii dintre role – colivie și amestecul aer lubrifiant a făcut subiectul unora dintre analizele efectuate de Rumbarger în 1973. În cazul unei alimentări reduse cu lubrifiant, Nelias D în 1999 a prezentat o relație de calcul destinată aprecierii forței de rezistență la înaintarea rolei prin amestecul aer-lubrifiant.

Determinarea parametrilor “ghidării coliviei pe căile de rulare sau pe inelele flotante ale unui rulment” se realizează prin utilizarea elementelor care descriu efectul de palier scurt. Analiza efectului de “palier scurt” asupra coliviei unui rulment se realizează prin utilizarea elementelor de calcul prezentate de Frene J. și Nicolas D [1990] și Olaru [1992, 1995 și 2002].

În 1990, Naronha în cadrul firmei FAG, a pus în evidență sarcinile de contact rola-colivie și rolă-căi de rulare în cazul rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri. Elementele prezentate în figurile 1.33 și 1.34 arată existența componentei de „skew-ing” cât și sarcinile de contact rolă – colivie și colivie-inel interior.

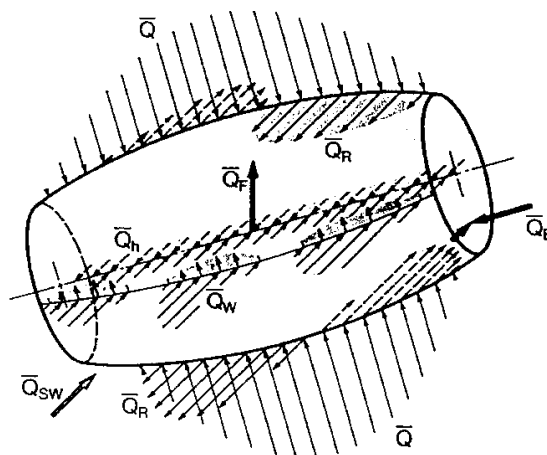


Fig. 1.33. Sarcini normale și tangențiale care acționează asupra unei role butoi, (Naronha, [1990])

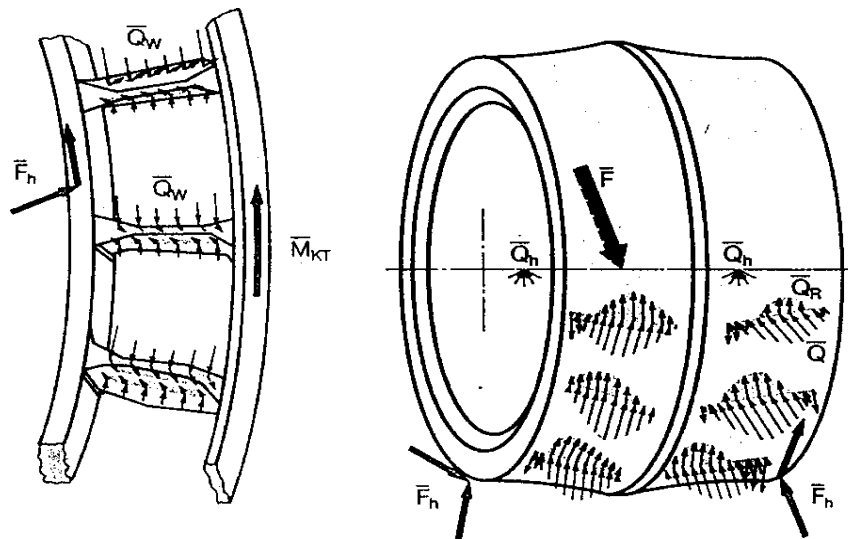


Fig.1.34. Sarcini normale și tangențiale care acționează asuprainelului interior și asupra coliviilor unui rulment radial oscilant cu role butoi (Naronha, [1990])

1.6. Comportarea cvasi-dinamică a rulmenților radial oscilanți cu role butoi

În analiza cvasi-dinamicii rulmenților radial oscilanți cu role butoi sunt utilizate:

- modele simplificate, fără integrarea ecuațiilor de mișcare, precum modelul dezvoltat de Houpert în 1985;
- modele care includ integrarea ecuațiilor de mișcare, între acestea fiind modelele realizate de Molina [1976], Kellstrom [1979] (SKF), Kleckner [1982], Naronha [1990] (FAG), Gupta, [1979 a.d, 1983, 1991], Olaru D [1992], Bercea I [1996], Prisacaru [1997], etc.

Unele asemănări care există între rulmenții radial oscilanți cu role butoi și rulmenții cu role conice și cilindrice precum considerarea contactului liniar conduc la concluzia că există posibilitatea de a se adopta modelele de calcul descrise pentru aceste tipuri de rulmenți. Pe de altă parte în cazul încărcărilor mici existența contactelor de tip punctual apropie comportarea rulmenților cu role butoi de comportarea rulmenților radiali cu bile.

1.7. Obiective ale tezei.

Din analiza stadiului actual în domeniul cercetării rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri au rezultat următoarele obiective ale tezei:

- Definirea pe structura rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri a unei clase de funcții din care prin derivare să poată fi descris din punct de vedere geometric și funcțional orice tip de lagăr cu rostogolire.
- Realizarea unui model de calcul general, parametrizat, utilizat în scopul optimizării funcționale a rulmenților și respectiv a sistemelor de rulmenți

1.8. Direcții de cercetare

Pentru îndeplinirea obiectivelor tezei cercetările au fost orientate pe următoarele direcții:

1. Definirea unei clase de funcții destinată descrierii unitare a geometriei rulmenților.

2. Definirea parametrilor cinematici ai rulmenților cu role sau cu bile care conțin două sau mai multe contacte principale
3. Stabilirea unei metode de analiză cvasi-statică a contactelor punctuale și punctuale modificate.
4. Stabilirea unei metode de calcul pentru determinarea parametrilor cvasi-statici ai rulmenților și a sistemelor de rulmenți.
5. Definirea parametrilor care stabilesc comportarea lubrifianțului la nivelul tribocontactelor din rulmenți.
6. Stabilirea unui algoritm de calcul pentru analiza cvasi-dinamică a rulmenților.
7. Validarea algoritmului dezvoltat

Rezolvarea problemelor legate de dezvoltarea unui model de calcul care să poată fi utilizat în scopul determinării parametrilor cvasi-dinamici ai lagărelor cu rostogolire cât și validarea acestuia constituie subiectul prezentei lucrări.

CAPITOLUL 2.

Contribuții privind modelarea geometriei
rulmenților radial oscilanți cu role butoi.

2. Modelarea geometriei rulmenților.

Marea varietate de forme constructive de rulmenți oscilanți cu role butoi pe două rânduri prezentate în cataloagele de rulmenți, a impus realizarea unei modelări unitare a geometriei acestora. Metoda utilizată constă în realizarea unei clase de obiecte derivabile care să permită construirea geometriei oricărei structuri care include corpuri de rostogolire (role sau bile) aflate în mișcare de rotație sau translație (implicit a rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri).

Obiectivul acestui capitol este de a defini geometria rulmentului radial oscilant cu role butoi simetrice ca pe o clasă de obiecte de referință folosită ulterior pentru descrierea oricărui tip de rulment sau structură asemănătoare (sistem liniar, cuplaje unidirecționale cu bile sau cu role, șuruburi cu bile, etc). Metoda pentru analiză este modelarea orientată pe obiecte (OOP).

2.1. Modelarea orientată pe obiecte (OOP) a geometriei rulmenților.

Din punct de vedere OOP rulmenții reprezintă structuri arborescente având proprietăți de descendență și de moștenire. În cazul rulmenților, structura primitivă este reprezentată de rola butoi simetrică.

2.1.1. Rulmentul - structură OOP. Arhitectura structurii.

Se definește clasa de funcții „rulment” prin intermediul unei structuri informatice numită structură SRB sau pe scurt SRB (Spherical Roller Bearing), având corespondent fizic un rulment radial oscilant cu role butoi pe două rânduri. Clasa de funcții SRB, înglobează proprietățile unui ansamblu de elemente fizice, grupate prin proprietăți de interdependență funcțională și include caracteristicile a două tipuri de elemente:

- elemente obligatorii (căi de rulare, role);
- elemente auxiliare (colivii, inele de ghidare intermediare, elemente de etanșare).

Ansamblul de structuri SRB formează o suprastructură notată SSRB (Spherical Roller Bearing System) incluzând elementele prezentate în figura 2.1.

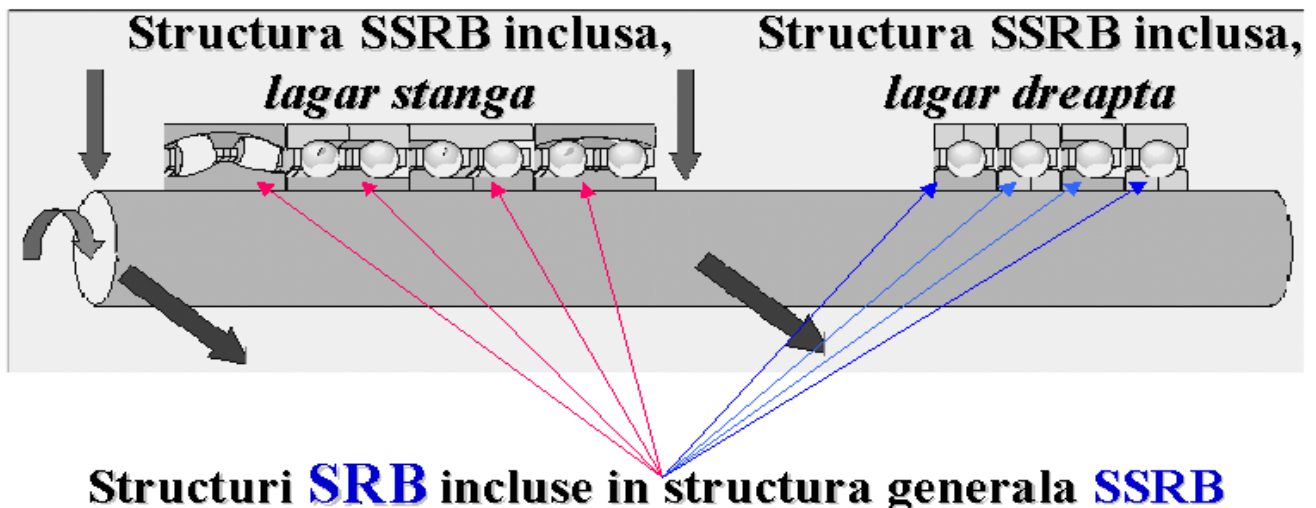


Fig.2.1. Elemente componente ale unei suprastructuri SSRB

Din analiza figurii 2.1, rezultă că SSRB are o structură ierarhică de tipul celei prezentate în figura 2.2.

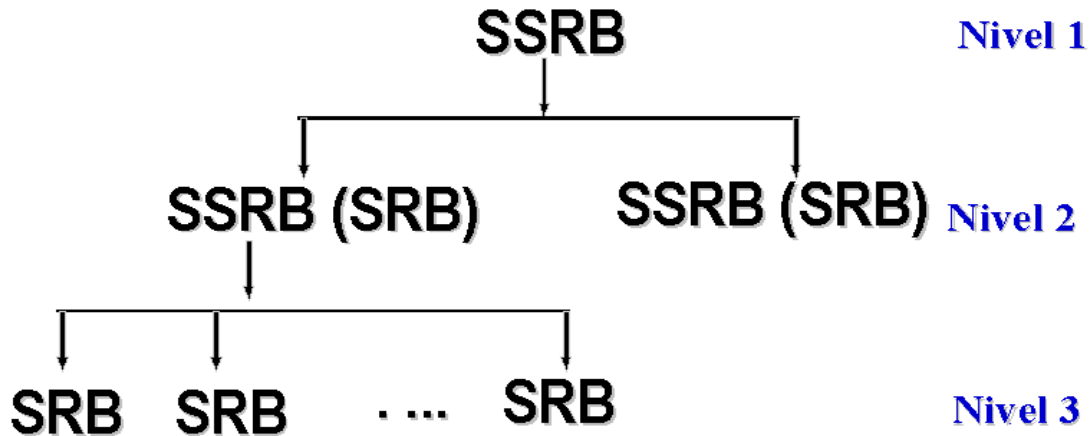


Fig.2.2. Arhitectura suprastructurii SSRB

2.1.2. Structuri derivabile din clasa SRB.

Din punct de vedere tehnic există o condiție de legătură care impune ca geometria rolei să fie în corelație cu geometria căilor de rulare. Posibilitatea obținerii de structuri derivate din structura SRB este asigurată de respectarea, sau nu, a relațiilor de dependență funcțională dintre părțile componente ale structurii, conform figurii 2.3.

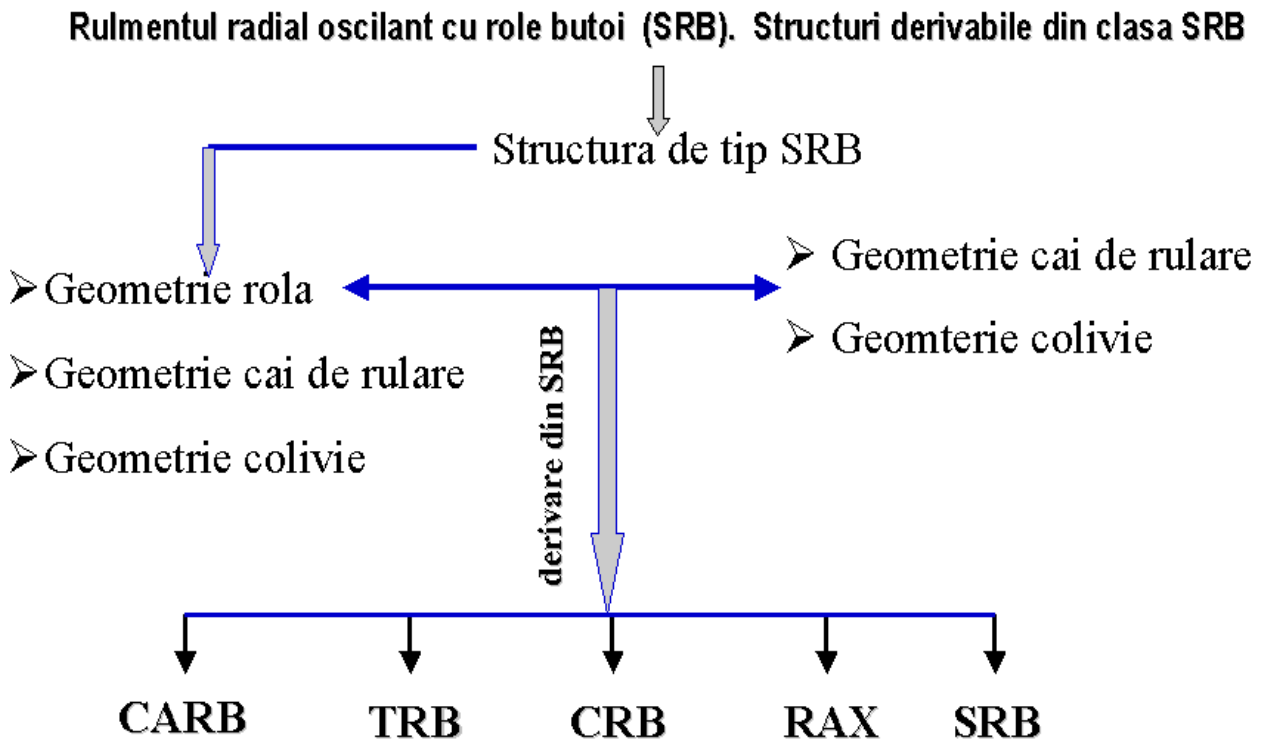


Fig.2.3. Structuri derivate din clasa SRB-SRB (rulment oscilant cu role butoi pe două rânduri)

Principalele structuri derivate din clasa SRB sunt reprezentate de rulmenții de tip SRB, CARB, TRB, CRB, RAX, SBB, DRBB, 4PCBB etc (notațiile introduse sunt conform paragrafului „Notații” și figurii 2.7). În tabelul 2.1 sunt prezentate o parte din câmpurile clasei SRB.

Tabel 2.1 Structura clasei SRB

Câmp clasă	Caracteristici / descendență
Număr rânnduri	unul, două sau mai multe
Role	simetrice: butoi => cilindrice => bile asimetrice: butoi => conice
Număr de raze generatoare ale rolei	una, două sau mai multe
Inel interior	unic sau secționat
Inel exterior	unic sau secționat
Număr de colivii	una, două sau mai multe
Inel intermediar	existent (fix sau flotant) sau inexistent
Elemente de etanșare	existente sau inexistente

Unele din câmpurile clasei SRB includ elemente descendente cum ar fi: material, rugozitate, profil longitudinal și transversal etc. Elementele geometrice care definesc o structură SRB sunt:

- Elemente geometrice exterioare: standardizate și prezentate în cataloagele de rulmenți ale firmelor producătoare. Caracterizează rulmentul din punct de vedere al montajului.
- Elemente geometrice interne: influențează comportarea rulmentului în condiții de funcționare impuse de proces. Sunt reprezentate de:
 - Elemente geometrice interne constructive. Rezultă în urma procedurii tehnologice de realizare a rulmentului, fiind reprezentate de: diametrul rolelor, diametrul căilor de rulare, razele generatoare ale căilor de rulare și rolelor, unghiurile de înclinare ale rolelor și căilor de rulare, parametrii geometrici ai coliviei și inelelor de ghidare.
 - Elementele geometrice interne funcționale. Sunt reprezentate de: jocul interior (radial sau axial), unghiul de contact și diametrul mediu. Acești parametri depind de condițiile de funcționare, temperatură, materiale, condiții de montaj, etc.

2.1.3. Rola butoi – element de bază al structurii SRB.

Principalele elemente geometrice ale unei role butoi (rola SRB) sunt prezentate în figura 2.4.

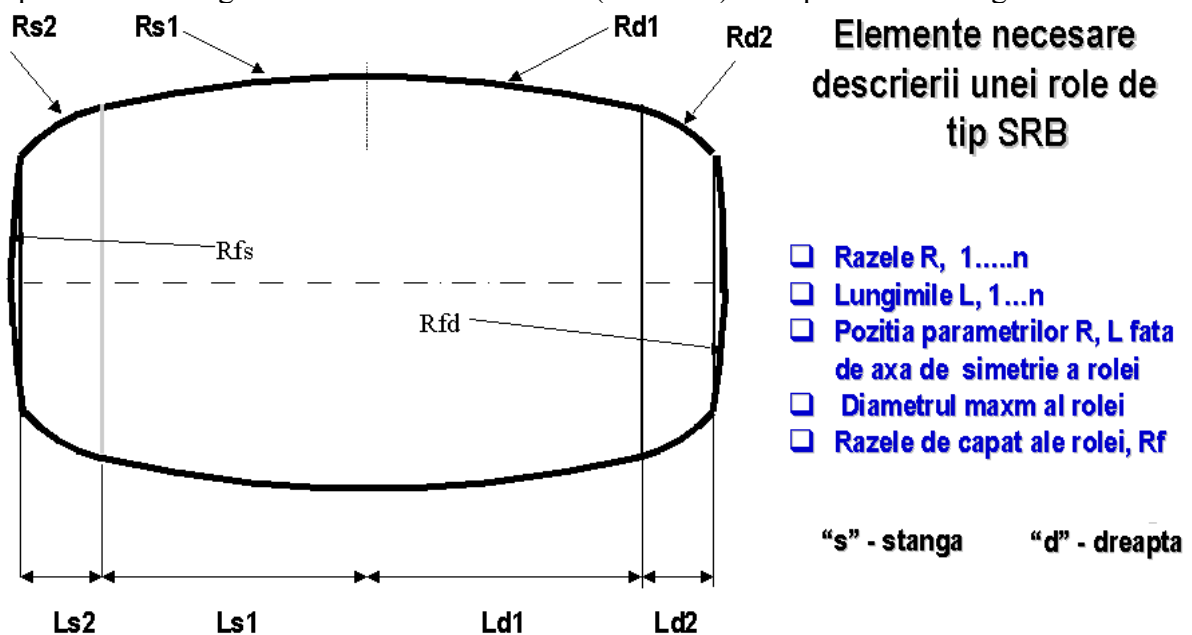


Fig. 2.4. Principalele elemente geometrice ale unei role butoi

Metodele de obținerea a diferitor tipuri de geometrii de corpuri de rostogolire dintr-o rolă SRB sunt:

- modificarea razelor și / sau lungimilor :Rsn, Rsd, Lsn, Ldn

- rotirea profilului rolei cu un unghi impus

Figurile 2.5 și 2.6 prezintă două tipuri de role derivate dintr-o rolă SRB

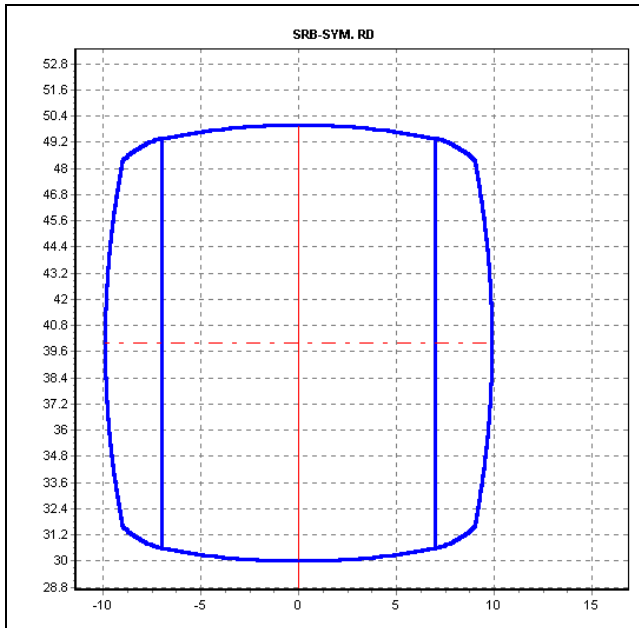


Fig.2.5. Role simetrice derivate

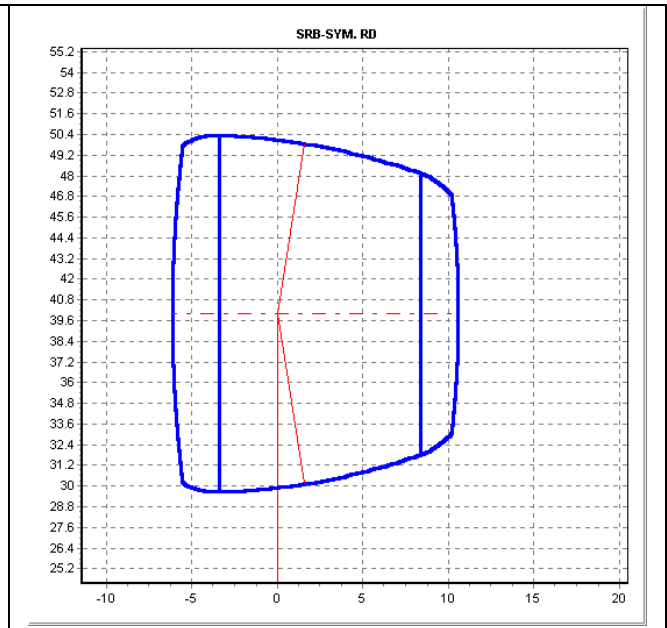
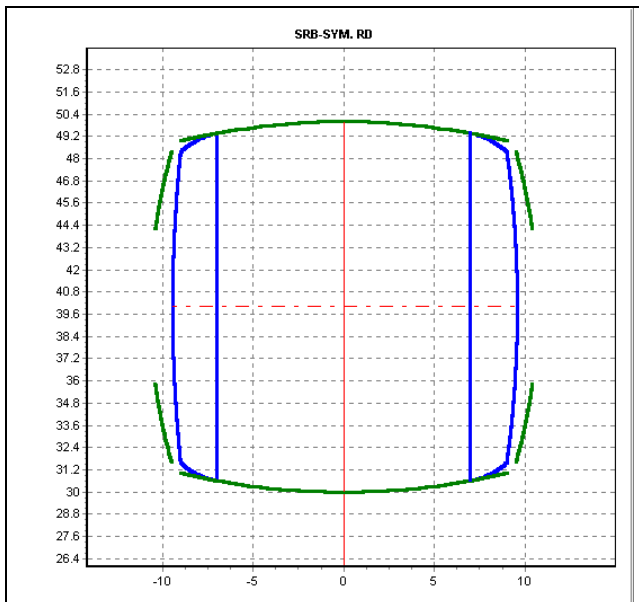


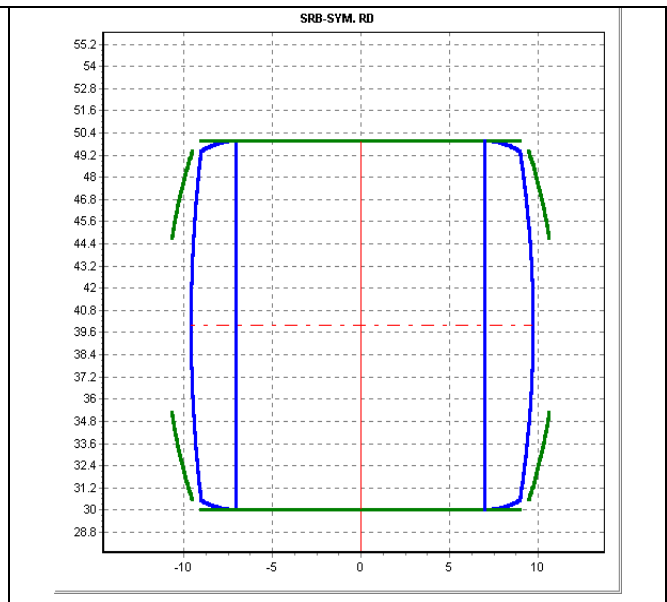
Fig.2.6. Role asimetrice derivate

Prin particularizarea parametrilor prezentați în figura 2.4 rezultă că bila este un caz particular de rolă (figura 2.7)

Aplicarea relațiilor de interdependență funcțională obiectului „rolă SRB” facilitează descrierea geometrică a structurilor prezentate în figura 2.7.



Structură SRB-CARB



Structură SRB-CRB

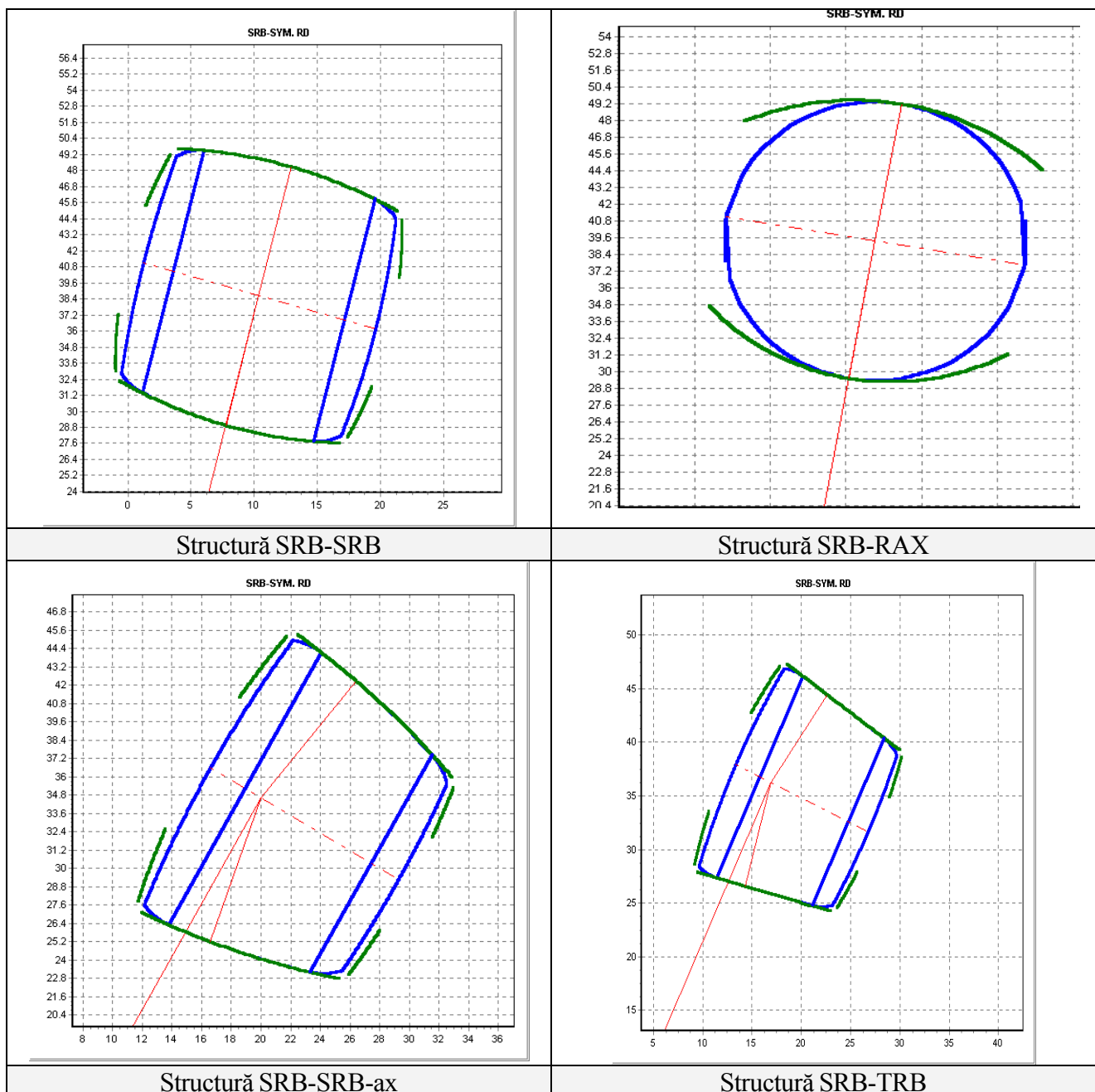



Fig.2.7. Principalele tipuri de structuri SRB derivate


2.1.4. Metodele structurilor SRB.


Pentru a realiza o analiză unitară a rulmenților și a sistemelor de rulmenți s-au introdus o serie de funcții (metode OOP), utilizate în continuare pentru descrierea deplasării centrelor de curbură ale căilor de rulare și ale rotelor. Funcțiile prezentate în figura 2.8 împreună cu clasa „rola SRB”, sunt utilizate pentru descrierea comportării cvasi-stactice și cvasi-dinamice ale unei structuri SRB.


În figura 2.8 s-au notat :

idx	numărul contactului
sdux,sduz	funcții utilizate pentru descrierea centrului de masă al corpului de rostogolire
sdx, sdz	funcții utilizate pentru descrierea deplasării inelului mobil al structurii

SRB-4PCBB-1234	idx	sdux	sduz	sdx	sdz
	1	1	1	1.RD(RIG)	1. RD(RIG)
	2	-1	1	-1. RD(RIG)	1. RD(RIG)
	3	-1	-1	-1. RD(RIG)	1. RD(RIG)
	4	1	-1	1. RD(RIG)	1. RD(RIG)

SRB-4PCBB-24	idx	sdux	sduz	sdx	sdz
	1	0	0	0	0
	2	-1	1	-1. RD(RIG)	1. RD(RIG)
	3	0	0	0	0
	4	1	-1	1. RD(RIG)	1. RD(RIG)

SRB-4PCBB-13	idx	sdux	sduz	sdx	sdz
	1	1	1	1. RD(RIG)	1. RD(RIG)
	2	0	0	0	0
	3	-1	-1	-1.RD(RIG)	1 RD(RIG)
	4	0	0	0	0

SRB-4PCBB-123	idx	sdux	sduz	sdx	sdz
	1	1	1	1. RD(RIG)	1. RD(RIG)
	2	-1	1	-1. RD(RIG)	1. RD(RIG)
	3	-1	-1	-1 RD(RIG)	1. RD(RIG)
	4	0	0	0	0


SRB-4PCBB-134	idx	sdux	sduz	sdx	sdz
	1	1	1	1. RD(RIG)	1. RD(RIG)
	2	0	0	0	0
	3	-1	-1	-1. RD(RIG)	1 RD(RIG)
	4	1	-1	1. RD(RIG)	1. RD(RIG)

Fig 2.8. Structuri derivate din clasa SRB-SRB. Metode atașate.

În figura 2.8, funcția RD(RIG) este utilizată pentru descrierea tipului de rigidizare a structurii, având valorile indicate în tabelul 2.2.

Tabel 2.2. Structura clasei SRB

Tip de rigidizare	Semnificație	Valoare funcție
RIG=ORR	inel exterior fixat rigid în carcasă (inel interior rotitor);	RD(1)=RD(2)=1; RD(3)=RD(4)=0
RIG=IRR	inel interior considerat rigid (inel exterior rotitor);	RD(1)=RD(2)=0; RD(3)=RD(4)=1

Sumarea logică a proprietăților structurilor de tip SRB-4PCBB-13 și SRB-4PCBB-24 oferă posibilitatea extinderii modelării la structurile prezentate în figura 2.9.

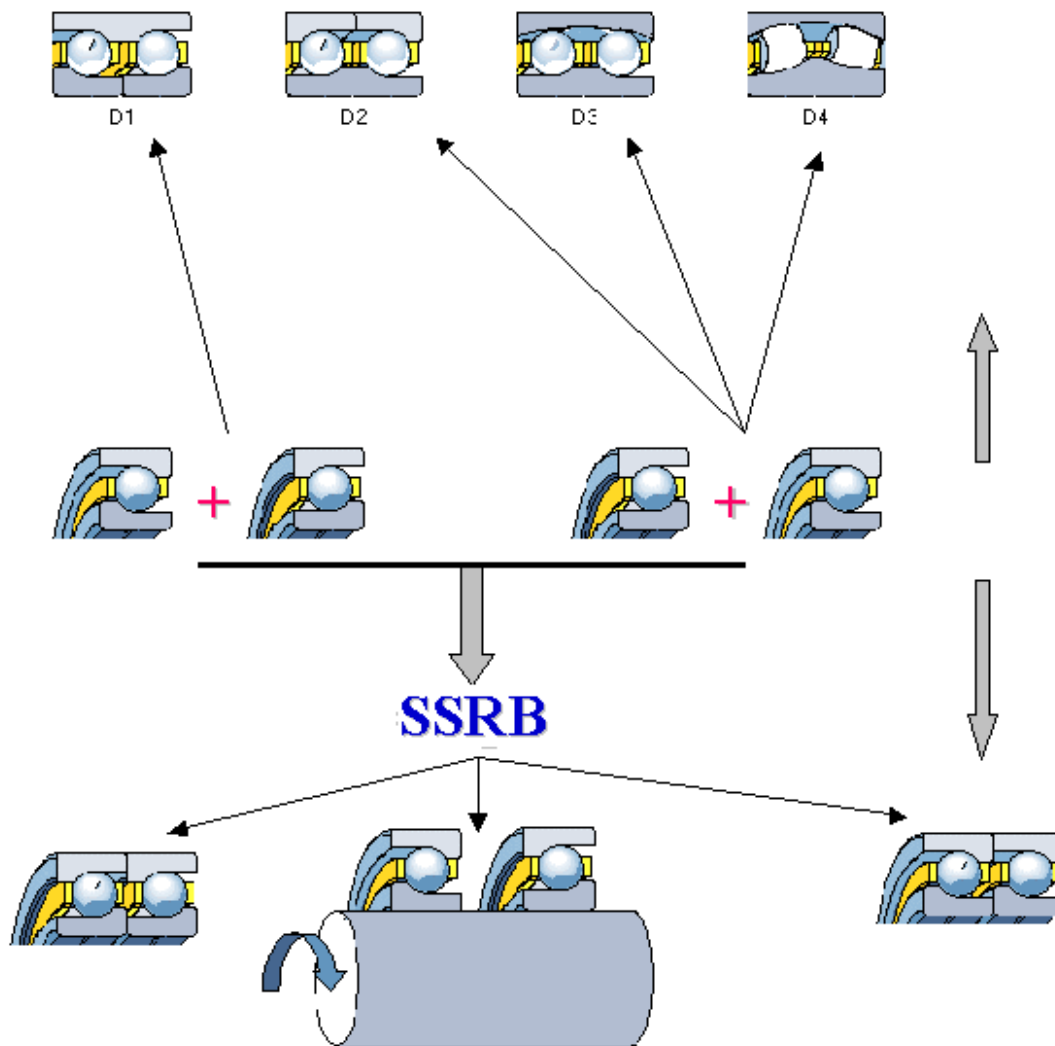


Fig 2.9. Structuri complexe derivate din clasa SRB-SRB rezultate prin concatenare de proprietăți

2.2. Interacțiunea geometrică rolă-colivie

Se definește parametrul ULRC, ca fiind unghiul maxim de rotire a rolei în locașul coliviei neconsiderând momentul geometric de contact.

În cazul rulmenților cu bile, unghiul ULRC nu poate fi definit, deoarece „bila” are o mișcare completă de rotire în locașul coliviei. Nelias D [1989] arată că în cazul rulmenților cu bile, mișcarea relativă dintre o bilă și colivie se manifestă prin intermediul fenomenelor de „palier scurt” și de „palier lung” având efect în modificarea turației bilei. În tabelul 2.3 și figura 2.10 sunt prezentate elementele geometrice necesare determinării parametrului ULRC, notat în continuare α .

Tabel 2.3. Elemente geometrice necesare pentru calculul unghiului ULRC

Rf - raza de capăt a rolei, respectiv raza rolei	Rc - raza generatoare a profilului coliviei
Jf, Jd - joc frontal, respectiv diametral	Rinf - raza laterala a coliviei considerată infinită

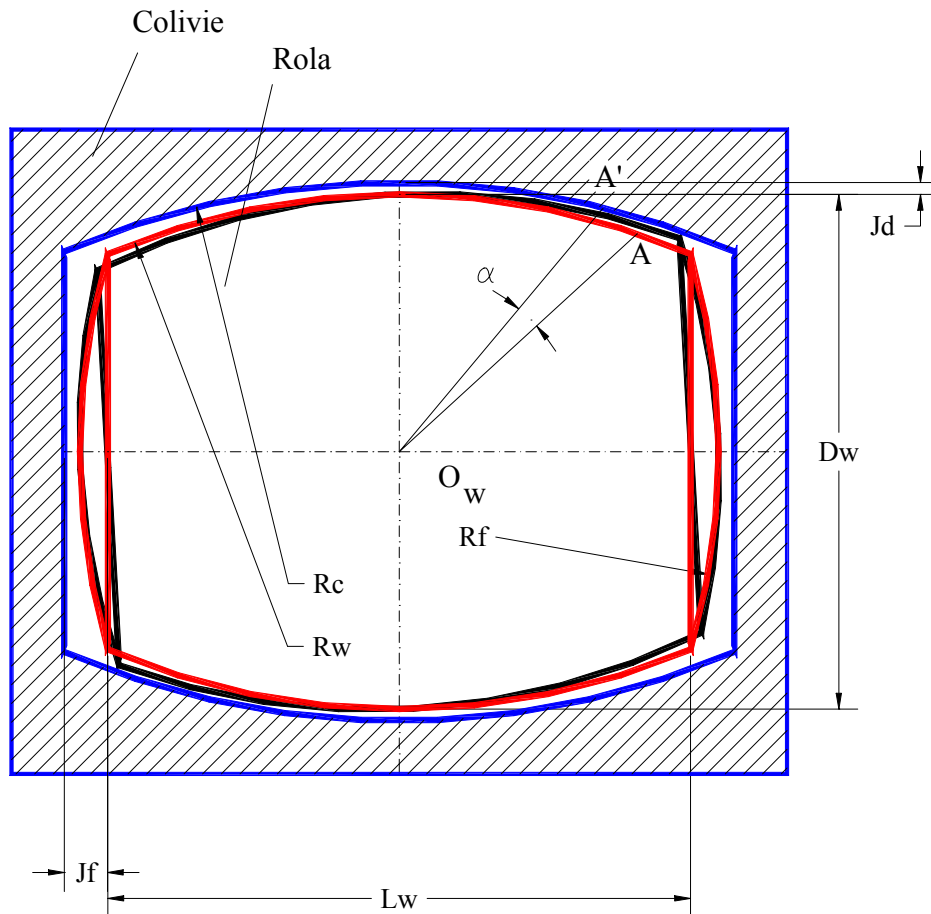


Fig.2.10. Elemente geometrice necesare determinării parametrului ULMRC

Introducând listele:

Rw → Rw, Rf Rc → Rc, Rinf
 J → Jd, Jf L → Dw, Lc

$$R = \frac{R_w \cdot R_c}{R_w + R_c}$$

rezultă:

$$\alpha = \text{ULRC} = \min \left[a \cos \left(\frac{A2}{A1} \right) - a \cos \left(\frac{A4}{A3} \right) \right]$$

unde:

$$\begin{aligned} \text{➤ } A1 &= R \cdot \cos(x) - \left(R - \frac{L}{2} \right) & A2 &= R \cdot \sin(x), \\ \text{➤ } A3 &= \sqrt{A1^2 + A2^2}, & A4 &= Jf, Jd + \frac{Lw, Dw}{2} & x &= \arccos \left(\frac{R}{R + J} \right) \end{aligned}$$

2.3. Componentele „joc radial” între o colivie și elementele unei structuri SRB- SRB

Structurile SRB-SRB, prezintă câteva particularități în ceea ce privește definirea jocului dintre o colivie și celelalte elemente componente ale structurii. În cazul în care există două colivii și inel intermediar componentele parametrului „joc” sunt prezentate în figura 2.11.

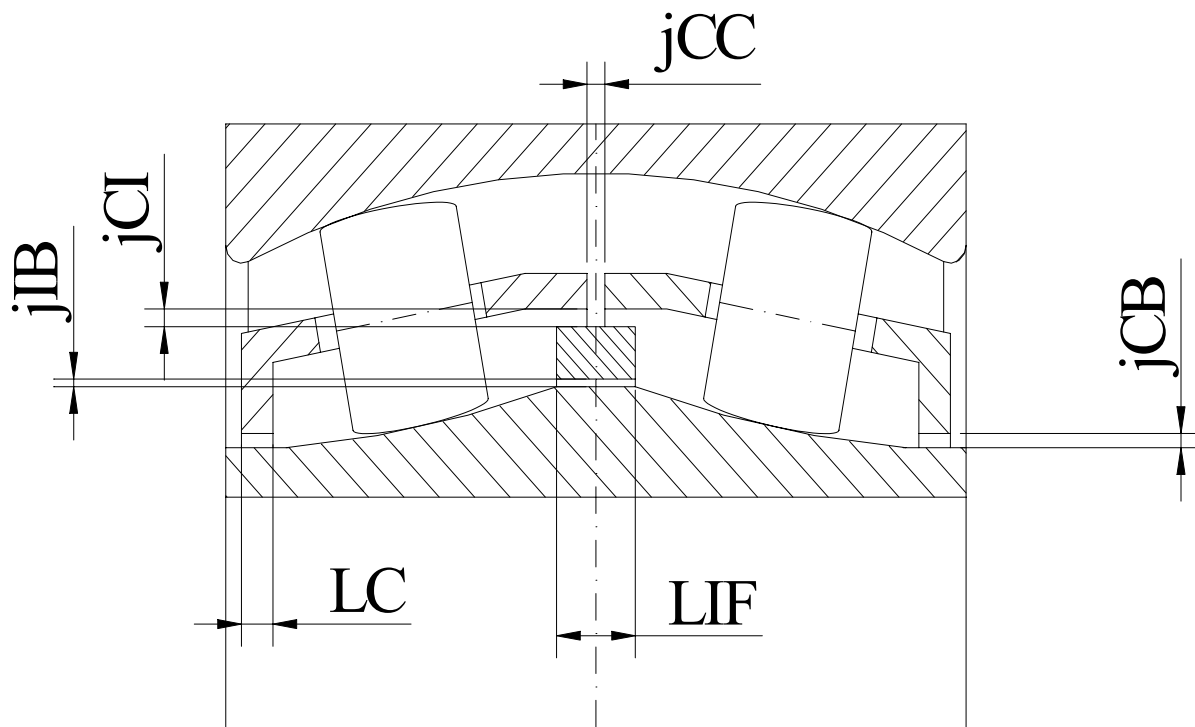


Fig. 2.11. Jocul dintre o colivie si celelalte elemente componente ale unei structuri SRB-SRB

Tip de joc	Notatie
Joc radial între colivie (C) și calea de rulare (B)	JCB
Joc axial între colivii	JCC
Joc între colivie și inelul flotant (intermediar)	JCI
Joc radial între inelul intermediar și calea de rulare interioară a rulmentului	JIB

Elementele prezentate în figura 2.11 sunt necesare deoarece contribuie la realizarea efectelor de „palier scurt”, având influență asupra parametrilor cvasi-dinamici ai rulmentului (cap. 6).

2.4. Definierea jocului în structurile SRB-RAX și SRB-4PCBB

Având un rol major în calculul distribuției de sarcină și implicit în analiza parametrilor cvasi-dinamici ai rulmentului jocul radial într-un rulment apare reprezentat unul dintre cei mai importanți parametri.

Este justificată relația de repartitie a jocului în rulmenții cu bile în forma prezentată de Harris în 1991 ?

Conform [Harris, 1966, 1983, 1991], se definește jocul radial pentru un rulment cu contact oblic, având două puncte de contact, ca fiind amplitudinea deplasării radiale, rezultată prin deplasarea liberă a căii de rulare mobile, în raport cu calea de rulare fixă, astfel încât pozițiile centrelor de curbură ale căilor de rulare și ale bilei să fie coliniare. Jocului radial, îi corespunde un joc axial, pentru care pozițiile centrelor de curbură ale căilor de rulare și ale bilei sunt coliniare. Conform Harris [1966, 1983, 1991] repartitia jocului local dintre o bilă și căile de rulare se face în mod simetric adică „Pd/4”.... ceea ce nu este totuși corect, deoarece nu toți rulmenții au conformități egale pentru căile de rulare interioară și respectiv exterioră. În funcție de tipul de rulment cu bile repartitia jocului se face conform figurii 2.12.

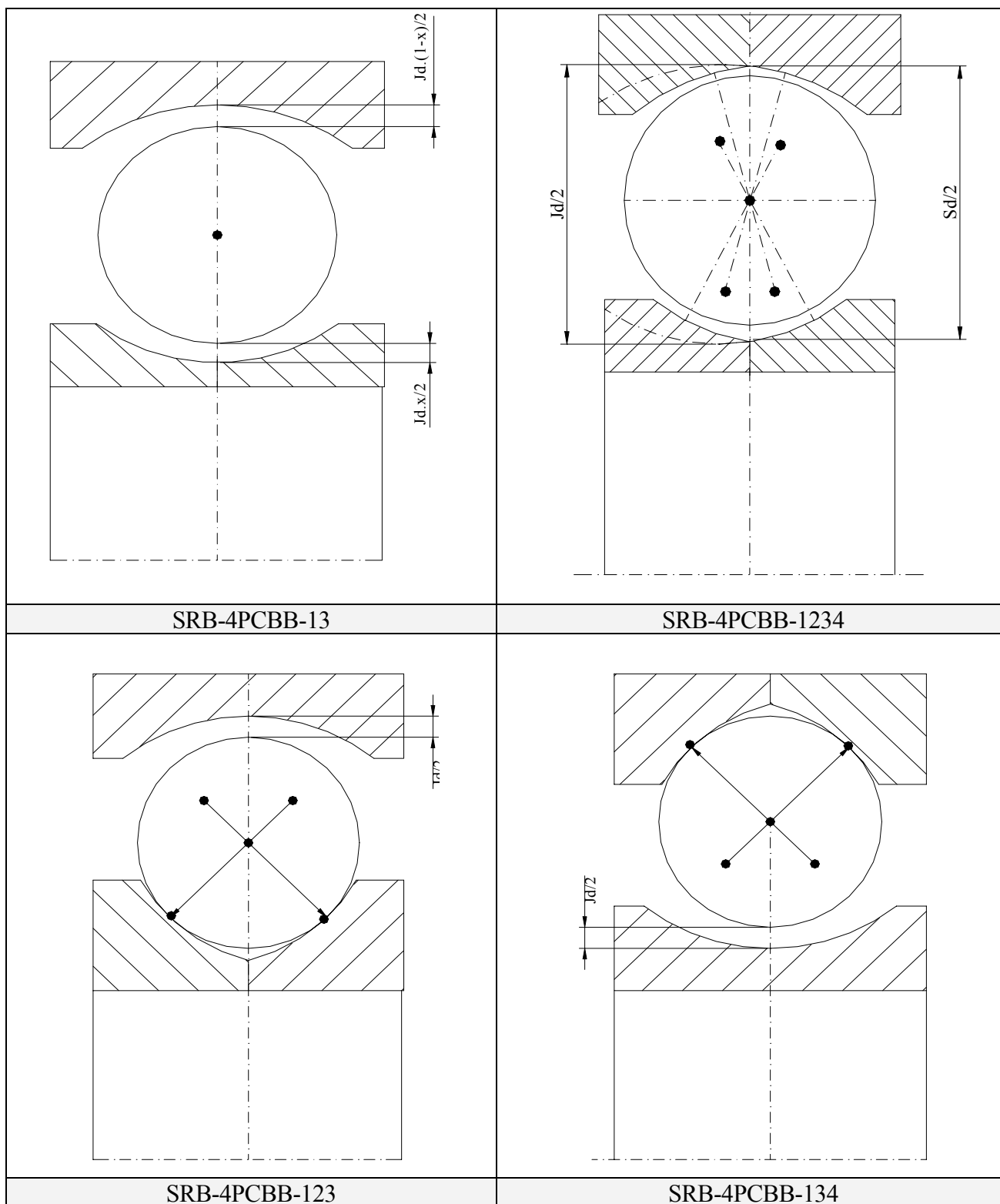


Fig.2.12. Repartiția jocului între o bilă și căile de rulare, în funcție de tipul structurii

Trebuie menționat că este necesar a se cunoaște dacă valoarea jocului constituită ca dată de intrare reprezintă jocul rulmentului primitiv sau valoarea efectivă a jocului. Spre exemplu, dacă se consideră un rulment radial axial cu bile având căile de rulare interioare și exterioare complete (rulment primitiv), analiza distribuției jocului pentru structurile prezentate în figura 2.12 se realizează în două cazuri distincte, conform paragrafelor (2.4.1 și 2.4.2):

2.4.1. Calculul distribuției jocului în rulment cunoscând geometria rulmentului primitiv

Se presupune cunoscută geometria internă a rulmentului înainte de decuparea căii(lor) de rulare și jocul efectiv înainte de decupaj. În aceste condiții trebuie verificat dacă datele de intrare reprezentate de „shim angle, Harris [1991]” (reprezintă unghiul liber de contact dintre o bilă și o cale de rulare a unui rulment cu cale de rulare secționată) și „jocul efectiv” sunt compatibile. În figura 2.13 se prezintă elementele geometrice necesare determinării distribuției jocului local între o bilă și cele „idx” căi de rulare ale structurii.

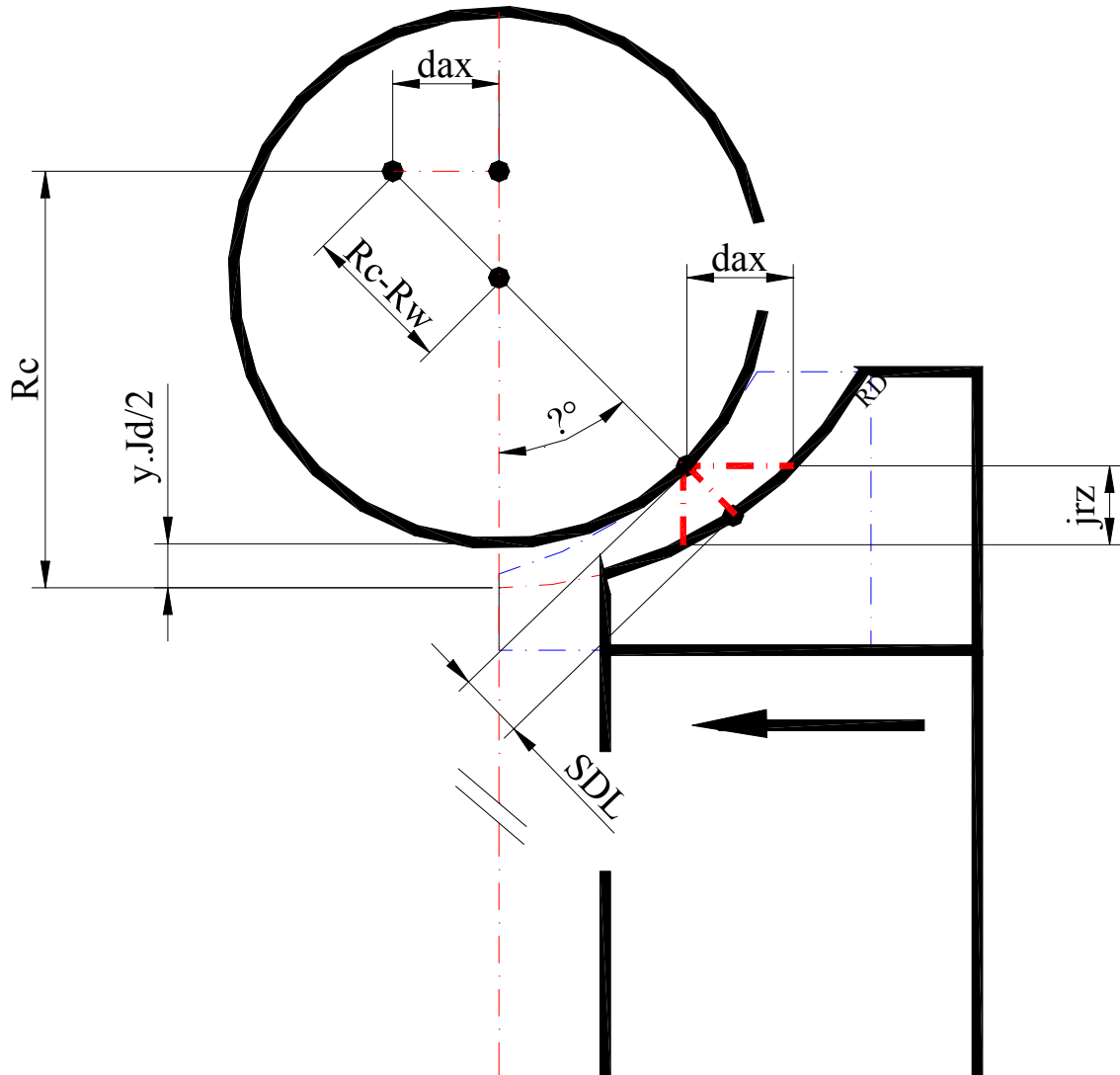


Fig.2.13. Parametri care definesc jocul local, notat SDL

În figura 2.13, parametrii x și y sunt determinați cu relațiile:

$$y = \begin{cases} x, \dots, idx = 3, 4 \\ 1 - x, \dots, idx = 1, 2 \end{cases}$$

$$x = \frac{f_i - 0.5}{f_i + f_o - 1}$$

în care f_i și f_o reprezintă conformitățile căilor de rulare ale rulmentului primitiv (înainte de decupaj)

Prin intermediul parametrului „ x ” se definesc:
Unghiul „liber local”:

$$\alpha_{ir} = a \cos \left(\frac{(f_i - 0.5).dw - x \frac{Jd}{2}}{(f_i - 0.5).dw} \right); \quad \alpha_{or} = a \cos \left(\frac{(f_o - 0.5).dw - (1-x) \frac{Jd}{2}}{(f_o - 0.5).dw} \right)$$

Jocul axial local:

$$jai = (f_i - 0.5). \sin(\alpha_{ir}). dw \quad jao = (f_o - 0.5). \sin(\alpha_{or}). dw$$

Jocul local în direcția normalei la contact, SDL(id_x), are expresia:

$$SDL(id_x) = (f_{io}(id_x) - 0.5).dw - \sqrt{[(f_{io}(id_x) - 0.5).dw - y \frac{Jd}{2}]^2 + dax^2}.$$

în care:

$$dax_{i,o} = \left((f_{i,o} - 0.5).dw - y \frac{Jd}{2} \right) \cdot \tan(\alpha_{ir,or})$$

2.4.2. Calculul distribuției jocului cunoscând parametrii „shim angle” și jocul efectiv după decupaj

Figura 2.14. prezintă elementele necesare realizării calculului componentelor SDL în funcție de parametrul „shim angle”.

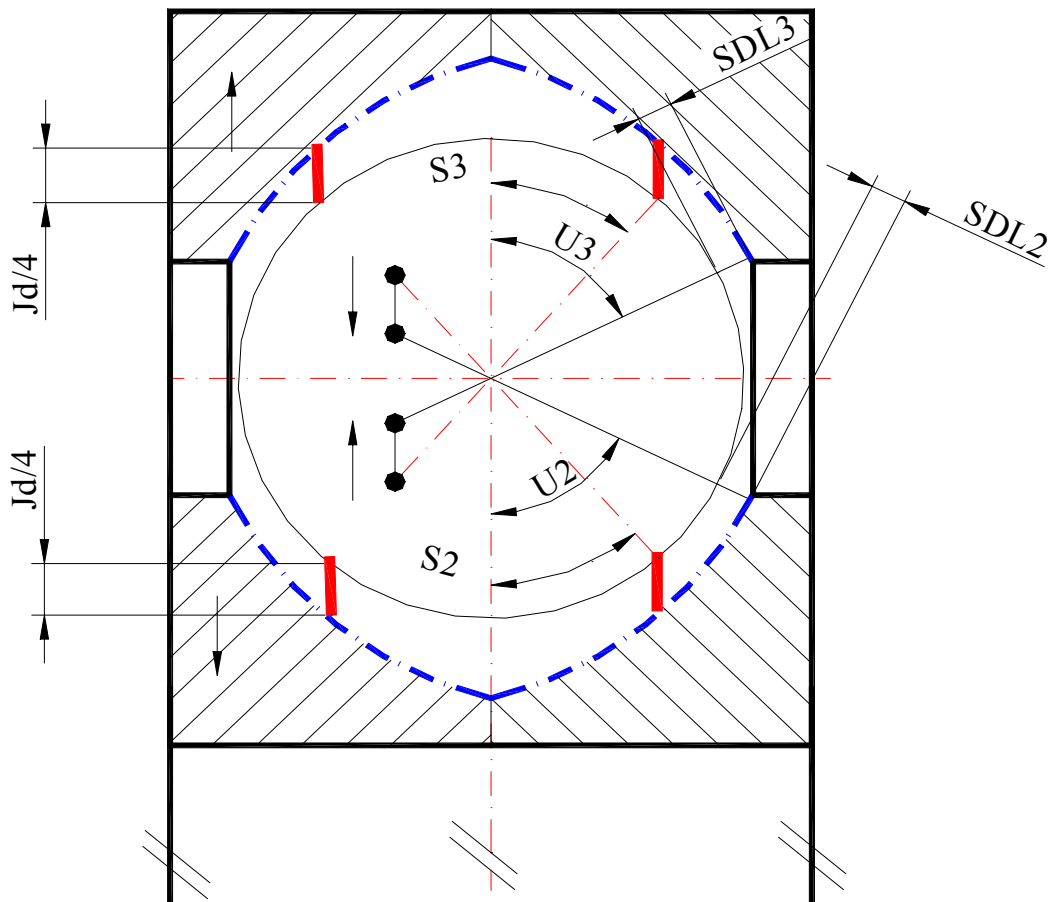


Fig. 2.14. Parametrii care definesc jocul local, SDL, între bilă și căile de rulare

Valorile parametrilor SDL(id_x) sunt date de relația:

$$SDL(idx) = (fio(idx) - 0.5) \cdot dw - \sqrt{\left[\left[(fio(idx) - 0.5) \cdot dw \cdot \sin(\alpha_{shim,idx}) \right]^2 + \left[(fio(idx) - 0.5) \cdot dw \cdot \cos(\alpha_{shim,idx}) - \frac{Jd}{4} \right]^2 \right]}$$

și

$$U(idx) = a \tan \left(\frac{(fio(idx) - 0.5) \cdot dw \cdot \sin(\alpha_{shim,idx})}{(fio(idx) - 0.5) \cdot dw \cdot \cos(\alpha_{shim,idx}) - \frac{Jd}{4}} \right)$$

In figura 2.14 a fost notat $S_{idx} = \alpha_{shim,idx}$

2.5. Repartiția jocului în structurile SRB cu role și SRB-OB

Pentru calcul repartiției jocului la nivelul contactelor dintre role (bile) și căile de rulare în structurile SRB-SRB și SRB-OB se disting două cazuri de calcul:

Cazul A. Nu se cunoaște diametrul mediu al rulmentului însă este indicat unghiul de înclinare al căii de rulare interioare (α).

In acest caz se rotește inelul interior cu ($-\alpha$) și se măsoară valoarea efectivă a jocului diametral (Jd). Se face o rotație a inelului interior cu (α) și se calculează valoarea deplasării radiale libere ($j_{r,i,e}$) dintre role și căile de rulare astfel:

$$j_{ri} = \cos(\alpha l_i) \cdot [R_i - R_w] - [R_i - R_w - SDLI] \cdot \cos(\alpha)$$

$$j_{re} = \cos(\alpha l_e) \cdot [R_i - R_w] - [R_e - R_w - SDLE] \cdot \cos(\alpha)$$

unde:

$$SDLI = Jd \cdot \frac{x}{2} \quad \text{jocul radial local la nivelul contactului rolă – cale de rulare interioară}$$

$$SDLE = Jd \cdot \frac{(1-x)}{2} \quad \text{jocul radial local la nivelul contactului rolă – cale de rulare exterioară}$$

$$\text{➤ } x = \frac{R_i - R_w}{R_i + R_e - 2 \cdot R_w}$$

$$\text{➤ } \alpha l_i = a \sin \left(\frac{\sin(\alpha) \cdot [R_i - R_w - SDLI]}{R_i - R_w} \right)$$

$$\text{➤ } \alpha l_e = a \sin \left(\frac{\sin(\alpha) \cdot [R_e - R_w - SDLE]}{R_i - R_w} \right)$$

➤ R_i raza profilului transversal al căii de rulare interioare

➤ R_e raza profilului transversal al căii de rulare exterioare

➤ R_w raza profilului transversal al rolei ($R_w = D_w/2$ pentru structura SRB-OB)

Deplasării radiale libere ($j_{r,i,e}$) îi corespunde o deplasare axială liberă ($j_{a,i,e}$) la nivelul contactelor role-căi de rulare calculabilă cu relațiile:

$$j_{ai} = \cos(\alpha l_i) \cdot [R_i - R_w] - [R_i - R_w - SDLI] \cdot \cos(\alpha)$$

$$j_{ae} = \cos(\alpha l_e) \cdot [R_e - R_w] - [R_e - R_w - SDLE] \cdot \cos(\alpha)$$

unde:

$$\text{➤ } \alpha l_i = a \cos \left(\frac{\cos(\alpha) \cdot [R_i - R_w - SDLI]}{R_i - R_w} \right),$$

$$\alpha_{le} = a \cos\left(\frac{\cos(\alpha) \cdot [Re - R_w - SDLE]}{R_i - R_w}\right)$$

Cazul B. Se cunoaște diametrul mediu al rulmentului și unghiul de înclinare al căii de rulare interioare (α).

In acest caz se calculează parametrul SDLE cu relația:

$$SDLE = Re - \frac{D_m}{2 \cdot \cos(\alpha)} - \frac{D_w}{2}$$

Se calculează parametrul „x” rezultând SDLI jr_{i,e} și ja_{i,e}

Cazul $\alpha=0$ corespunde structurilor SRB-CRB și SRB-CARB. Pentru acestea se definește parametrul deplasare axială liberă interioară și respectiv exterioară la nivelul unei role astfel:

$$J_{ai} = \sqrt{(R_i - R_w)^2 - (R_i - R_w - SDLI)^2} \quad \text{jocul axial local interior}$$

$$J_{ae} = \sqrt{(R_e - R_w)^2 - (R_e - R_w - SDLE)^2} \quad \text{jocul axial local exterior}$$

unde:

$$SDLI = J_d \cdot \frac{x}{2} \quad \text{jocul radial local la nivelul contactului rolă – cale de rulare interioară}$$

$$SDLE = J_d \cdot \frac{(1-x)}{2} \quad \text{jocul radial local la nivelul contactului rolă – cale de rulare exterioară}$$

$$x = \frac{R_i - R_w}{R_i + R_e - 2 \cdot R_w}$$

In cazul structurilor SRB-SRB-ax și SRB-TRB parametrii care definesc jocul local între o rolă și căile de rulare au valoare nulă, fiind în general rulmenți axial-radiali lucrând cu pretensionare axială.

2.6. Repartiția jocului sub efectul expansiunii centrifugale, a fretajului și a temperaturii

In timpul funcționării, jocul într-o structură SRB se modifică sub efectul rotirii uneia dintre inelele structurii, a forțelor de fretaj cât și datorită temperaturii de funcționare. Parametrii menționați anterior împreună cu tipul de rigiditate al structurii (tabelul 2.2 și capitolul. 4) modifică valoarea jocului funcțional crescându-i sau micșorându-i valoarea în raport cu jocul de montaj.

2.6.1. Efectul rotirii uneia din căile de rulare asupra modificării jocului în rulmenți

Prin utilizarea metodelor de calcul ale tuburilor cu pereți groși în mișcare de rotație, Buzdugan Gh, s.a [1991], pune în evidență modificarea diametrelor interior și exterior al unui cilindru sub efectul rotirii acestuia în jurul axei de simetrie. In cazul rulmenților, aplicarea modelului de calcul specific tuburilor cu pereți groși în rotație, conduce la determinarea unei modificări a jocului de montaj al rulmentului. In funcție de „inelul rotit” rezultă:

- scădere a jocului dacă inelul interior este în mișcare de rotație și inel exterior rigidizat;
- creștere a jocului dacă inelul interior este fix iar inelul exterior este rotit.

Pentru cele două cazuri relația de calcul a modificării jocului este:

$$\exp BIE = \frac{r}{E} (\sigma_t - \nu \cdot \sigma_r)$$

unde:

$$\sigma_r = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \cdot \left[(3 + \nu) \cdot \frac{(R_2^2 - r^2)(r^2 - R_1^2)}{r^2} \right] - p_1^* \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right) + p_2^* \cdot \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right)$$

$$\sigma_t = \frac{\rho \cdot \omega^2}{8} \cdot \left[(3 + \nu) \cdot \left(R_1^2 + R_2^2 + \frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{r^2} \right) - (1 + 3\nu) r^2 \right] - p_1^* \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 + \frac{R_2^2}{r^2} \right) - p_2^* \cdot \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right)$$

- r aparține intervalului R1...R2, cu R1<R2
- R1 este raza interioară a căii de rulare considerate
- R2 este raza exterioară a căii de rulare considerate
- p1 reprezintă presiunea corespunzătoare razei minime a inelului analizat
- p2 reprezintă presiunea corespunzătoare razei maxime a inelului analizat
- p1 și p2 reprezintă presiunea de fretaj

Se notează:

expBI = expBIE pentru cazul în care inelul interior se află în mișcare de rotație

expBE = expBIE pentru inel exterior rotitor și inel interior fix

In cazul cel mai general (ambele inele aflate în mișcare de rotație) parametrul Jd devine:

$$Jd = Jd-2 \cdot \exp BI + 2 \cdot \exp BE$$

Importanța calcului parametrului expBI este exemplificată pentru un rulment radial axial cu bile pentru care Jd=250μm, având următoarea geometrie:

```

GEOMETRIE DU ROULEMENT A BILLES
!-----
> 22< Z           Nombre de billes
> 22.230D-03< DW  Diamètre des billes [m]
> 187.550D-03< DM  Diamètre moyen [m]
> 249.99 D-06< JD  Jeu diamétral [m]
> 0.00 D+00< alphaf Angle de contact géométrique (seulement si jeu pd=0.) [deg]
> 54.00 D-02< Fi=ri/dw Courbure relative bague intérieure
> 52.00 D-02< Fo=ro/dw Courbure relative bague extérieure
> 0.000D+00< alphaSI Angle de cale (shim) intérieur [deg]
> 0.000D+00< alphaSE Angle de cale (shim) extérieur [deg]
> 25.0 D-03< BI Largeur de bague intérieure [m]
> 150.0 D-03< DI Diamètre d'alésage du roulement [m]
> 164.98 D-03< deiam Diamètre épaulement int. amont [m]
> 164.98 D-03< deiav Diamètre épaulement int. aval [m]
> 25.00 D-03< BE Largeur de bague extérieure [m]
> 178.00 D-03< DE Diamètre extérieur du roulement [m]
> 175.00 D-03< deeam Diamètre épaulement ext. amont [m]
> 175.00 D-03< deeav Diamètre épaulement ext. aval [m]

```

Pentru diferite valori ale turatiei inelului interior, valoarea parametrului 2.expBI este:

ni (rpm)	Hamrock[1975]	Buzdugan, [1991]
4000	0.006439	0.006282
8000	0.0257	0.02513
12000	0.058	0.05644
16000	0.10303	0.10052
20000	0.16098	0.15706
24000	0.23182	0.22317

Din datele prezentate anterior rezultă că modificarea diametrului inelului interior al rulmentului analizat are valori comparative cu jocul de montaj al rulmentului .

Utilizând algoritmul de calcul prezentat anterior se determină modificarea jocului funcțional dintre

colivie și cale de rulare pe care se realizează ghidarea coliviei conducând la determinarea jocului minim necesar evitării blocării coliviei pe calea de rulare pe care se realizează ghidarea.

Cu noua valoare calculată pentru parametrul J_d , se recalculează repartiția jocului în structura SRB considerată.

2.6.2. Efectul temperaturii de funcționare a rulmentului și a condițiilor de rigiditate ale căilor de rulare asupra modificării jocului în rulmenți

În general temperatura de funcționare este diferită de temperatura la care s-a măsurat jocul radial în rulment. Odată cu creșterea sau scăderea temperaturii diametrele care descriu căile de rulare se modifică, având implicație în determinarea jocului funcțional al rulmentului.

Modificarea liberă a diametrului „idx” al unui cilindru este dată de relația:

$$\Delta D_{idx} = \alpha_{idx} \cdot D_{idx} \cdot \Delta T_{idx}$$

unde:

- α_{idx} . reprezintă coeficientul de dilatare termică a inelului „idx”
- D_{idx} . reprezintă diametrul considerat al inelului de rulment „idx”
- ΔT_{idx} este creșterea de temperatură în raport cu temperatura de referință

Condițiile de rigiditate impuse inelelor structurii influențează de asemenea jocul funcțional. Presupunând inelul exterior al unui rulment a fi rigid rezultă că la contactul carcasă - inel de rulment se dezvoltă o tensiune normală de contact dată de relația:

$$\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Determinarea modificării jocului în rulment prin suprapunerea simultană a efectului expansiunii termice, a condițiilor de rigiditate și a expansiunii centrifugale se realizează aplicând relațiile de calcul prezentate în paragraful 2.6.1.

În cazul considerării unei carcase rigide și a inelului interior rotitor rezultă:

$$\exp BE = \frac{r}{E} (\sigma_t - \nu \cdot \sigma_r)$$

unde:

$$\sigma_r = \sigma \cdot \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 - \frac{R_1^2}{r^2} \right), \quad \sigma_t = \sigma \cdot \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2} \right)$$

- r aparține intervalului $R_1 \dots R_2$, cu $R_1 < R_2$;
- R_1 este raza interioară a căii de rulare exterioare;
- R_2 este raza exterioară a căii de rulare exterioare.

În aceste condiții parametrul J_d devine:

$$J_d = J_{d-2} \cdot \exp BI - \Delta D_{idx} + 2 \cdot \exp BE$$

Cu noua valoare calculată pentru parametrul J_d , se recalculează repartiția jocului în structura SRB considerată.

2.6.3. Efectul fretajului asupra modificării jocului în rulmenți

În cazul considerării unei grosimi de fretaj impuse, δ , se dezvoltă o presiune de contact calculată cu relația clasică din teoria tuburilor cu pereți groși (Buzugan [1991]):

$$p = \frac{\delta \cdot E \cdot (R_2^2 - R_1^2)(R_3^2 - R_2^2)}{2 \cdot R_2^3 \cdot (R_3^2 - R_1^2)}$$

unde:

- R1 este raza interioară a cilindrului interior;
- R2 este raza nominală la care se produce fretajul;
- R3 este raza exterioară a cilindrului exterior .

Pentru determinarea modificării în condiții de fretaj a jocului radial în rulment, se înlocuiesc în relațiile tensiunilor tangențiale și radial,:

$$p1^* = +p, \text{ pentru fretaj interior}$$

$$p2^* = -p, \text{ pentru fretaj exterior}$$

și se calculează parametrii expBIE (paragraf 2.6.1).

2.7. Concluzii

Folosirea metodelor OOP în analiza geometriei rulmenților oscilanți cu role butoi pe două rânduri a condus la:

1. Definirea rulmentului radial oscilant cu role butoi pe două rânduri ca o clasă principală de funcții din care, prin derivare OOP, se poate descrie geometria oricărui alt tip de rulment
2. Prin derivarea proprietăților rolelor butoi simetrice se pot genera geometrii de role simetrice și asimetrice corespunzătoare diferitelor tipuri de rulmenți
3. Prin concatenare și derivarea proprietăților structurilor SRB-SRB se pot descrie elementele geometrice ale sistemelor de rulmenți.
4. O înaltă flexibilitate prin dezvoltarea unei singure unități de calcul pentru analiza unor diferite tipuri de rulmenți evită în acest fel generarea de programe individuale de calcul.
5. Permite verificarea datelor de intrare primite de la un furnizor (cazul compatibilității între unghiul de cale și jocul în rulmentul primitiv în cazul structurilor SRB-4PCBB).
6. Identifică parametrii care conduc la modificarea jocului funcțional în rulmenți sub efectul expansiunii centrifugale, a fretajului și a temperaturii de funcționare, în funcție de condițiile de rigiditate impuse inelelor structurii analizate
7. Anulează eventualele greșeli de calcul ale repartiției jocului în rulmenți (cazul jocului în rulmenții oscilanți și în rulmenții radial axiali cu bile prezentat de Harris în [1966, 1983, 1991]).
8. Se stabilesc soluțiile inițiale de deplasare ale inelelor și rolelor, utilizate în cazul calculului parametrilor cvasi-statici ai unui rulment sau / și sistem de rulmenți, (capitolul 4)
9. Stabilește elementele geometrice necesare calculului efectului de palier scurt (capitolul 6)
10. Calculul jocului minim între colivie și calea de rulare pe care se realizează ghidarea acesteia pentru a evita blocarea sau distrugerea coliviei pe calea de rulare.
11. Eextinderea metodei de analiză la structuri cum sunt șuruburile cu bile și sistemele de ghidare și translație lineare cu role sau bile.

CAPITOLUL 3.

Contribuții privind analiza cinematicii
structurilor SRB.

3. Modelarea parametrizată a cinematicii rulmenților.

Cunoscând geometria unei structuri de tip SRB și parametrii cvasi-statici se pot determina soluțiile inițiale ale vitezelor unghiulare corespunzătoare rolor și coliviilor structurii. Scopul acestui capitol este de a stabili algoritmi pentru determinarea parametrilor cvasi-dinamici ai unei structuri SRB. Totodată se urmărește dezvoltarea unei metode de calcul pentru determinarea unghiului care descrie vectorul viteză unghiulară al corpului de rostogolire (rolă sau bilă), utilizând principiul puterii minime consumate prin frecare.

3.1. Vitezele unghiulare ale rolor și coliviilor structurilor SRB, prima aproximare

Vectorul viteză unghiulară atașat axei de simetrie a unei role $\{\omega\}_j$ este: $\{\omega\}_j = \{\omega_b, \omega_s, \omega_g\}$ (3.1)

unde:

- ω_b descrie mișcarea principală de rostogolire a corpului de rostogolire;
- ω_s reprezintă componenta mișcării de spin. Vectorul ω_s are direcția perpendiculară pe direcția vectorului ω_b (componentele ω_b și ω_s sunt cuprinse în planul în care acționează sarcina axială);
- ω_g reprezintă componenta giroscopică. Împreună cu ω_g , ω_b și ω_s definesc un reper ortogonal.

Modulul vectorului viteză unghiulară a coliviei ω_c și componenta ω_b pot fi determinate în primă aproximație prin rezolvarea sistemului de ecuații 3.2 scris în baza egalării vitezelor absolute ale rolor și căilor de rulare.

$$\begin{cases} \omega_c \cdot \left(\frac{dm}{2} + \frac{dw}{2} \cos(\beta) \right) - \omega_b \cdot \frac{dw}{2} \\ \omega_c \cdot \left(\frac{dm}{2} - \frac{dw}{2} \cos(\alpha) \right) + \omega_b \cdot \frac{dw}{2} \end{cases} = \begin{cases} \omega_e \cdot \left(\frac{dm}{2} + \frac{dw}{2} \cos(\beta) \right) \\ \omega_i \cdot \left(\frac{dm}{2} - \frac{dw}{2} \cos(\alpha) \right) \end{cases} \quad (3.2)$$

→

$$\omega_c = \frac{\omega_i \cdot \left(\frac{dm}{2} - \frac{dw}{2} \cos(\alpha) \right) + \omega_e \cdot \left(\frac{dm}{2} + \frac{dw}{2} \cos(\beta) \right)}{dm + \frac{dw}{2} \cdot (\cos(\beta) - \cos(\alpha))} \quad (3.3a)$$

$$\omega_b = \frac{(\omega_i - \omega_c) \cdot (dm - dw \cos(\alpha))}{dw} \quad (3.3b)$$

α : reprezintă unghiul de contact dintre o rolă și calea de rulare interioară

β : reprezintă unghiul de contact dintre o rolă și calea de rulare exterioră

În funcție de tipul structurii SRB unghiurile α și β au valorile:

Tipul structurii		
SRB-4PCBB; SRB-RAX	SRB-SRB	SRB-TRB
SRB-CARB; SRB-CRB	SRB-OB	SRB-SRB cu role asimetrice
$\alpha = \beta = 0$	$\alpha = \beta$	$\alpha \neq \beta$

Pentru structurile SRB-OB, SRB-4PCBB și SRB-RAX mișcările giroscopice și de spin pot fi considerate mișcări complete. În cazul rulmenților cu role mișcările giroscopice și de spin sunt incomplete fiind denumite skew-ing longitudinal și transversal (ex. unghiul ULRC, cap 2). Deplasarea relativă a rolor în raport cu căile de rulare este descrisă de vectorii viteză de alunecare și de viteza medie de rostogolire.

3.2. Determinarea vitezelor de alunecare. Model de calcul.

Din punct de vedere OOP „viteza de alunecare” este reprezentată printr-un vector, LISTA. Mecanic, are semnificația deplasării relative a suprafețelor comune a două corpuri (aflate în contact). Se notează $P(x_p, y_p)$ un punct din domeniul de contact. Pentru un punct P de pe domeniul de contact dat, vectorul „viteză absolută”, V_p , este prezentat în figura 3.1 și are expresia (3.4).

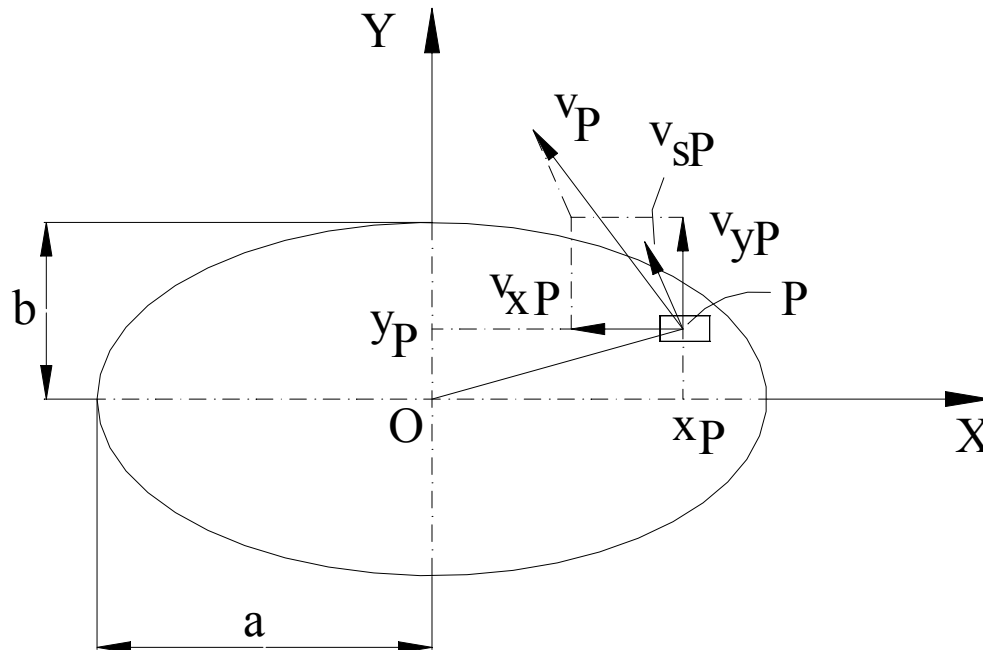


Fig. 3.1. Componentele vectorului viteză absolută a unui punct din zona de contact

$$\vec{V}_p = \vec{V}_{sP} + \vec{V}_{yP} + \vec{V}_{xP} \quad (3.4)$$

în care :

$$V_{sP} = \omega_s \cdot r$$

$\omega_s \rightarrow$ componenta de spin (skew) a vitezei unghiulare

$r \rightarrow r = OP$

$V_{yP} \rightarrow$ vectorul viteză în direcția de înaintare

$V_{xP} \rightarrow$ vectorul viteză în direcție perpendiculară pe direcția de înaintare a copului considerat

Pentru determinarea vectorului viteză unghiulară al unei role SRB trebuie să se cunoască :

- parametrii cvasi-statici (PCS) ai contactului $(r, j) \rightarrow$ (cap. 4)
- tipul structurii \rightarrow (cap 2)
- unghiul vectorului viteză unghiulară (notat S) (figura 3.2)

3.2.1. Componentele vectorului viteză unghiulară al unei role SRB

Pentru determinarea direcției vectorului viteză unghiulară al unei role, [Kawamura, 1990] introduce ipoteza ghidării rolei pe una din căile de rulare, direcția vectorului fiind dată de relațiile (3.5), în funcție de tipul de ghidare considerat. Astfel,

$$\text{➤ ghidare pe exterior: } \rightarrow \text{tg}(S) = \sin(\alpha_e) / [\cos(\alpha_e) + \gamma'] \quad (3.5a)$$

$$\text{➤ ghidare pe interior: } \rightarrow \text{tg}(S) = \sin(\alpha_i) / [\cos(\alpha_i) - \gamma'] \quad (3.5b)$$

Pentru cazul rulmentilor cu bile (SRB-RAX), Dusserre T. și Nélias D. [1994]- Nelias D [1999] au

dovedit că relațiile 3.5 nu sunt corecte. Autorii citați au propus metoda partajării controlului bilei pe cele două căi de rulare. Dacă în cazul structurilor SRB-RAX, ipoteza ghidării ar putea reprezenta o soluție aproximativă, atunci se pune întrebarea, cum se procedează în cazul structurilor de tip SRB-4PCBB, prezentate în figura 3.2.

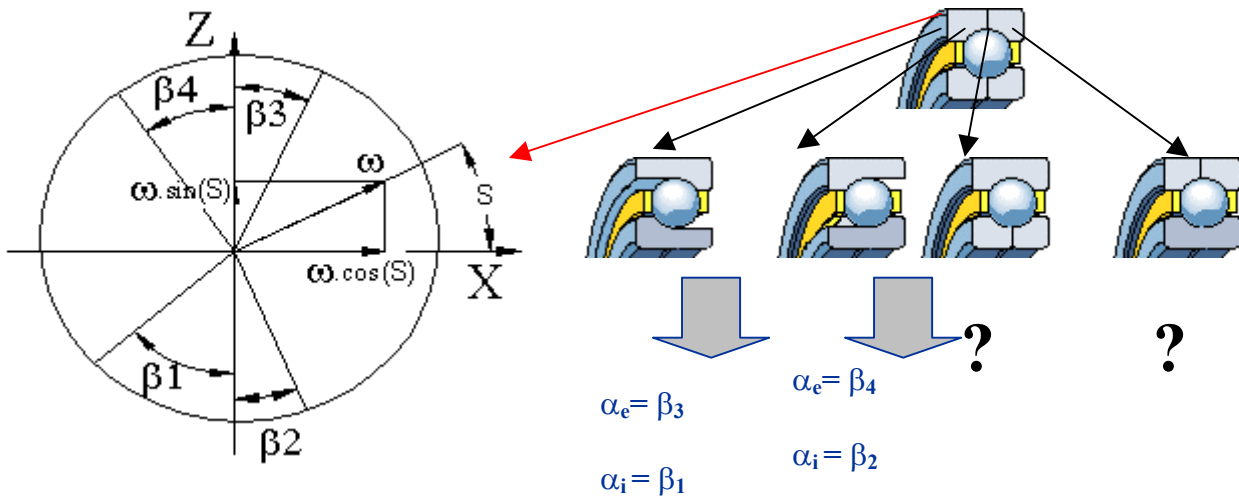


Fig. 3.2. Elemente necesare determinării unghiului vitezei unghiulare al unei role (bile)

Metoda utilizată în continuare pentru determinarea unghiului (S) constă în minimizarea energiei consumate prin frecare la nivelul celor „idx” contacte și presupune proiectarea vectorului viteză unghiulară pe direcțiile unghiurilor de contact β_{idx} , exprimarea componentelor vectorilor viteze de alunecare ale suprafețelor în contact și rezolvarea ecuației:

$$\boxed{\frac{\partial Pf}{\partial S} = 0.} \quad (3.6)$$

unde :

Pf → reprezintă suma puterilor consumate prin frecare la nivelul celor „idx” contacte

Componentele mișcării de rostogolire și respectiv de spin rezultă prin proiectarea vectorului viteză unghiulară al rolei, ω_w , pe direcția unghiurilor β_{idx} folosind matricea de rotație a vectorului $\{\omega\}_j$ astfel:

$$\begin{bmatrix} \cos(u_{idx}) & 0 & \sin(u_{idx}) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(u_{idx}) & 0 & \cos(u_{idx}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \cdot \sin(S) \\ 0 \\ \omega \cdot \cos(S) \end{bmatrix} \quad (3.7a)$$

și

$$\{u\}_{idx} = \{-\beta_1, \beta_2, -\beta_3, \beta_4\} \quad (3.7b)$$

3.2.2. Determinarea vitezelor absolute ale corpurilor în contact

În cazul structurilor de tip SRB cu role, determinarea componentelor giroscopice și de spin ale vitezei unghiulare a rolei se realizează din condiții de echilibru cvasi-dinamic, mișcările giroscopice și de spin fiind limitate de geometria structurii, de momentul geometric de blocare, de parametrul ULRC etc. În acest caz $\omega_{sidx}=0$. Parametrii geometrici necesari pentru exprimarea vitezelor de alunecare ai unui punct $P(\xi, \zeta)_{i,e}$ aparținând domeniului de contact rolă cale de rulare exterioară (figura. 3.3) sau interioară (figura. 3.4) sunt exemplificați în cazul unei structuri SRB-SRB.

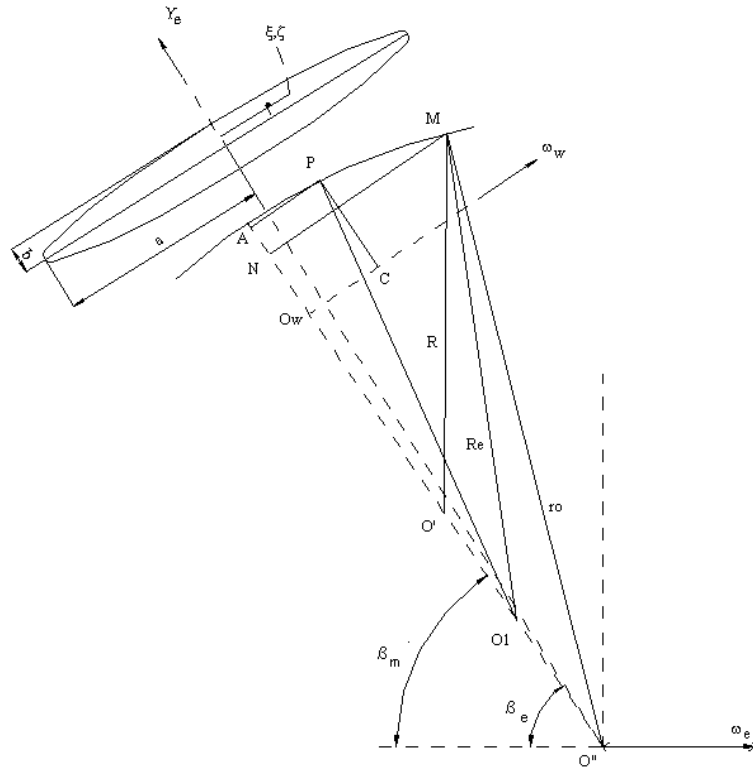


Fig.3.3. Elemente geometrice necesare determinării vitezei de alunecare la nivelul contactului rolă cale de rulare exterioară pentru structura SRB-SRB.

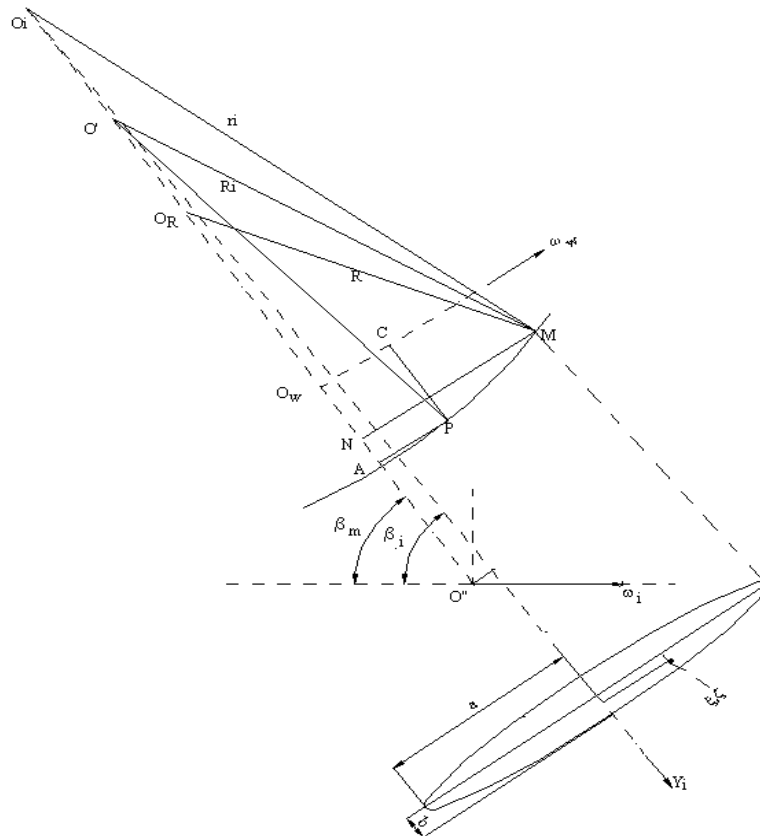


Fig.3.4. Elemente geometrice necesare determinării vitezei de alunecare la nivelul contactului rolă cale de rulare interioară.

Pentru un contact „idx” se notează $\{V_{C_{P,idx}}\}$ și $\{V_{W_{P,idx}}\}$ vectorii care descriu vitezele absolute a unui

punct aparținând căii de rulare „c” și rolei „w” Expresiile componentelor pe direcția de înaintare a celor doi vectori sunt date de relațiile (3.8)

$$\{Vw_{P,idx}\}_Y = A_{idx} \cdot \omega r_{idx} + \xi \cdot \omega s_{idx} \cdot sduz_{idx} \quad (3.8a)$$

$$\{Vc_{P,idx}\}_Y = \left[\frac{dm}{2} sduz_{idx} \cdot A_{idx} \cdot \cos(\hat{\alpha}_{j,idx}) - \xi \cdot \sin(\beta_{idx}) \cdot sduz_{i'} \cdot sdux_{i'} \right] (\dot{u}_{idx} - \dot{u}_c \cdot sduz_{idx}) \quad (3.8b)$$

în care:

$$A_{idx} = \left[\sqrt{Rech_{idx}^2 - a_{idx}^2} - R + \frac{Dw}{2} + \sqrt{\left(\frac{Dw}{2}\right)^2 - \xi^2} - \sqrt{\left(\frac{Dw}{2}\right)^2 - a_{idx}^2} \right] \quad (3.9a)$$

$$Rech_{i,e} \dots = Rech_{idx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(R - \sqrt{R^2 - a_{idx}^2} - \delta_{idx} / 2)^2 + a_{idx}^2}{R - \sqrt{R^2 - a_{idx}^2} - \delta_{idx} / 2} \quad (3.9b)$$

R - reprezintă raza de curbură a rolei;

r_{idx} - reprezintă raza de curbură a profilului căii de rulare;

a_{idx}, δ_{idx} , reprezintă lungimea semiaxe mari de contact și respectiv deformația de contact;

$\xi = \xi_{idx} \in [-a_{idx}, +a_{idx}]$

$\omega_{idx} \rightarrow \{\omega_i, \omega_r, \omega_e, \omega_e\}$

$$\omega r_{idx} = \omega \cdot \cos(u_{idx} - S) \quad (3.9c)$$

$$\omega s_{idx} = \omega \cdot \cos(S - u_{idx}) \quad (3.9c)$$

În figurile 3.5 și 3.6 se prezintă graficul funcției care descrie raza corpului deformat, considerând efectul parametrilor de contact. Funcția satisface datele prezentate în Harris [1991] tinzând la valoarea 2.

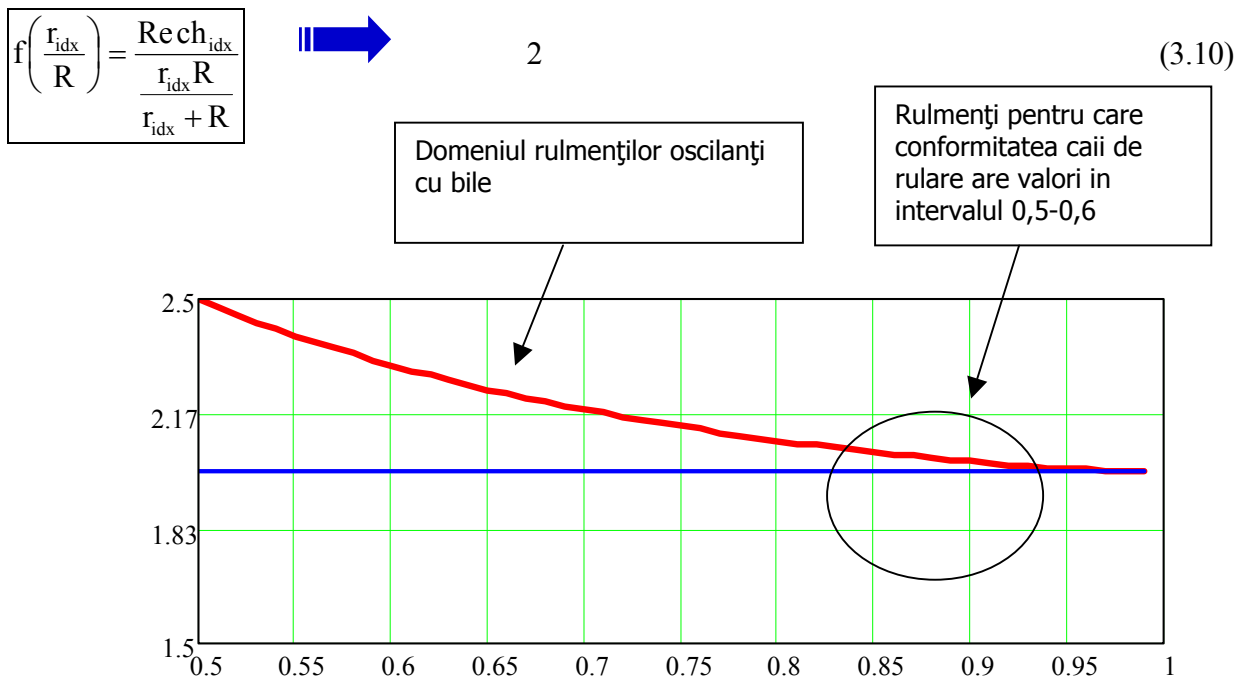


Fig.3.5. Graficul funcției 3.10

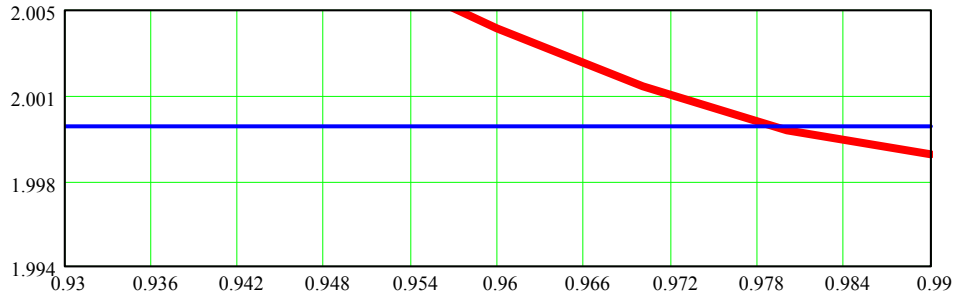


Fig.3.6. Evoluția funcției 3.10 pentru cazul rulmenților radial axiali cu bile și pentru rulmenții cu role, cu o singură rază generatoare

3.2.3. Criteriul puterii minime consumate prin frecare

Viteza de alunecare este un vector și se definește ca fiind diferența vectorilor $\{V_{c_{p,idx}}\}$ și $\{V_{w_{p,idx}}\}$. În funcție de PCS (cap.4) expresia vectorul viteză de alunecare este dată de relația:

$$Val_{p,idx} = [\{V_{c_{p,idx}}\} - \{V_{w_{p,idx}}\}] \cdot T_{idx} \cdot sduz_{idx} \quad (3.11)$$

unde:

- $T_{idx}=0$ dacă $Q_{idx}=0$
- $T_{idx}=1$ dacă $Q_{idx}>0$

Pentru rola (r,j) având idx contacte, ecuația 3.6 devine:

$$\frac{\partial Pf}{\partial S} = \frac{\partial Px}{\partial S} + \frac{\partial Py}{\partial S} = 0 \quad (3.12a)$$

⇔

$$\frac{\partial P}{\partial S} = \frac{wb \cdot \sum_{idx=1}^4 T_{idx} \cdot \sum_{\xi=-a}^a [B(idx) \cdot (A_{idx,\xi} \cdot \sin(-u_{idx} + S) - \xi \cdot \cos(-u_{idx} + S) \cdot sduz_{idx}) \cdot q_{idx,\xi} \cdot \mu_{idx}] +}{wb \cdot \sum_{idx=1}^4 Q_{idx} \cdot b_{idx} \cdot \mu_{idx} \cdot T_{idx} \cdot \cos(-u_{idx} + S) \cdot \left(\frac{|\sin(-u_{idx} + S)|}{\sin(-u_{idx} + S)} \right)} \quad (3.12b)$$

unde :

$$B(idx) = \frac{|V_{c_{p,idx}} - [A_{idx,x} \cdot \cos(-u_{idx} + S) + \xi \cdot \sin(-u_{idx} + S) \cdot sduz_{idx}] \cdot wb|}{|V_{c_{p,idx}} - [A_{idx,x} \cdot \cos(-u_{idx} + S) + \xi \cdot \sin(-u_{idx} + S) \cdot sduz_{idx}] \cdot wb|} \quad (= +1 \text{ sau } -1)$$

$$P = \sum_{idx=1}^4 T_{idx} \cdot \sum_{\xi=-a}^a [\mu_{idx,\xi} \cdot |Val_{p,idx}| \cdot q_{idx,\xi}] + \sum_{idx=1}^4 Q_{idx} \cdot b_{idx} \cdot \mu_{idx} \cdot T_{idx} \cdot |\cos u_{idx}|$$

$$Q_{idx} = \sum_{\xi=-a}^a \sigma_{\xi} \cdot \frac{\pi \cdot a_{idx} \cdot b_{idx}}{NSa \cdot 1,17794} = \sum_{\xi=-a}^a q_{idx,\xi}$$

$$\sigma_{\xi} = \frac{Q_{idx} \cdot 1,5}{\pi \cdot a_{idx} \cdot b_{idx}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{a_{idx}} \right)^2}$$

$q_{\xi,idx}$ este sarcina distribuită în contactul idx (cap 4)

$\mu_{\xi,idx}$ este coeficientul de frecare în zona contactului idx , (cap 6)

3.2.4. Distribuția vitezei de alunecare pentru diferite tipuri de structuri cu contacte punctuale. Exemple.

În cazul structurilor SRB-CARB și SRB-RAX încărcate cu sarcină pur radială, pentru diverse valori ale turației rolei, viteza de alunecare poate avea distribuția prezentată în figura 3.7.

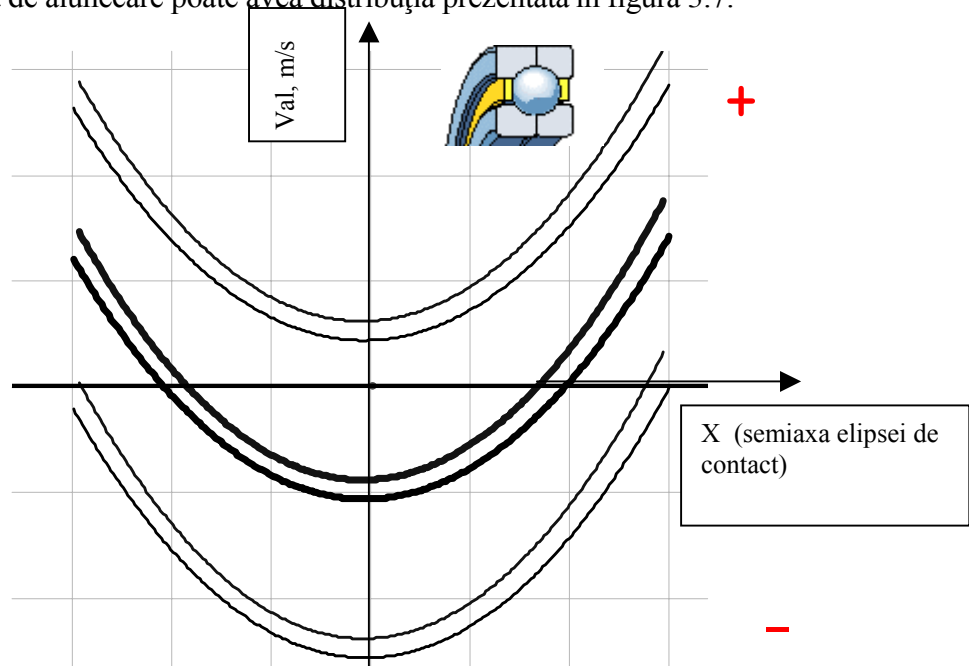
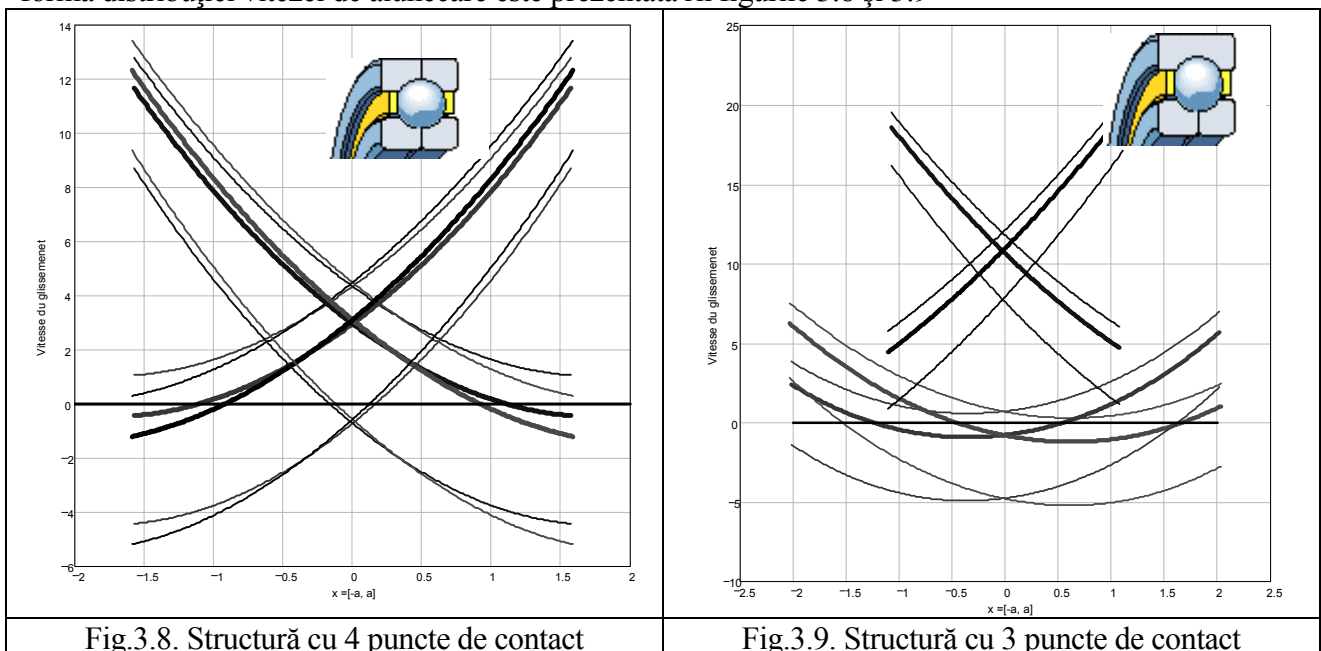


Fig.3.7. Forma variației vitezei de alunecare (V_{al}) pentru structurile SRB-CARB și SRB-RAX încărcate pur radial

Forma vitezei de alunecare prezentată în figura 3.7, este dată de lipsa componentei de spin a vitezei unghiulare a bilei. Se observă că pot exista în acest caz două puncte de rostogolire pură, situate simetric față de axa elipsei de contact.

În cazul structurilor SRB-4PCBB-123, SRB-4PCBB-134 și SRB-4PCBB-1234 încărcate pur radial forma distribuției vitezei de alunecare este prezentată în figurile 3.8 și 3.9



Diagramele trasate în figurile 3.8 și 3.9 reprezintă evoluția vitezei de alunecare la nivelul contactelor

structurii și sunt trasate pentru trei valori diferite ale vitezei unghiulare a bilei.

În figura 3.10 se prezintă variația puterii consumate prin frecare și soluția ecuației 3.12, în funcție de valoarea unghiului (S). Analiza este efectuată în cazul unei structuri SRB-4PCBB-1234 încărcată inițial cu sarcină radială și careia i se impun diferite deplasări axiale, descrise de parametru dx .

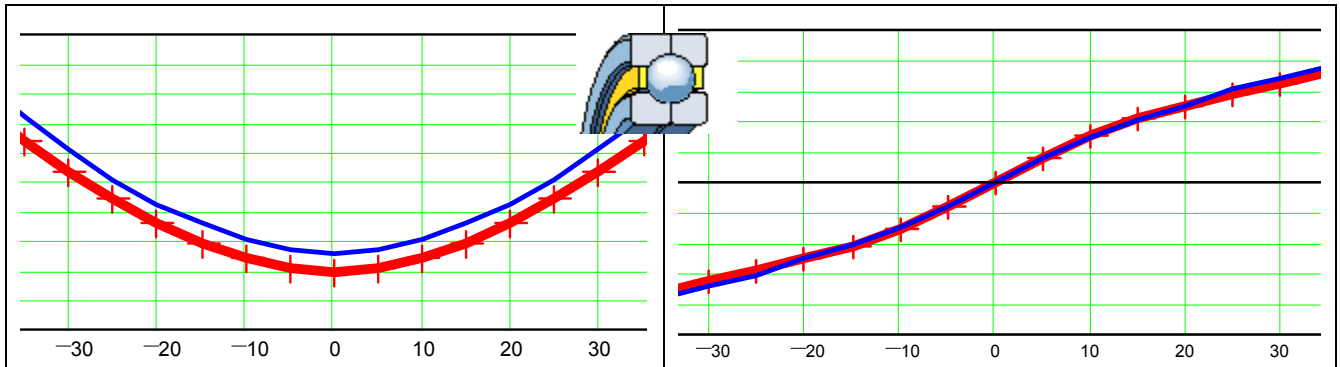


Fig.3.10a. Evoluția puterii consumate prin frecare și forma legii de variație a ecuației 3.12 pentru $dx=0$

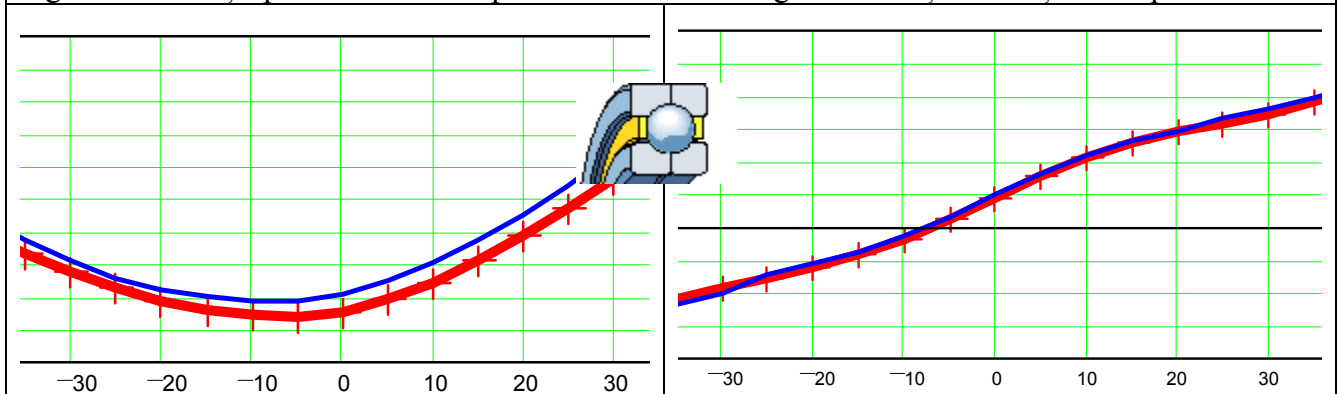


Fig.3.10b. Evoluția puterii consumate prin frecare și forma legii de variație a ecuației 3.12 pentru $dx<0$

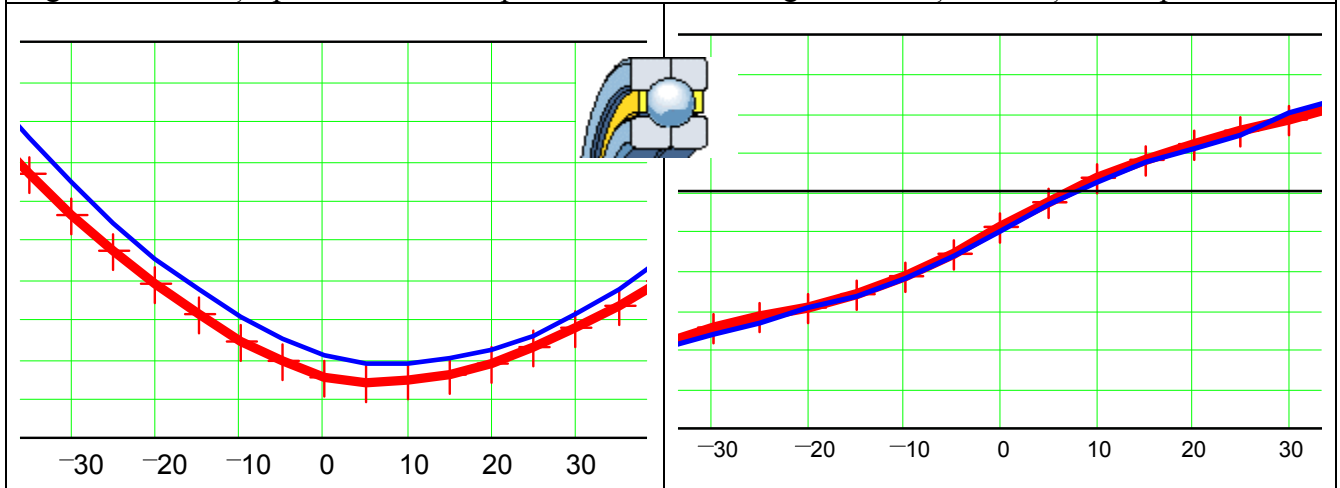


Fig.3.10c. Evoluția puterii consumate prin frecare și forma legii de variație a ecuației 3.12 pentru $dx>0$

Din analiza figurilor 3.10 rezultă că dP/dS trece prin valoarea zero pentru valoarea unghiului (S) care corespunde unui minim de putere consumată prin frecare. Valorile pozitive și respectiv negative prezentate ca soluție a ecuației 3.12 sunt determinate de semnul deplasării axiale și sugerează schimbarea sensului vitezei unghiulare de spin al bilei. Pentru o structură SRB-SRB, forma vitezei de alunecare la nivelul elipsei de contact este prezentată în figura 3.11.

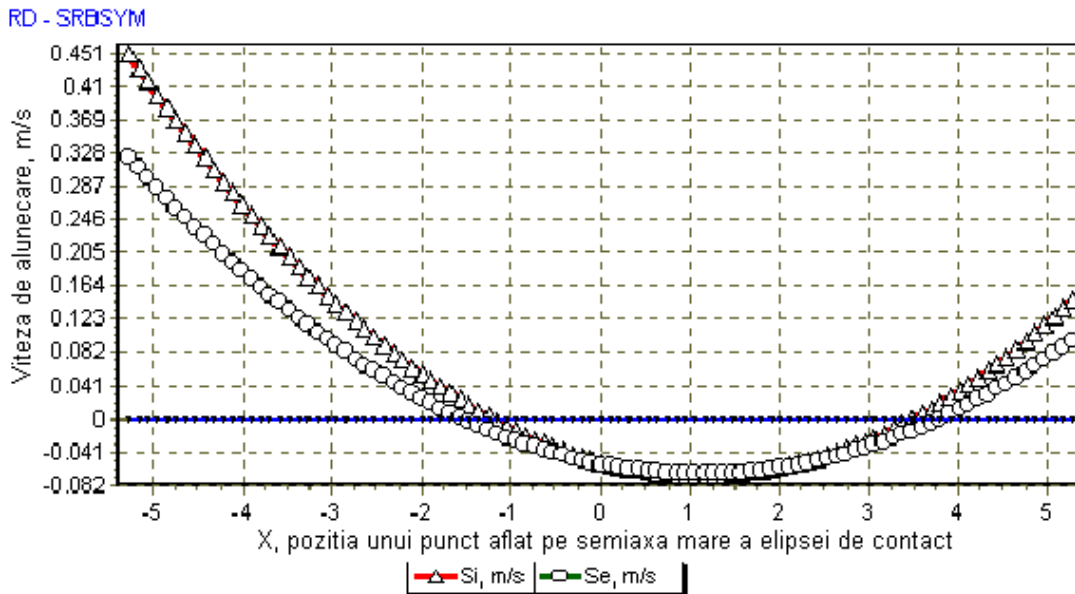


Fig.3.11. Evoluția vitezei de alunecare pentru o rolă SRB

3.3. Validarea algoritmului de calcul

Pentru validarea algoritmului de calcul s-au considerat două geometrii de structuri SRB-4PCBB, pentru care geometria funcțională este prezentată în anexa 4, tabelul A4.1. Condițiile de lucru sunt:

- Lubrifiant : Oil Mobil Jet II (având proprietățile prezentate în paragraful 5.1);
- Debit de lubrifiant: $Q_h = 3 \text{ l/h}$;
- Temperatură de intrare a lubrifiantului: $T = 120 \text{ }^\circ\text{C}$;
- Turație inel interior: $\omega_i = 60000 \text{ rpm}$;
- Ghidare colivie : pe inelul exterior.

Pentru sarcina radială nulă, variația sarcinii axiale modifică viteza de alunecare și turația coliviei după cum este prezentat în figurile 3.12 (cazul structurii SRB-4PCBB-13)

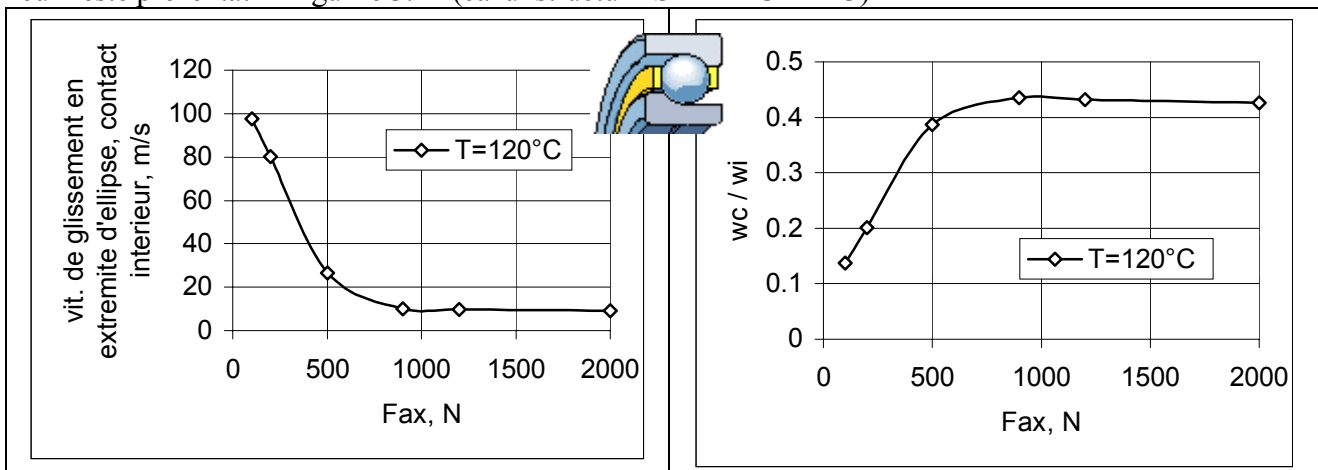


Fig.3.12. Efectul sarcinii axiale asupra vitezei de alunecare și a turației coliviei pentru structura SRB-4PCBB-13

Diagramele de variație din figura 3.12 au fost obținute prin rularea programului BB20.

Pentru sarcina axială este nulă și temperatura de funcționare $T = 150 \text{ }^\circ\text{C}$, turația coliviei variază în

funcție de sarcina radială aplicată după diagrama prezentată în figura 3.13.

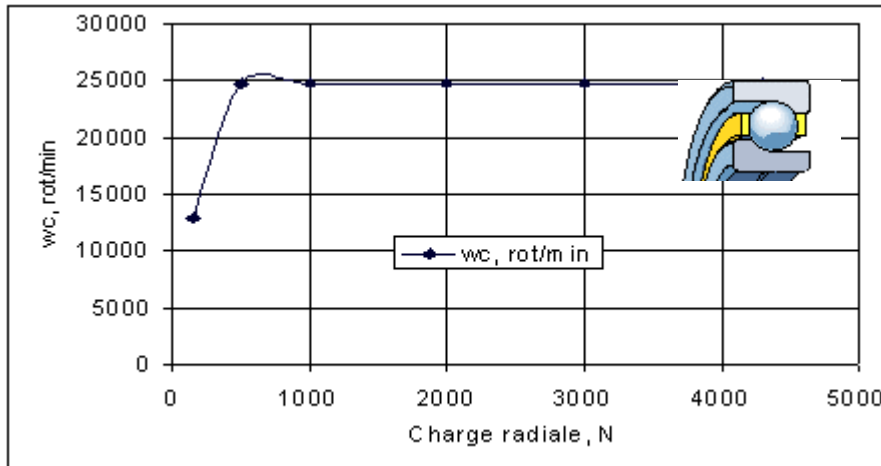


Fig.3.13. Efectul modificării sarcinii radiale asupra valorii calculate a turației coliviei pentru structura SRB-4PCBB-13

Rezultatele obținute prezintă o bună concordantă cu datele experimentale obținute de Nelias D. [1989].

3.4. Concluzii

Pentru analiza parametrilor cinematici ai unei structuri SRB trebuie să se cunoască :

- parametrii geometrici ai structurii (cap 2)
- parametrii cvasi-statici ai contactelor rolă – căi de rulare (cap 4).
- parametrii lubrifianului (cap.5)
- tipul de ghidare al coliviei (cap.6)

Din analiza datelor teoretice prezentate pe parcursul acestui capitol, rezultă:

1. Ipoteza ghidării bilei în forma propusă de Kawamura, [1990] nu este corectă în special pentru condiții de turație ridicată și nu poate fi aplicată rulmenților cu cale de rulare sectionată.
2. Aproximarea razei echivalente a contactului deformat în forma prezentată de Harris, [1966, 1983, 1991] nu este general valabilă. În cazul rulmenților oscilanți cu bile (pentru contactul bila - cale de rulare exterioară) raza echivalentă a corpului deformat reprezintă raza cercului care trece prin extremitățile axei mari a elipsei de contact și prin mijlocul distanței generate de interferența geometrică bilă – cale de rulare, ecuația (3.9b).
3. Direcția vectorului viteză unghiulară al bilei se obține folosind ipoteza minimizării puterii consumate prin frecare (relația 3.12)

CAPITOLUL 4.

Analiza parametrilor cvasi-statici ai
structurilor SSRB.

4. Modelarea parametrilor cvasi-statici.

Studiul prezentat în acest capitol a urmarit elaborarea unui model de calcul al parametrilor cvasi-statici (PCS) ai unei suprastructuri SSRB.

Metoda utilizată de în determinarea PCS, se bazează pe în determinarea deplasării centrului de masă al rolei (bilei), notat DCMR. Modelul de calcul dezvoltat, permite analiza unitară a contactelor de tip punctual și punctual modificat (contacte neherziene) folosind o modalitate de descriere de tip OOP.

4.1. Gradele de libertate ale unei structuri SSRB (sistem de rulmenți).

Prin intermediul clasei de funcții tip de contact (contact hertzian sau neherzian) parametrii cvasi-statici care definesc funcționarea unui rulment și din punct de vedere (OOP) sunt incluși în structura arborescentă SSRB (cap. 2). În figura 4.1 este prezentat un exemplu de structură SSRB, construită folosind programul de calcul SSRB-SYM. În figura 4.2 sunt prezentate gradele de libertate ale structurii.

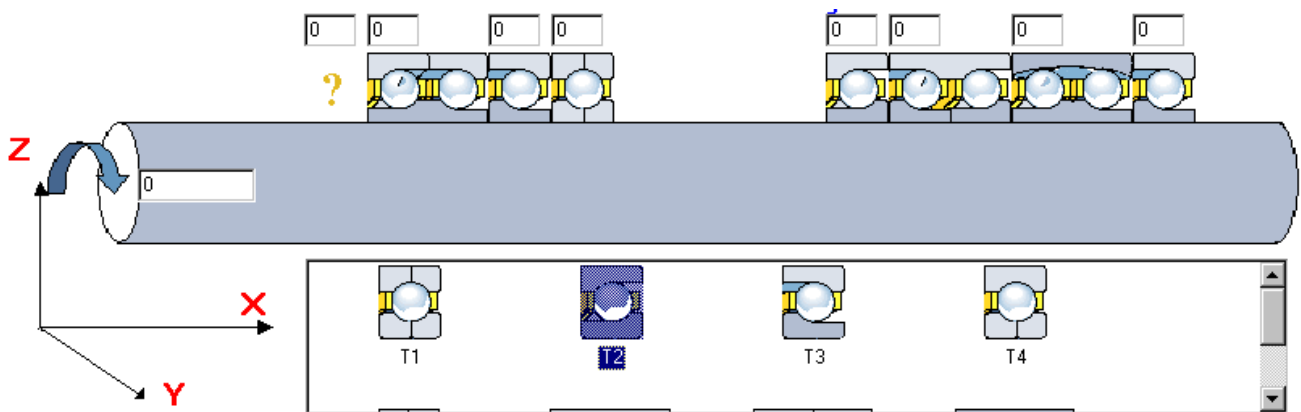


Fig.4.1. Tipuri de structuri analizate de programul SSRB-SYM

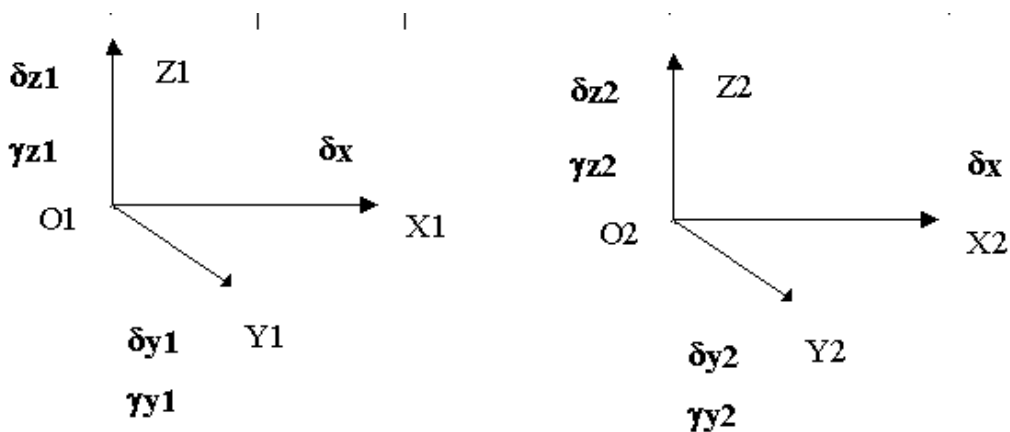


Fig.4.2. Grade de libertate ale structurii SSRB

Acțiunea unei sarcini externe $\{E\} = \{ F_{x_{ext}}, F_{z_{ext}}, F_{y_{ext}}, M_{z_{ext}}, M_{y_{ext}} \}$ asupra sistemului de rulmenți produce la nivelul celor două paliere vectori de încărcare specifici care trebuie să satisfacă relațiile sarcină-deformație. Sarcinile repartizate celor două paliere sunt notate $\{F\}_{pa}$ având componentele: $\{F\}_{pa} = \{F_x, F_z, F_y, M_z, M_y\}_{pa}$. Ansamblul de forțe din sistem și condiția de legătură funcțională asigurată de arbore se transcrie matematic prin intermediul unui vector deplasare având în total 9 componente, concatenate în vectorul $\{\delta\}_{SSRB}$ astfel:

$$\{\delta\}_{SSRB} = \{\delta x, \delta z_1, \delta y_1, \gamma z_1, \gamma y_1, \delta z_2, \delta y_2, \gamma z_2, \gamma y_2\} \quad (4.1)$$

în care:

- δx = deplasarea axială comună (condiția de legătură), în lungul axei OX
- $\delta z_1, \delta z_2$ = deplasările în lungul axelor $O_1 Z_1$ și respectiv $O_2 Z_2$
- $\delta y_1, \delta y_2$ = deplasările în lungul axelor $Y_1 Z_1$ și respectiv $O_2 Y_2$
- $\gamma z_1, \gamma z_2$ = deplasarea unghiulară în jurul axelor $O_1 Z_1$ și respectiv $O_2 Z_2$
- $\gamma y_1, \gamma y_2$ = deplasarea unghiulară în jurul axelor $Y_1 Z_1$ și respectiv $O_2 Y_2$

NOTA: componentele γ sunt exprimate în raport cu centrul geometric al palierului „pa”. Această metodă a fost adoptată și de Hauswald T, [1998, A,B], Houpert L, [1997 și 1998] în cadrul programului SYSx, - TIMKEN France.

4.2. Echilibrul structurii arbore - SSRB

Componentele vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$ se determină prin rezolvarea ecuațiilor de echilibru ale structurilor SRB individuale incluse în cele două paliere (vezi „arhitectura structurilor SSRB”, cap. 2). Pentru aceasta trebuie determinate componentele vectorilor $\{F\}_{pa=1}$ și respectiv $\{F\}_{pa=2}$ care însă depind de geometria internă, de jocul structurilor SRB incluse și de rigiditatea arborelui, Fabien B, [2002], Hauswald T, [1998], Bercea I, [2002]. Ecuațiile de echilibru ale structurii arbore - SSRB sunt :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{pa} \sum_{nrp} F_x(pa, nrp) = F_{x_{ext}} \\ \sum_{pa} \sum_{nrp} F_z(pa, nrp) = F_{z_{ext}} \\ \sum_{pa} \sum_{nrp} F_y(pa, nrp) = F_{y_{ext}} \\ \sum_{pa} Mz_{pa} - v.(Mc_{z_{p1}} + Mc_{z_{p2}}) = Mz_{ext} \\ \sum_{pa} My_{pa} - v.(Mc_{y_{p1}} + Mc_{y_{p2}}) = My_{ext} \end{array} \right. \quad (4.2)$$

unde :

$v = 0$ sau 1 în funcție de tipul de analiză considerat (paragraful 4.2.1)

$Mc_{z_{p1, p2}}$ și $Mc_{y_{p1, p2}}$ reprezintă momentul intern al rulmentului datorat asimetriei distribuției de sarcină

4.2.1. Tipuri de analize

În ecuațiile (4.2) s-a introdus un coeficient „v” în funcție de care se decide tipul de analiză corespunzător palierului și respectiv structurii. Astfel, se disting două metode de analiză:

A. Metoda de analiză de tip FEM, care presupune calculul PCS cu considerarea efectului asimetriei distribuției de sarcină, adică a momentelor interne ale celor două paliere. Această metodă corespunde unei analize de tip 5 DOF la nivelul palierelor și de tip 9 DOF la nivelul sistemului arbore – SSRB. În acest caz $v=1$. (Prin DOF se înțelege „degree of freedom”, adică grad de libertate).

B. Metodele de analiză clasice presupun pentru determinarea componentelor $\{F\}_i$ și $\{F\}_j$ rezolvarea ecuațiilor de echilibru de forțe și momente ale arborelui și calcularea rotirii în reazem doar din considerente de rezistența materialelor, fără considerarea tipului de structură SRB. În acest caz „ $v=0$ ” și corespunde la nivelul palierului la o analiză de tip 3 DOF iar la nivelul sistemului arbore - SSRB la o analiză 5 DOF.

Determinarea componentelor $\{\delta\}_{SSRB}$ în cele două cazuri presupune rezolvarea unor sisteme de ecuații neliniare și are la bază scrierea matricei de rigiditate a sistemului arbore-SSRB.

$M_{SSRB} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Fx^*}{\partial x} & \frac{\partial Fx}{\partial dz1} & \frac{\partial Fx}{\partial dy1} & \frac{\partial Fx}{\partial yz1} & \frac{\partial Fx}{\partial \gamma y1} & \frac{\partial Fx}{\partial dz2} & \frac{\partial Fx}{\partial dy2} & \frac{\partial Fx}{\partial yz2} & \frac{\partial Fx}{\partial \gamma y2} \\ \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & \frac{\partial dz1}{\partial dz1} & \frac{\partial dy1}{\partial dy1} & \frac{\partial yz1}{\partial yz1} & \frac{\partial \gamma y1}{\partial \gamma y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & \frac{\partial dz1}{\partial dz1} & \frac{\partial dy1}{\partial dy1} & \frac{\partial yz1}{\partial yz1} & \frac{\partial \gamma y1}{\partial \gamma y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial My1}{\partial My1} & \frac{\partial My1}{\partial My1} & \frac{\partial My1}{\partial My1} & \frac{\partial My1}{\partial My1} & \frac{\partial My1}{\partial My1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & \frac{\partial dz1}{\partial dz1} & \frac{\partial dy1}{\partial dy1} & \frac{\partial yz1}{\partial yz1} & \frac{\partial \gamma y1}{\partial \gamma y1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial dz2}{\partial dz2} & \frac{\partial dy2}{\partial dy2} & \frac{\partial yz2}{\partial yz2} & \frac{\partial \gamma y2}{\partial \gamma y2} \\ \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} & \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} & \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} & \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial dz2}{\partial dz2} & \frac{\partial dy2}{\partial dy2} & \frac{\partial yz2}{\partial yz2} & \frac{\partial \gamma y2}{\partial \gamma y2} \\ \frac{\partial Mz2}{\partial Mz2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Mz2}{\partial Mz2} & \frac{\partial Mz2}{\partial Mz2} & \frac{\partial Mz2}{\partial Mz2} & \frac{\partial Mz2}{\partial Mz2} \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial dz2}{\partial dz2} & \frac{\partial dy2}{\partial dy2} & \frac{\partial yz2}{\partial yz2} & \frac{\partial \gamma y2}{\partial \gamma y2} \\ \frac{\partial My2}{\partial My2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial My2}{\partial My2} & \frac{\partial My2}{\partial My2} & \frac{\partial My2}{\partial My2} & \frac{\partial My2}{\partial My2} \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial dz2}{\partial dz2} & \frac{\partial dy2}{\partial dy2} & \frac{\partial yz2}{\partial yz2} & \frac{\partial \gamma y2}{\partial \gamma y2} \end{bmatrix}$	$M_{SSRB} = \begin{bmatrix} \frac{\partial Fx^*}{\partial x} & \frac{\partial Fx}{\partial dz1} & \frac{\partial Fx}{\partial dy1} & \frac{\partial Fx}{\partial dz2} & \frac{\partial Fx}{\partial dy2} \\ \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & \frac{\partial Fz1}{\partial Fz1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & \frac{\partial dz1}{\partial dz1} & \frac{\partial dy1}{\partial dy1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & \frac{\partial Fy1}{\partial Fy1} & 0 & 0 \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & \frac{\partial dz1}{\partial dz1} & \frac{\partial dy1}{\partial dy1} & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} \\ \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} & 0 & 0 & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} & \frac{\partial Fz2}{\partial Fz2} \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & 0 & 0 & \frac{\partial dz2}{\partial dz2} & \frac{\partial dy2}{\partial dy2} \\ \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} & 0 & 0 & \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} & \frac{\partial Fy2}{\partial Fy2} \\ \frac{\partial dx}{\partial dx} & 0 & 0 & \frac{\partial dz2}{\partial dz2} & \frac{\partial dy2}{\partial dy2} \end{bmatrix}$
Cazul v=1. (Analiză 5DOF/ palier, 9DOF/ arbore-SSRB)	Cazul v=0.

Componenta $M_{SSRB}[1,1]=\partial Fx^* / \partial dx$ este dată ca sumă de efecte ale deplasării axiale, dx, în direcție axială, la nivelul celor două paliere. Componentele individuale a matricei de rigiditate sunt prezentate în anexa 2, pentru scrierea matricei finale folosindu-se elementele prezentate în capitolul 2.

4.2.2. Rigiditatea ansamblului arbore-SSRB

În figurile 4.3 și 4.4 se prezintă două variante de încărcare ale unei structuri SSRB compusă din doi rulmenți de tip SRB-SRB. Distanța dintre centrele sistemelor de coordonate inerțiale atașate structurilor SRB_{idx} este descrisă de parametrul „L”. Punctul de aplicație al sarcinii externe, considerată a fi concentrată într-un punct, este descrisă de parametrul „a”

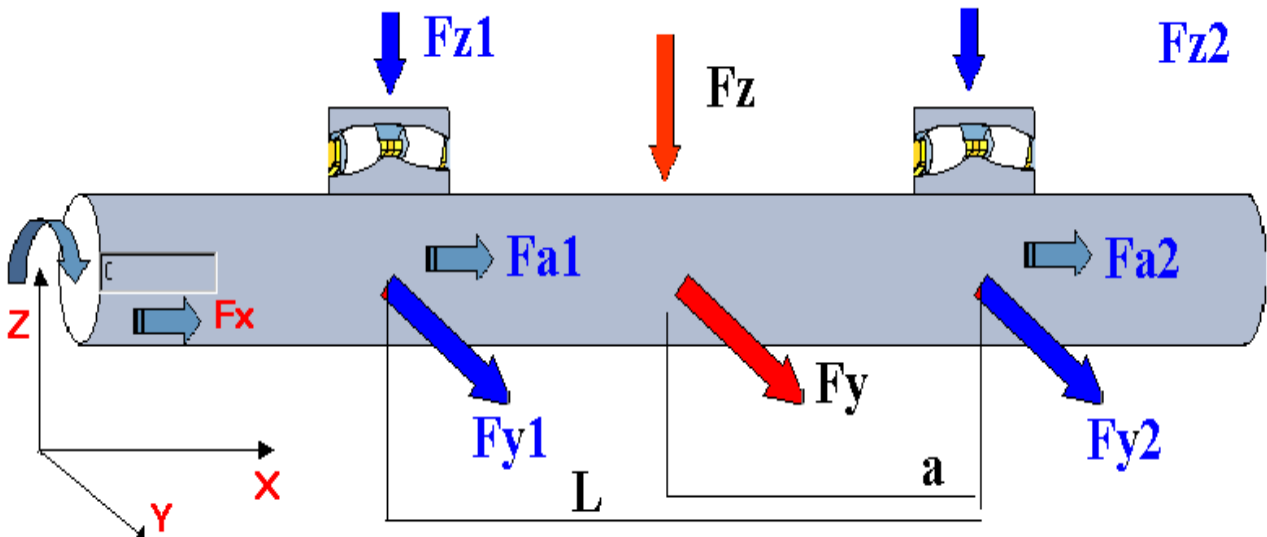


Fig.4.3. Exemplu de încărcare a unei structuri SSRB cu sarcină aplicată între cei doi rulmenți

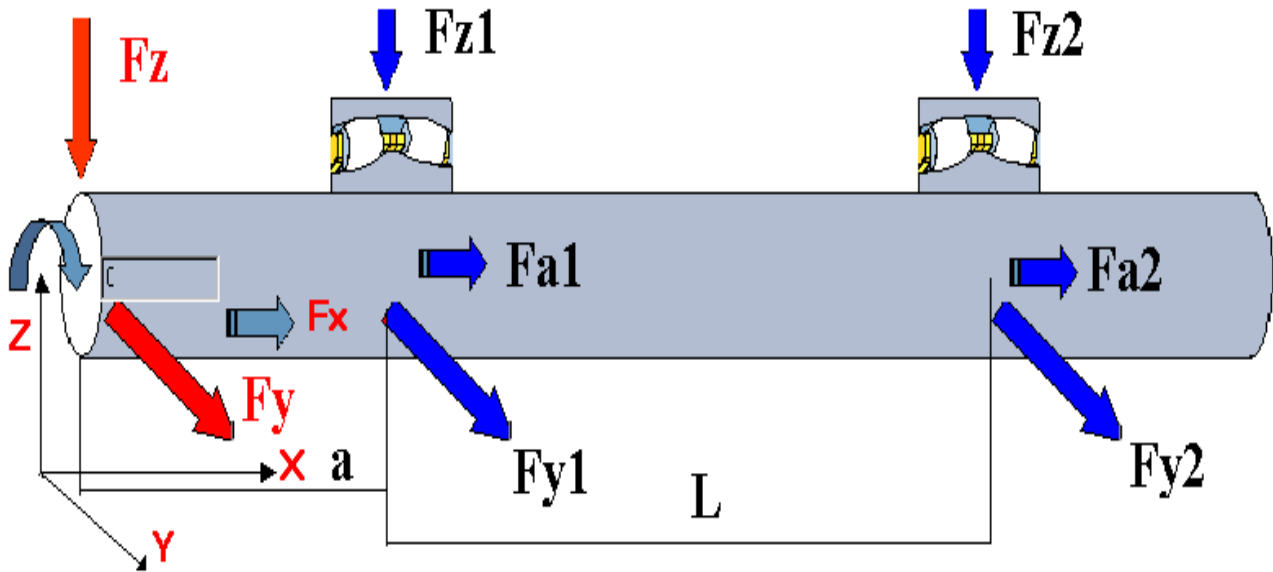


Fig.4.4. Exemplu de încărcare a unei structuri SSRB cu sarcină aplicată în exteriorul rulmenților

Determinarea PCS ai structurilor SSRB implică cunoașterea componentelor vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$ care rezultă prin utilizarea metodei Newton-Raphson în cadrul sistemului de ecuații 4.2. Ecuațiile de echilibru ale palierelor "pa" sunt:

$$\begin{aligned}
 F_{a_{pa}} &= \sum_{nrp} \sum_r \sum_{j=0}^{Z-1} \sum_{idx=1}^4 Q \cdot \sin(\beta) \cdot sdx \\
 F_{z, y_{pa}} &= \sum_{nrp} \sum_r \sum_{j=0}^{Z-1} \sum_{idx=1}^4 Q \cdot \cos(\beta) \cdot \cos, \sin(\psi) \cdot sdx \\
 M_{z_{pa}} &= \sum_{nrp} \sum_r \left[\sum_j \sum_{idx=1}^4 cF_x \cdot b_y \cdot sdx + \sum_j \sum_{idx=1}^4 cF_z \cdot b_x \cdot sdx \right] \\
 M_{y_{pa}} &= \sum_{nrp} \sum_r \left[\sum_j \sum_{idx=1}^4 cF_x \cdot b_z \cdot sdx + \sum_j \sum_{idx=1}^4 cF_y \cdot b_x \cdot sdx \right]
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

unde :

- Q – sarcina de contact rolă-cale de rulare $Q=Q(nrp,r,j,idx,tip,ux,uz)$
- β – unghiul de contact între rolă și calea de rulare $\beta=\beta(nrp,r,j,idx,tip,ux,uz)$
- ux,uz = deplasarea centrului de masă al rolei descrisă de parametrii (nrp,r,j,idx,tip)
- sdx,sdz = funcții de (tip, RIG) (cap 2)
- ψ – poziția unghiulară a rolei descrisă de parametrii $(nrp,r,j,\Delta\psi_{nrp,r})$
- $cF_x = Q \cdot \sin(\beta) \cdot sdx$ $cF_z, y = Q \cdot \cos(\beta) \cdot \cos, \sin(\psi)$
- $b_x = dw/2 \cdot \sin(\beta)$ $b_z, y = (dm/2 - sduz \cdot dw/2) \cdot \cos, \sin(\psi)$

4.2.3. Rigiditatea structurilor SSRB, compuse din două substructuri SRB-SRB.

În cazul structurilor de tip SRB-SBB, construcția internă a rulmentului permite introducerea rotirii în reazem ca valoare cunoscută, rezultată din condiții de rezistența materialelor, în acest caz „v=0”. În figurile 4.5 - 4.6 este exemplificată rigiditatea unei structuri SRB-SRB pentru diferite combinații de geometrii și încărcare.

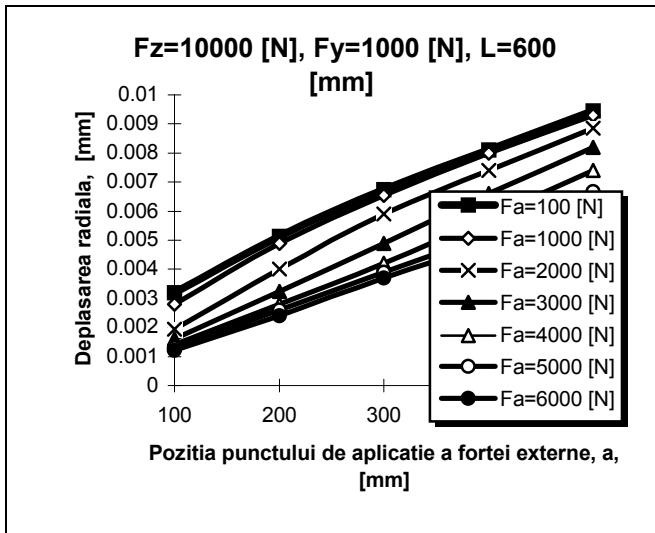


Fig. 4.5. Deplasarea radială în direcția axei Z pentru rulmentul "pa=1" în structura SSRB 22212C-22212C SRB, încărcată conform fig. 4.3

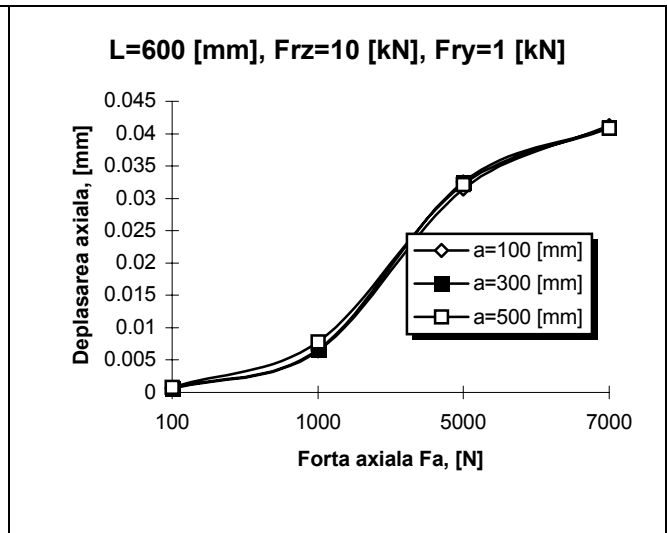


Fig. 4.6. Deplasarea axială a structurii SRB 22212C-22208C SRB în funcție de sarcina externă, aplicată conform figurii 4.3

Figurile 4.7 și 4.8, prezintă distribuția de sarcini, rezultată prin rezolvarea sistemului de ecuații 4.2 și a rigidității structurii SSRB 2x22308 pentru care $F_z=2$ kN, $F_y=3$ kN, $F_x=F_a=500$ [N]. În figura 4.7, distribuția de sarcină corespunde unei structuri încărcate conform figurii 4.3, pentru care $a=200$ [mm], $L=500$ [mm]. Pentru o încărcare aplicată conform figurii 4.4, în care $a=200$ [mm], $L=700$ [mm] distribuția de sarcină este prezentată în figura 4.8.

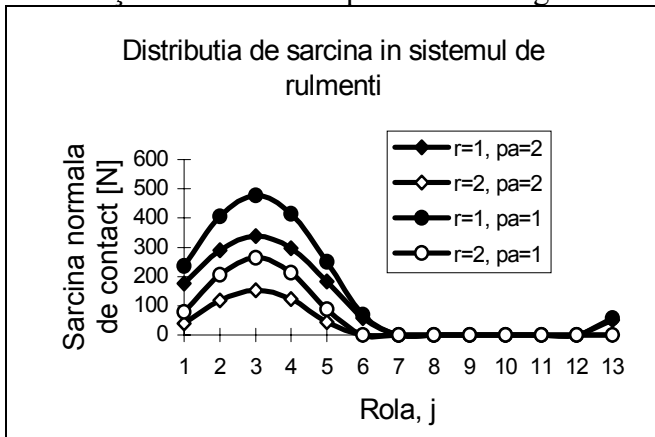


Fig. 4.7. Distribuția de sarcină în cazul unei structuri SSRB 2x22308, încărcat conform figurii 4.3

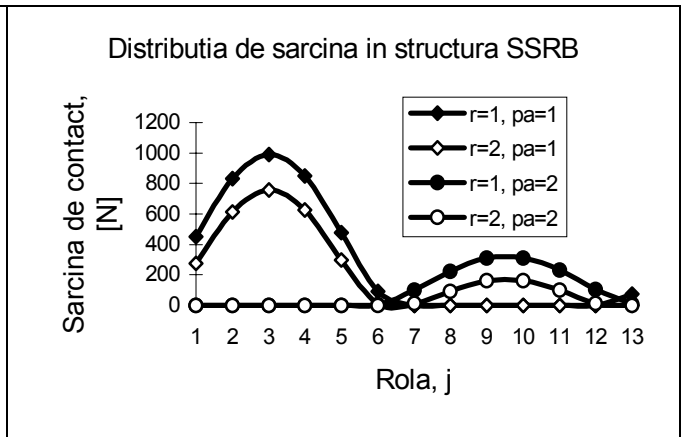


Fig. 4.8. Distribuția de sarcină în cazul unei structuri SSRB 2x22308, încărcată conform figurii 4.4.

Rezultatele numerice prezentate în figurile 4.5-4.8 au fost determinate considerând parametrul $\nu=0$, adică o valori impuse a rotirii rulmenților în reazeme. Forma distribuției de sarcină prezentată în figurile 4.7 și 4.8 regăsește efectul aplicării unei sarcini externe conform figurilor 4.3 și 4.4

4.3. Deplasarea centrului de masă al unei role SRB

Componentele vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$ sunt funcții de deplasările individuale ale celor $\sum_{pa} \sum_{nrp} r.j$ role. În funcție de tipul structurii SRB (rulment cu bile sau rulment cu role), numărul de componente care descriu deplasarea centrului de masă al rolei poate fi 2 sau 3 (vezi paragraful 4.8). Se notează în continuare DCMR vectorul care descrie deplasarea centrului de masă al unei role SRB descrisă de perechea (r,j) . Această deplasare depinde de tipul contactelor, de geometria internă și de componentele vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$.

4.3.1. Puncte caracteristice ale unei structuri SRB

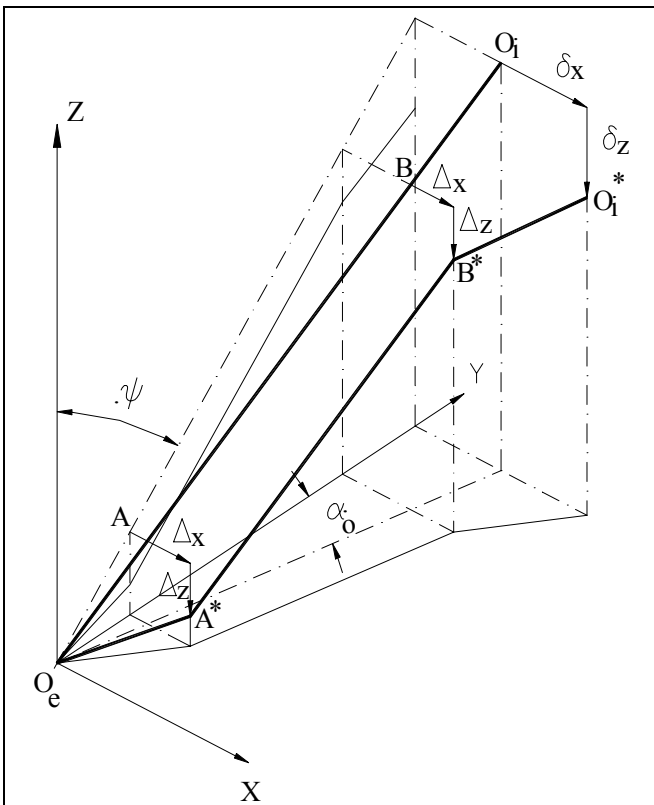


Fig. 4.9. Vectorilor $\{\delta\}$ și $\{\Delta\}$ pentru o rolă descrisă de parametrii (r,j) în cazul unei structuri SRB-SRB

Se definesc următoarele puncte caracteristice, figura 4.9.

O_i - centrul de curbură al inelului interior $O_i = O_i(\psi)$;

O_e - centrul de curbură al inelului exterior $O_e = O_e(\psi)$;

A,B - punctele care descriu poziția centrelor razelor de curbură ale rolei.

O_w - centrul de masă al rolei

“*” - poziția finală, a punctelor caracteristice ale rulmentului.

Pentru a asigura echilibrul unei role, în cazul încărcării statice, trebuie ca segmentele $O_e A^*$ și $B^* O_i^*$ să aibă aceeași orientare în spațiu.

Vectorii $DCMR_{r,j}$ reprezintă diferența vectorială dintre pozițiile inițiale și finale ale punctelor care descriu centrele de curbură ale căilor de rulare și rolelor (r,j) . În cazul unei structuri de tip SRB-SRB, pozițiile inițiale și finale ale centrelor de curbură, sunt prezentate în figurile 4.9 și 4.10, prin intermediul vectorului $\Delta_{r,j} = (\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$. În figura 4.9

Această observație permite descrierea deplasării centrelor de masă ale rolelor conform figurilor 4.10a...c.

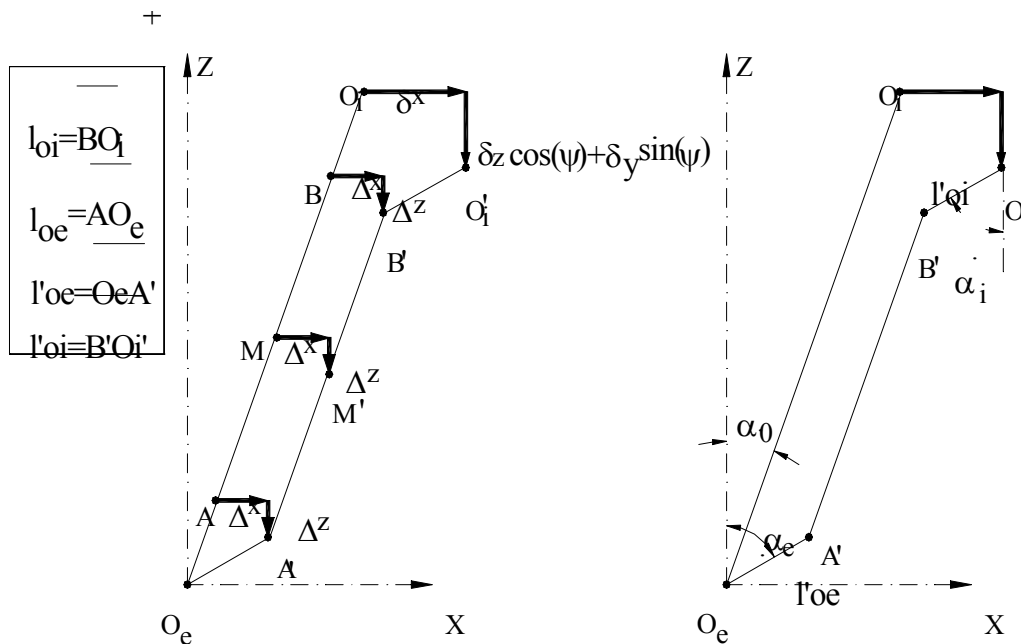


Fig.4.10a. Condiția de echilibru a unei role, scrisă prin considerente geometrice Prin translarea punctelor A' în B' și notarea acestora cu P, (figura. 4.10b), rezultă echivalența figurilor

4.9 și 4.10a.

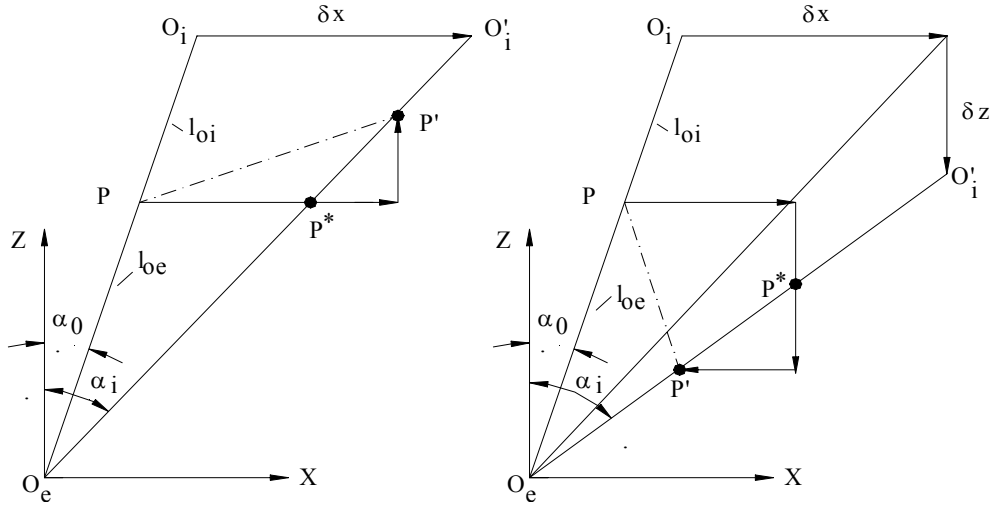


Fig.4.10b. Efectul vetoului $\{\delta\}_{SSRB}$ asupra unei role SRB-SRB

Efectul vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$ la nivelul rolei (r,j) a cărei poziție este descrisă de parametrul ψ (unghiul de poziție) este prezentat în figura 4.10.c

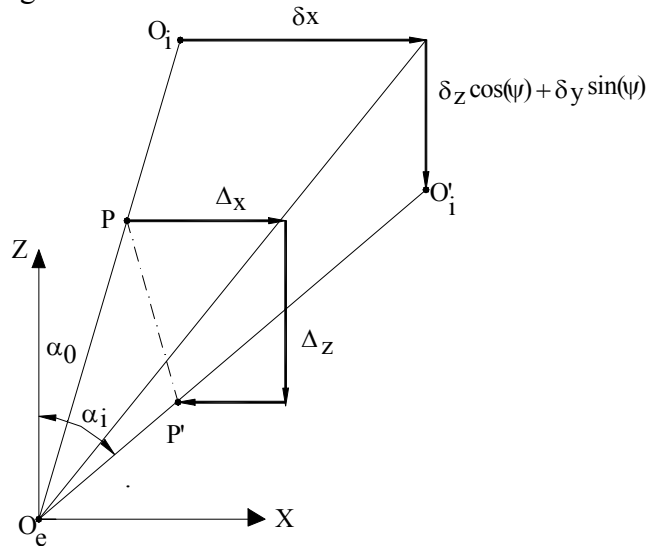


Fig.4.10c. Efectul vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$ asupra vectorului DCMR al unei role SRB-SRB

Folosind relația sarcină-deformație de contact și corespunzător rigiditatea echivalentă a unui contact punctual, (Harris [1966, 1983, 1991]), se determină componentele Δ_x și Δ_z pentru cazul încărcării statice:

$$\Delta_{xs}(j) = \frac{\delta_x \cdot l_{oe}}{l_{oi} + l_{oe}} + \left[\left(\frac{K_{ech}}{K_o} \right)^{1/n} - \frac{l_{oe}}{l_{oi} + l_{oe}} \right] \cdot \delta_{ts}(j) \cdot \sin(\alpha_s(j)) \quad (4.4a)$$

$$\Delta_{zs}(j) = \frac{[\delta_z \cdot \cos(\psi(j)) + \delta_y \cdot \sin(\psi(j))] \cdot l_{oe}}{l_{oi} + l_{oe}} + \left[\left(\frac{K_{ech}}{K_o} \right)^{1/n} - \frac{l_{oe}}{l_{oi} + l_{oe}} \right] \cdot \delta_{ts}(j) \cdot \cos(\alpha_s(j)) \quad (4.4b)$$

în care:

$$\delta_{ts}(j) = \sqrt{[L \cdot \sin(\alpha(j)) + \delta_x]^2 + [(L \cdot \cos(\alpha(j)) + \delta_z \cdot \cos(\psi(j)) + \delta_y \cdot \sin(\psi(j)))]^2} - L$$

$$\alpha_s(j) = \arctan \left(\frac{L \cdot \sin(\alpha(j)) + \delta_x}{L \cdot \cos(\alpha(j)) + \delta_z \cdot \cos(\psi(j)) + \delta_y \cdot \sin(\psi(j))} \right)$$

$$l_{oe} = r_o - Dw/2 - SDL_e/2;$$

$$l_{oi} = r_i - Dw/2 - SDL_i/2; \quad L = l_{oi} + l_{oe}$$

$$Q(j) = K_{ech} \cdot \delta_{ts}(j)^n$$

$$K_{ech} = \left[\frac{1}{\left(\frac{1}{K_i}\right)^{\frac{1}{n}} + \left(\frac{1}{K_e}\right)^{\frac{1}{n}}} \right]^n$$

$K_{i,e}$ reprezintă rigiditățile de contact, (anexa 1) și $n=1.5$

4.3.2. Exprimarea DCMR în funcție de tipul de rigidizare.

Cazurile particulare de analiză a rigidității unei structuri SRB sunt:

- ORR – inel exterior montat rigid in carcasa; inel interior mobil;
- ORE – inel exterior montat in carcasa elastică; inel interior mobil;
- IRR – inel interior rigid; inel exterior mobil;

Un caz particular de structură de tip SRB este cea reprezentată de structurile de tip SRB-4PCBB. Acest tip de structură rezultă prin particularizarea razei generatoare a rolei și a lungimii acesteia. Conform celor prezentate în capitolul 2 particularizarea constă în a egala parametrul R_{rol} cu $Dw/2$. In aceste condiții rezultă structura generală de tip SRB-4PCBB, prezentată în figura 4.11. Ca și în cazul structurilor SRB-SRB exprimarea vectorilor DCMR se face în funcție de pozițiile centrelor de curbură ale căilor de rulare și ale bilelor.

Structurile de tip SRB-4PCBB (figura. 4.11) descriu rulmenții radial-axiali cu cale de rulare secționată, prezintă 2, 3 sau 4 contacte de tip punctual sau punctual modificate și provin din clasa SRB-SRB, unde există două contacte principale și unul sau două contacte secundare (contactul umăr cale de rulare – rolă).

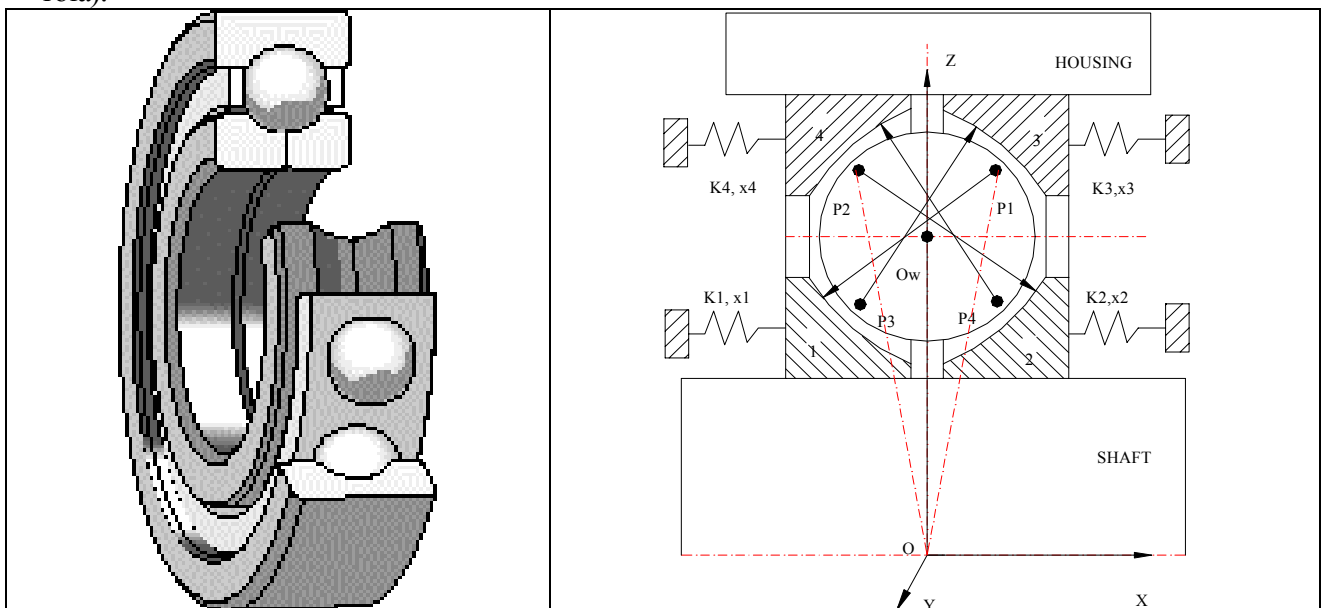


Fig. 4.11. Elemente geometrice specifice unei structuri SRB-4PCBB.

În figura 4.11 s-au notat:

P_{idx} – reprezintă poziția centrelor de curbură ale căilor de rulare descrise de parametrii idx .

$idx = 1 \dots nr_ctc;$ $nr_ctc = 4$
 O_w – poziția centrului de masă al rolei

Diferențele între vectorii DCMR în cele 3 cazuri de rigidizare sunt reprezentate în figurile 4.12-4.14, pentru o structură de tip SRB-4PCBB. În anexa 5 sunt o serie de elemente specifice structurilor SRB-DBB (rulmenți cu două rânduri de bile), în funcție de tipul de rigidizare.

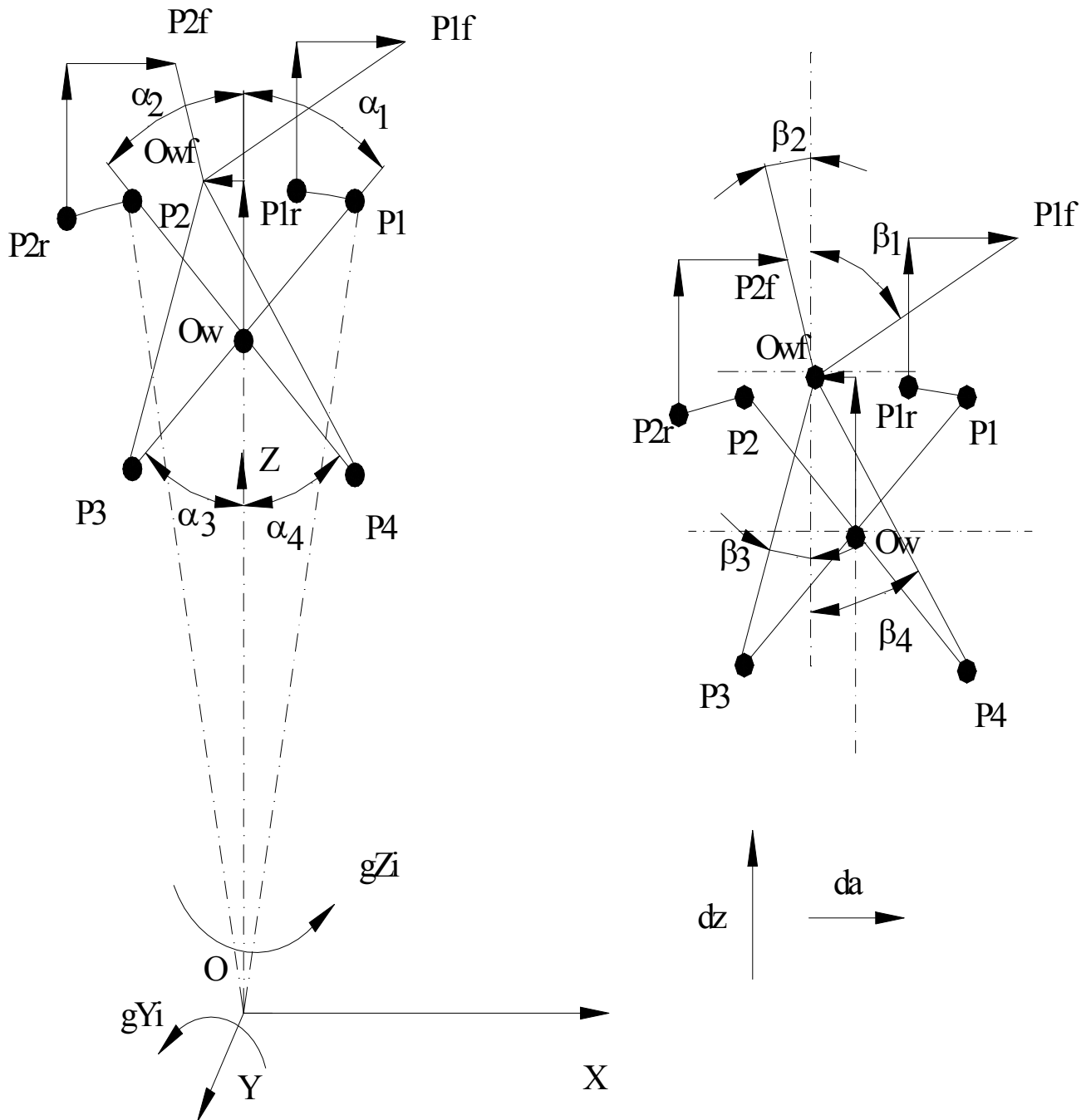


Fig. 4.12. Elemente caracteristice structurii SRB-4PCBB în cazul ORR

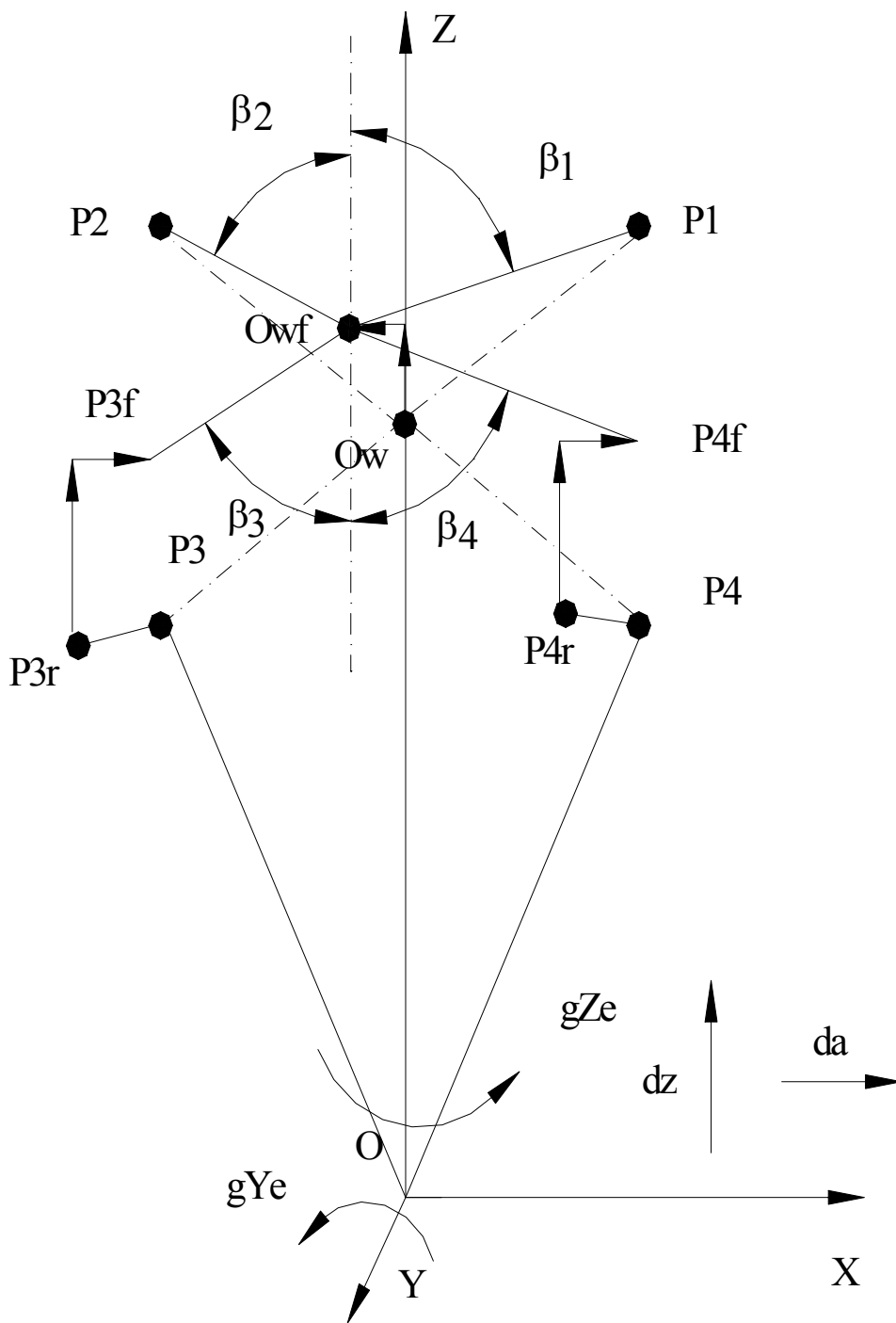


Fig. 4.13. Elemente caracteristice structurii SRB-4PCBB în cazul IRR

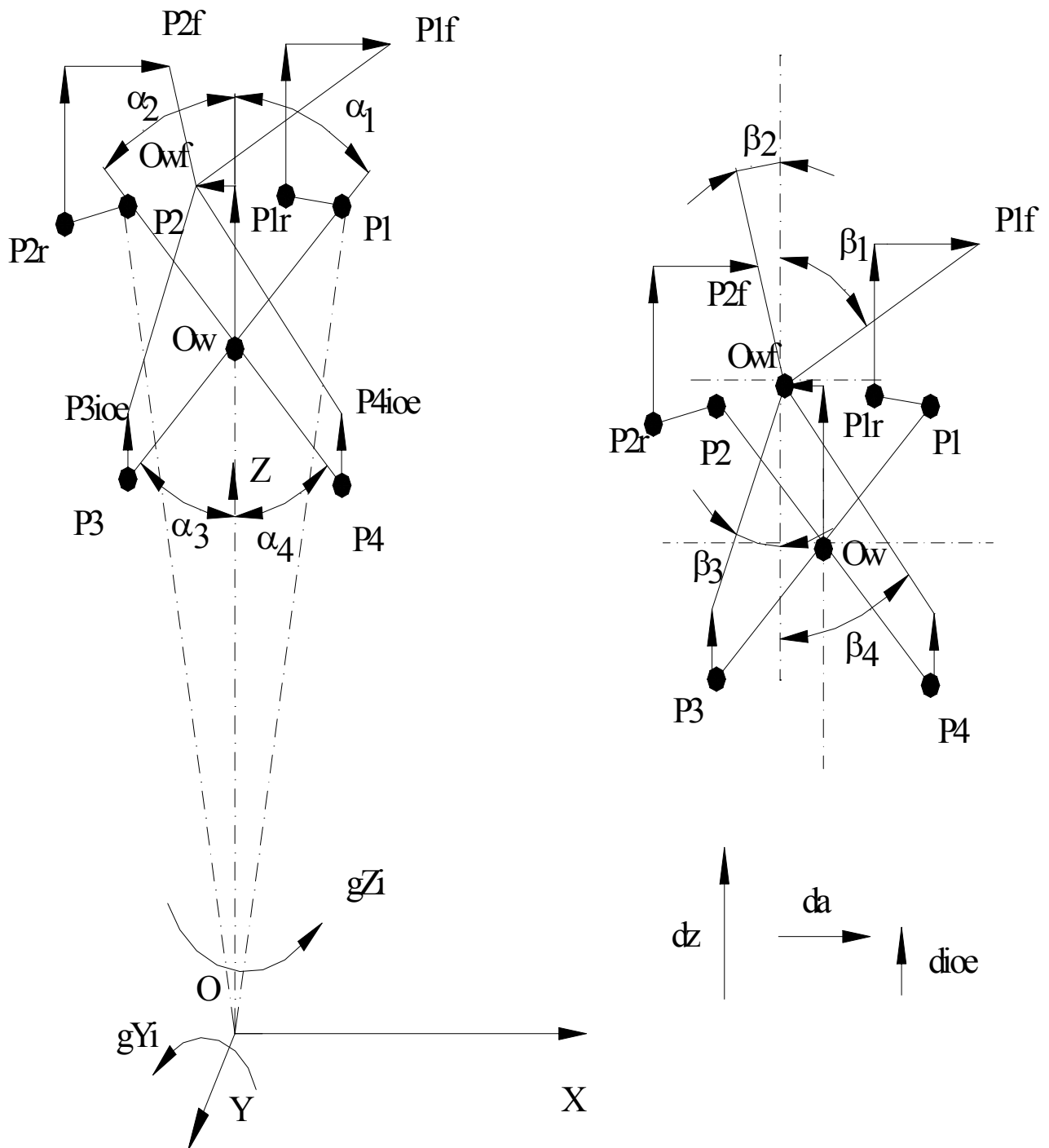


Fig. 4.14. Elemente caracteristice structurii SRB-4PCBB în cazul IOE

4.4. Determinarea parametrilor cvasi-statici ai structurilor SSRB în funcție de tipul de contact

În funcție de tipul structurilor SRB incluse în SSRB, sarcina externă se transmite la nivelul interfeței rolă – cale de rulare prin funcții de tip contact punctual, și / sau punctual modificate (elipsa trunchiată, contacte de tip neherztian). Aprecierea tipului de contact se realizează prin parcurgerea următoarelor etape:

1. Se consideră existența unui contact de tip punctual și se calculează parametrii elipsei de contact (anexa A1).

Se analizează funcția :

$$\text{tip contact} = \begin{cases} P, & \text{daca } a_i(r, j) < l_w / 2 \\ PM, & \text{daca } a_i(r, j) > l_w / 2 \end{cases} \quad (4.5)$$

a – lungimea semiaxei elipsei de contact

l_w – lungimea fizică a rolei

2. Se verifica daca pozitia elipsei de contact pe calea de rulare nu depaseste limitele fizice ale caii de rulare (figura 6.16). În cazul deplasirii, contactul este neherztian obtinandu-se o elipsa trunchiata.

Pentru o structură SRB-SRB 22212C pot rezulta în funcție de sarcina externă, tipurile de contacte prezentate în tabelul 4.1.

Tabel 4.1. Evoluția tipului de contact într-o structură SRB-SRB 22212C.

Tipul de contact determinat, pentru diferite sarcini externe aplicate. l = contact liniar (punctul modificat PM), p =contact punctual, d =rolă descărcată								
Index	F _x =1 kN, F _z =4 kN		F _x =5 kN, F _z =40 kN		F _x =5 kN, F _z =40 kN		F _x =1 kN, F _z =40 kN	
rolă	F _y =3 kN, Δψ=0		F _y =30 kN, Δψ=0		F _y =30 kN, Δψ=10		F _y =0.1 kN, Δψ=0	
j	r=1	r=2	r=1	r=2	r=1	r=2	r=1	r=2
1	p	p	PM	PM	PM	PM	PM	PM
2	p	p	PM	PM	PM	PM	PM	PM
3	p	p	PM	PM	PM	PM	PM	PM
4	p	p	PM	PM	PM	PM	PM	p
5	p	p	PM	PM	PM	p	p	p
6	p	d	PM	p	PM	p	d	d
7	p	d	p	d	p	d	d	d
8	p	d	p	d	p	d	d	d
9	p	d	d	d	d	d	d	d
..	d	d	d	d	d	d	d	d
17	p	d	PM	d	PM	p	PM	PM
18	p	p	PM	p	PM	p	PM	PM

Rezultă că analiza PCS trebuie să se facă în funcție de tipul de contact rolă cale de rulare în două cazuri:

- analiza PCS în cazul contactelor hertziene (paragraful 4.5.1)
- analiza PCS în cazul contactelor neherztiane (paragraful 4.5.2)

Vectorul DCMR_j și tipul de rigidizare al structurii, conduc la obținerea de contacte hertziene sau neherztiane. Folosirea metodelor de analiză neherztiane se impune în următoarele cazuri:

- structuri SRB cu role asimetrice;

- structuri SRB cu role simetrice puternic solicitate, caz în care elipsa de contact depășește lungimea fizică a căii de rulare sau a rolei

Pentru o geometrie oarecare și deplasări impuse inelului mobil și rolei, programul SRBSYM a generat reprezentările grafice din figurile 4.15.a.c. In figurile 4.15 și 4.16 sunt prezentate două cazuri în care se impune analiza PCS folosind metode de analiză nehartziene.

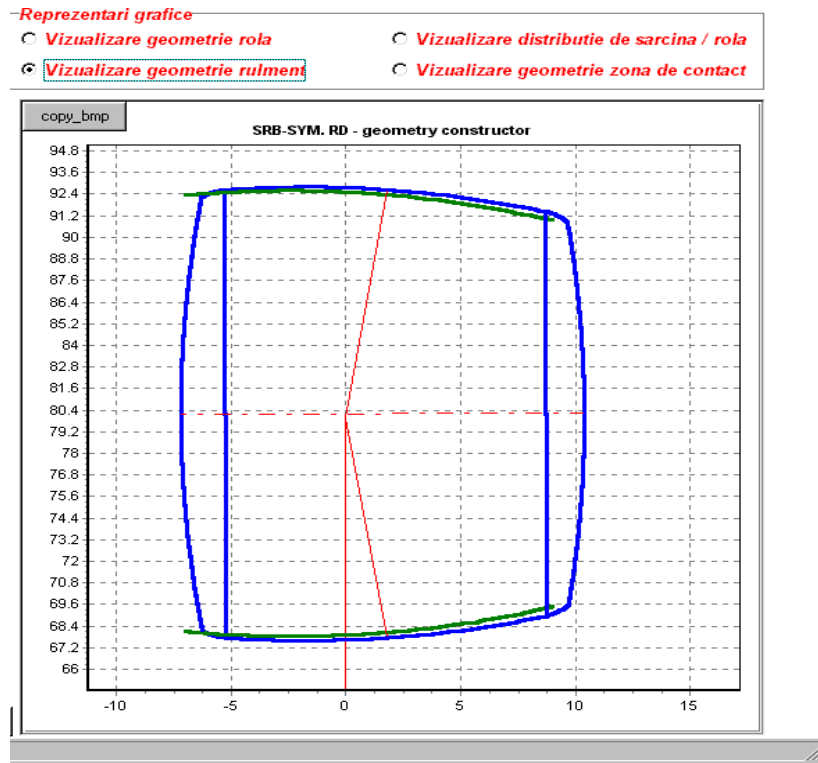


Fig.4.15.a. Interacțiunea dintre o rolă și căile de rulare ale unei structuri SRB.

Urmare a interacțiunilor geometrice, prezentate în figura 4.15a, forma domeniului de contact și a distribuției de presiune în planul median al contactului sunt prezentate în figurile 4.15b și 4.15c.

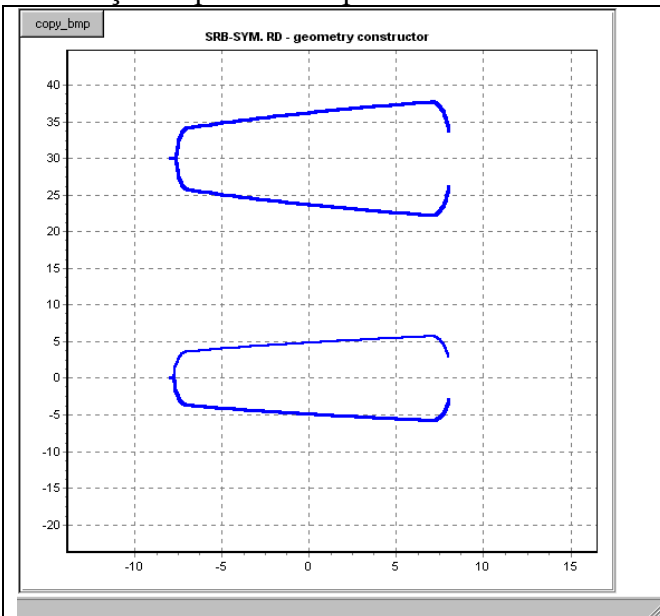


Fig.4.15b. Forma domeniului de contact

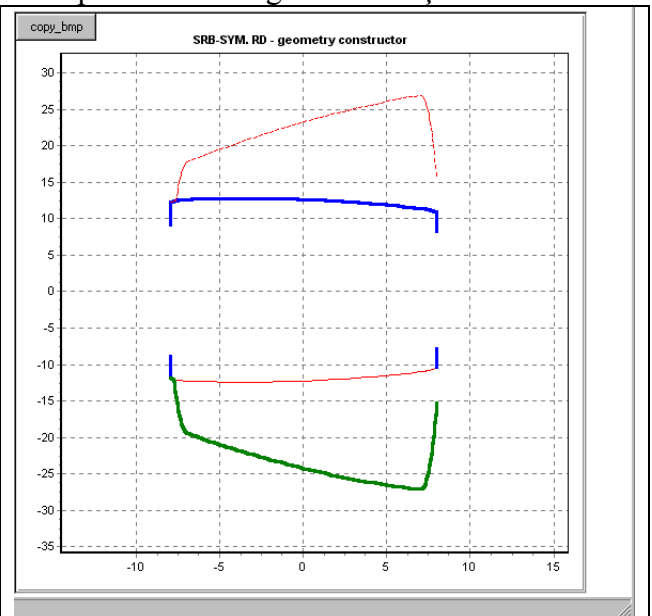


Fig.4.16c. Forma distribuției de presiune

In cazul rulmenților cu bile, modificarea unghiului de contact, sarcina de contact și profilul căii de

rulare conduc de asemenea la obținerea de contacte nehertziene (denumite elipse trunchiate).

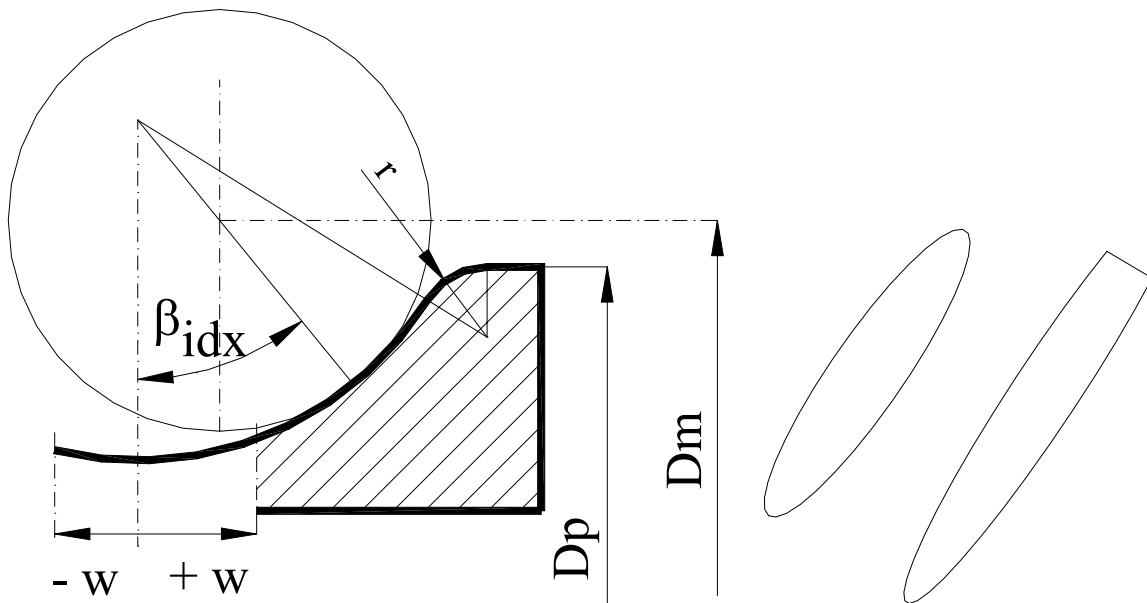


Fig.4.16. Parametrii geometrici care definesc geometria unei căi de rulare

În figura 4.16, intervin următorii parametri:

- r = raza de racordare a profilului căii de rulare;
- D_p = diametrul maxim al căii de rulare interioare sau diametrul minim, corespunzător căii de rulare exterioare.

Cazul în care $w \geq 0$ corespunde situației rulmenților cu 3 și/sau 4 contacte.

4.4.1. Echilibrul structurilor SRB (cazul contactelor de tip hertzian)

În cazul în care într-o structură de tip SRB există contacte de tip punctual și $p_a=1$, $n_{rp}=1$, $r=1$, ecuațiile 4.3 reprezintă sistemul de ecuații de echilibru al unui rulment cu contacte punctuale, (incluzând structurile SRB-SRB cu role simetrice), cu un singur rând de role.

Sub acțiunea unei sarcini exterioare $\{E\} = \{F\}_{pa} = \{n_i, F_x, F_z, F_y, M_z, M_y\}$ inelul mobil al structurii comportă deplasarea $\{\delta\}_{SSRB} = \{dx, dz, dy, gz, gy\}$. Pentru o structură SRB cu contacte punctuale relațiile de calcul necesare determinării componentelor vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$ sunt prezentate în anexa 2. Abordarea echilibrului cvasi-static al structurilor SRB comportă două cazuri de analiză în funcție de parametrul „oscilant al structurii”.

Pentru structuri oscilante se recurge la o analiză de tip 3 DOF (structura neputând prelua moment extern). În restul cazurilor se recurge la o analiză de tip 5 DOF. În anexa 2 sunt prezentate elementele necesare scrierii matricei de rigiditate matricele pentru cele două cazuri amintite anterior. Forma matricei de rigiditate a structurilor oscilante este un caz particular al matricei de tip 5 DOF.

Elementele constitutive ale sistemului de ecuații 4.3 cât și elementele matricei de rigiditate ale sistemului 4.4 sunt funcții de vectorii $DCMR_j$. Componentele $(u_x, u_z)_j$ se determină prin rezolvarea următorului setului de ecuații de echilibru (analiză 2 DOF).

$$ECFA = \sum_{idx} Q(j, idx, da, dr, ux, uz) \cdot \sin(\beta(j, idx, da, dr, ux, uz)) \cdot s_{dux}_{idx} = 0$$

$$ECFR = \sum_{idx} Q(j, idx, da, dr, ux, uz) \cdot \cos(\beta(j, idx, da, dr, ux, uz)) \cdot s_{duz}_{idx} + FC = 0 \quad (4.6)$$

În setul de ecuații (4.6) efectul momentului giroscopic nu este introdus deoarece:

- ipoteza ghidării rolei (bilei) în forma prezentată în literatură nu este valabilă, rezultând că parametrul λ , [Harris, 1991], nu poate fi definit corect (cap 2); O metodă posibil de aplicat este prezentată în anexa 2.
- nu se cunoaște valoarea coeficientului de frecare în direcție axială;
- Momentul giroscopic poate fi introdus doar prin utilizarea unei ecuații de momente care (introduce ca necunoscuta rotația centrului de masă al rolei). Este necesar în acest caz o analiză de tip neherztian la nivelul rolei (analiză 3 DOF).

4.4.2. Aproximarea parametrilor unui contact neherztian

Metoda structurală de descriere a geometriei rulmenților folosită în cap. 2 este utilizată pentru a evidenția parametrii geometrici ai unui contact de tip neherztian (elipsă trunchiată, figurile 4.15 și 4.16). Metodele utilizate și prezentate în literatură pentru analiza contactelor de neherztiane sunt de trei tipuri:

- metode exacte : K.L. Johnson, [1985], Crețu Sp, [1996, 2002a]
- metode simplificate (aproximative): J.de Mul [1988], Krweminski s.a, [1996], Bercea [1996], [Houpert L, 2001]
- metode exacte rapide: Polonsky s.a [1999, 2000], Liu S, sa.a [2002]; Crețu [2002b] prezintă un algoritm dedicat bazat pe metoda coeficienților de influență cu rezolvarea sistemului de ecuații prin metoda gradientului conjugat cu utilizarea transformărilor rapide Fourier.

Metoda utilizată în acest capitol este o metodă simplificată (metoda secționării domeniului de contact). Relațiile de calcul dezvoltate de Houpert în 2001, prezentate în tabelul 4.2, pentru analiza trecerii de la contact punctual la contact liniar nu satisfac în totalitate condițiile unui contact de tip punctual.

Tabel 4.2. Parametrii domeniului de contact conform [Houpert, 2001] corespunzător secțiunii j

Parametrul	Relația de calcul	
Presiunea maximă	$P_{max,j} \approx 0.212 \cdot E \cdot k_{idx}^{-0.05} \cdot \sqrt{\frac{\delta_j}{R_y}}$	4.9a
Lățimea domeniului de contact, corespunzător secțiunii	$b_j = R_y \cdot \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{dQ_j}{dy_j \cdot E \cdot R_y}}$	4.9b
Sarcina preluată de secțiunea k	$dQ_j = 0.282 \cdot E \cdot k_{idx}^{-0.1} \cdot \delta_j \cdot dy_j$	4.9c

în care :

- k_{idx} = elipticitatea contactului idx;
- dy_k = lățimea secțiunii considerate descrisă de parametrul k

Deoarece pentru orice corp de rostogolire, evoluția PCS se face prin funcții continue, au fost dezvoltate o serie de relații de calcul proprii (ecuațiile 4.10, 4.11, tabel 4.3). Modelul dezvoltat,

- verifică parametrii cvasi-statici ai unui contact punctual, calculați cu teoria lui Hertz;
- descrie PCS prin funcții liniare de vectorul DCMR, permițând scrierea matricei de rigiditate a unei role;
- elimină în unele cazuri calculul iterativ și când este cazul surprind „efectul de capăt”

Tabel 4.3. Relații de calcul dezvoltate pentru analiza parametrilor corespunzător secțiunii s

Parametrul	Relația de calcul	
Presiunea maximă în secțiunea s	$P_{RD_{max,s}} \approx \frac{0.282 \cdot E_0 \cdot k_{idx}^{-0.11} \cdot \delta_s \cdot 2}{\pi \cdot b_s} \cdot fp(k_{idx})$	4.10a
Lățimea domeniului de contact, corespunzător secțiunii s	$b_{RD_s} = R_y \cdot \sqrt{\frac{\delta_s \cdot k_{idx}^{-0.11}}{R_y}} \cdot 1,15617 \cdot fb(k_{idx})$	4.10b
sarcina preluată de secțiunea s	$Q_{RD_s} = E_0 \cdot k_{idx}^{-0.11} \cdot \delta_s \cdot \Delta x_s \cdot fQ(k_{idx})$	4.10c

$$fp(k_{idx}) = \frac{3,282053111 - 0,33221569 \cdot \ln(k_{idx})}{1 + 0,428768471 \cdot \ln(k_{idx})} \quad (4.11a)$$

$$fb(k_{idx}) = \frac{1,213859318 - 0,07678268 \cdot \ln(k_{idx})}{1 + 0,115077642 \cdot \ln(k_{idx})} \quad (4.11b)$$

$$fQ(k_{idx}) = \frac{0,948958634 - 0,09445442 \cdot \ln(k_{idx})}{1 + 0,454117350 \cdot \ln(k_{idx})} \quad (4.11c)$$

- k_{idx} reprezintă elipticitatea contactului „idx” corespunzătoare secțiunii „s”
- δ_j reprezintă deformația geometrică de contact corespunzătoare secțiunii „s”
- Δx_j reprezintă lățimea secțiunii „s”

4.4.3. Aplicarea metodei secționării domeniului de contact în cazul contactelor punctuale

Pentru verificarea relațiilor de calcul dezvoltate se prezintă comparativ PCS obținuți prin metoda Hertz de analiză a contactelor punctuale și valorile numerice ale parametrilor calculați folosind metoda secționării domeniului de contact.

Introducând funcția:

$$lw1 = \begin{cases} lw, & ai > 0.5 \cdot lw \\ 2 \cdot ai, & ai < 0.5 \cdot lw \end{cases} \quad (4.12)$$

punctele comune aparținând rolei și respectiv căii de rulare sunt descrise de relațiile 4.13:

poziția abscisei punctului comun rolă-cale de rulare corespunzător secțiunii „s”

$$XR_s = \frac{2 \cdot s - N \cdot lw1}{N} \cdot \frac{1}{2} \quad (4.13a)$$

componenta radială a vectorului DCMR

$$\xi = \frac{lw1^2}{8} \left(\frac{1}{R_w} - \frac{1}{R_c} \right) \quad (4.13b)$$

profilul rolei în secțiunea „s”

$$RR_s = \frac{D_w}{2} - \frac{XR_s^2}{2 \cdot R_w} \quad (4.13c)$$

profilul căii de rulare în secțiunea „s”

$$RC_s = \frac{D_w}{2} - \frac{XR_s^2}{2 \cdot R_c} \quad (4.13d)$$

interferența geometrică de contact în secțiunea considerată

$$\delta_s = \left(\frac{1}{R_w} - \frac{1}{R_c} \right) \cdot \frac{XR_s^2}{2} + \xi \quad (4.13e)$$

lățimea secțiunii „s”

$$\Delta x_s = \frac{lw}{N} \quad (4.13f)$$

În cazul unei role cu o singură rază generatoare a profilului, pentru o sarcină dată „ Q_{idx} ”, parametrul ξ care intervine în relațiile 4.13b este dat de relația:

$$\xi = \frac{Q}{E0 \cdot k_{idx}^{-0.11} \cdot fQ(k_{idx})} - \left(\frac{1}{R_c} - \frac{1}{R_w} \right) \cdot \frac{lw^2}{8 \cdot N^3} \cdot \left(\frac{N^3}{3} + \frac{2 \cdot N}{3} \right) \quad (4.14a)$$

Relația 4.14 a rezultat ca urmare a sarcinilor parțiale corespunzătoare secțiunilor „s”, N fiind numărul secțiunilor considerate. Prin egalarea relației 4.14 cu relația 4.13b și făcând $lw=2 \cdot a$, rezultă valoarea parametrului „semi-axa mare a elipsei de contact” fără a mai utiliza calculul numeric al integralelor eliptice.

$$a_{idx} = \left[\frac{\frac{2 \cdot Q_{idx}}{E0 \cdot k_{idx}^{-0.11} \cdot fQ(k_{idx})}}{\left(\frac{1}{R_w} - \frac{1}{R_{c_{idx}}} \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3 \cdot N} \right)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (4.14b)$$

În cazul unei role SRB-SRB 22308C rezultatele numerice obținute prin folosirea relațiilor 4.10 ... 4.13, au fost comparate cu cele obținute prin folosirea relațiilor Hertz, tabelul 4.4.

Tabel 4.4. Exemple de date generate de teoria Hertz și rel 4.10

Elemente geometrice SSRB 22308C (necesare analizei contactului rolă cale de rulare -interioară): $\alpha=14.33^\circ$; $dm=66$; $dw=13$; $lw=12$; $R_w=39.5$; $R_c=40.35$					
sarcina	elipticitatea	Hertz		Rel 4.10	
Q[N]	k(Rw)	p0 [MPa]	b[mm]	max(P), [MPa]	max(b), [mm]
300	k=44,27565	730.9	0.06653	731.59	0.06652
2500	Rw=39.5	1481.8	0.13488	1483.2	0.13487
300	k=16.0082	1029.3	0.0932	1029.1	0.0932
2500	Rw=36.5	2086.9	0.1980	2086.5	0.1980

Datele prezentate în tabelul 4.4. scot în evidență o foarte bună concordanță între metoda de calcul a parametrilor de contact determinați prin teoria hertziană a contactului punctual elastic și rezultatele obținute cu relațiile 4.10.

4.4.4. Efectul geometriei căilor de rulare și a profilului rotelor asupra PCS.

Relațiile 4.10 au fost aplicate diferitor tipuri de structuri SRB luând în calcul efectul geometriei rotelor câș și al căilor de rulare profilate. Pentru cazul prezentat de J. de Mul [1986], Krzeminski s.a. [1996] și Crețu Sp., [1996, 2002, 2002b], se consideră o structură SRB-CRB, pentru care geometria și sarcina de contact sunt prezentate în tabelul 4.5.

Tabel 4.5. Parametrii cazului de analiză . Structură SRB-CRB

Structură SRB-CRB; Sarcină aplicată: $Q=33800$ N			
diametrul rolei	Dw=15 mm	Raza profilului rolei:	R=1114, mm
Raza de racordare a profilului rolei	r=1.006 mm	Lungimea rolei	Lw=16 mm
Semi distanța între centrele de curbură ale razelor r,	L=6.994	diametrul căii de rulare interioare	d=58.5

Rezultatele obținute utilizând ecuațiile 4.10 sunt prezentate în tabelul 4.5 și figura 4.17, fiind

comparabile cu cele prezentate de Krzeminski, [1996] și Crețu, [1996, 2002, 200b]. Pentru $Q=33800$ N, aplicarea modelului de calcul propus, a generat „efect de capăt” prezentat în figura 4.17.

Tabel 4.5. Aproximarea relativă a suprafețelor. Date comparative.

Sarcina	Krzeminski	Half space (Crețu)	FEM	Full model	rel 4.10
10000	002785	0.028	0.02444	0.02482	0.02517
33800	0.06714	0.0675	0.0570	0.05737	0.06467

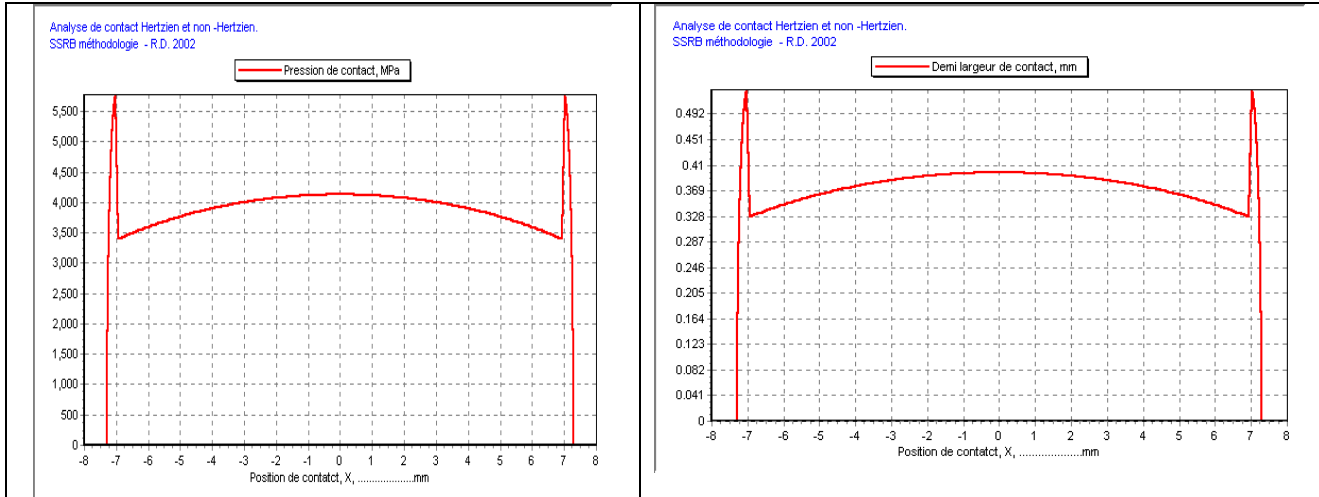


Fig.4.17. Distribuția de presiune și forma domeniului de contact, $Q=33800$ N.

Considerând cazul prezentat în figura 4.16, în figurile 4.18a și 4.18b sunt prezentate două analize corespunzătoare a două sarcini de contact diferite, rezultând contacte punctuale modificate și contacte punctuale hertziane.

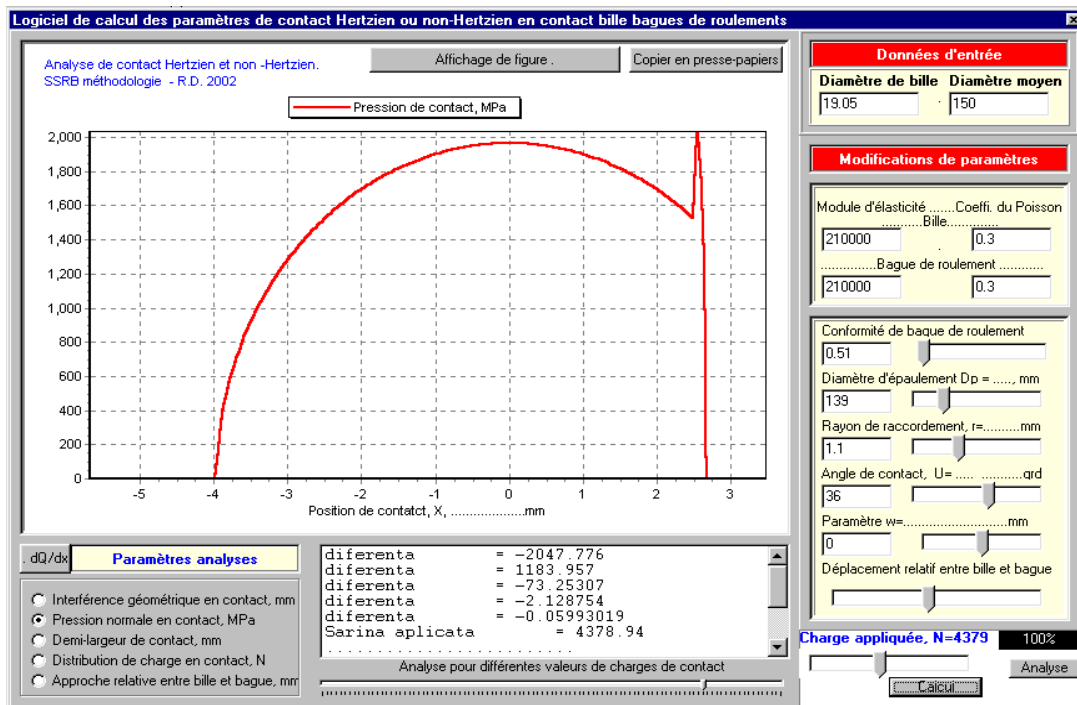


Fig 4.18a. Exemplu de distribuție de presiune într-un contact neherzian, $Q=4379$ N

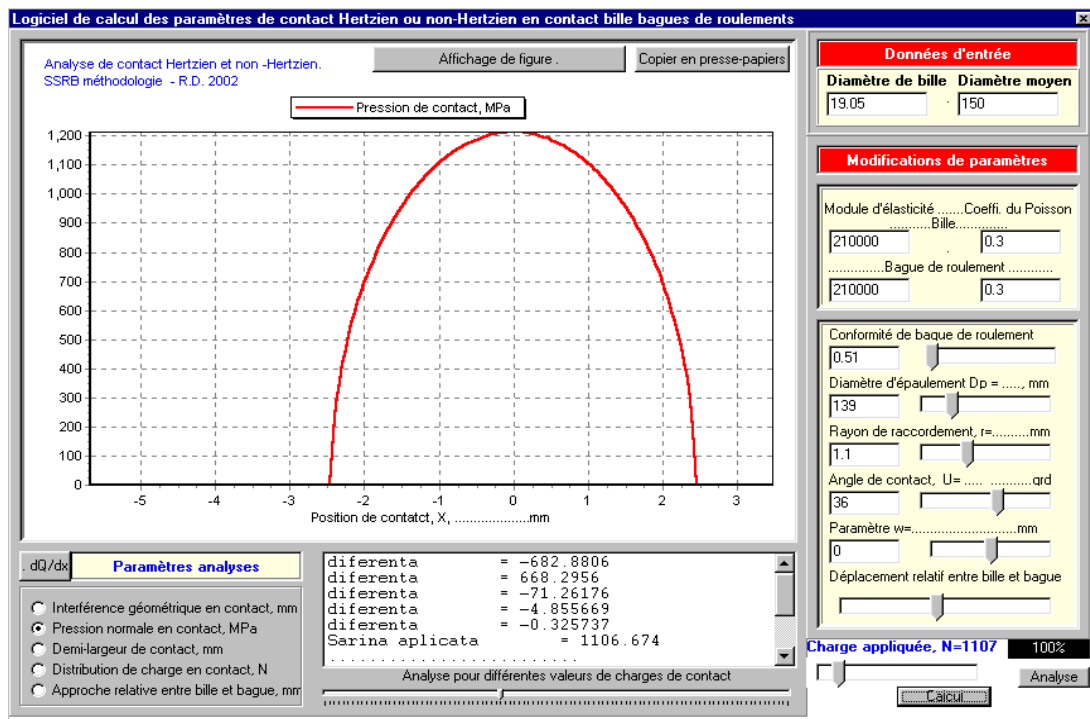


Fig.4.18b. Exemplu de distribuție de presiune într-un contact hertzian, $Q=1107$ N

4.5. Echilibrul rolor (bilelor) unei structuri SRB exprimat în 3 DOF

Pentru utilizarea relațiilor 4.10 în cazul unei role cu „idx” contacte este necesar a se determina la nivelul secțiunii „s” deformația geometrică locală δ_s , normală la contact. Efectul vectorului deplasare al inelului mobil al structurii $\{\delta\}_{SSRB}$, este reprezentat de vectorii $DCMR_{r,j}$ având componentele $\{ux, uz, \gamma\}_{r,j}$. Pentru o rolă descrisă de perechea (r_j) componentele $\{ux, uz, \gamma\}$ sunt prezentate în figura 4.19. Pentru determinarea componentelor $\delta_{s,idx}$ trebuie determinate componentele dn_{idx} și dt_{idx} care reprezintă:

- dn_{idx} = proiecțiile deplasărilor ux și uz în direcția normalei la contact;
- dt_{idx} = proiecțiile deplasărilor ux și uz în direcție perpendiculară pe direcția normalei la contact.

În figura 4.19 indicii „i” și „e” se referă la contactul interior și respectiv exterior în cazul unei role SRB cu două contacte iar $\beta_{i,e}$ reprezintă unghiurile de contact.

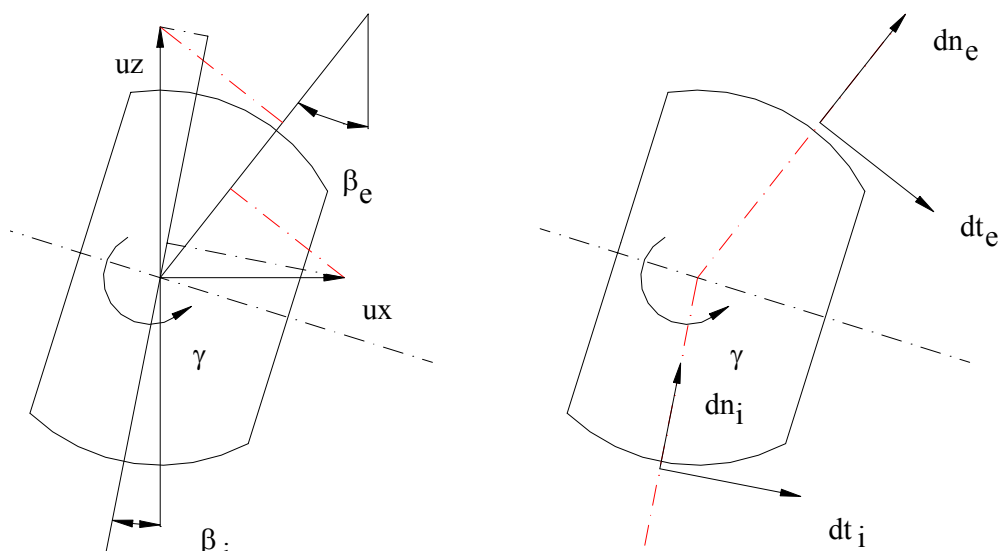


Fig.4.19. Componentele vectorului $DCMR(r,j)$

Componentele dn_{idx} și dt_{idx} sunt date de relațiile:

$$dt_{idx} = ux \cdot \cos(u_{idx}) - uz \cdot \sin(u_{idx}) \quad (4.15a)$$

$$dn_{idx} = ux \cdot \sin(u_{idx}) + uz \cdot \cos(u_{idx}) \quad (4.15b)$$

Unghiurile u_{idx} sunt indicate în relația 3.7b.

În cazul în care structura are și contacte secundare (umeri, inele de ghidare) indicele „idx” se majorează cu numărul de contacte secundare. Introducerea noilor parametri trebuie să respecte regula de definire a funcțiilor prezentată în figurile 4.11 și 2.8. Pentru palierul „pa”, componentele deplasare lineară ale vectorului $\{\delta\}_{SSRB}$ raportate la direcțiile normalei și tangentei sunt:

$$\triangleright \Delta t_{idx} = \{\delta x \cdot \cos(u_{idx}) - [\delta z1 \cdot \cos(\psi) + \delta z2 \cdot \sin(\psi)] \cdot \sin(u_{idx})\} \cdot RD(RIG) \quad (4.16a)$$

$$\triangleright \Delta n_{idx} = \{\delta x \cdot \sin(u_{idx}) + [\delta z1 \cdot \cos(\psi) + \delta z2 \cdot \sin(\psi)] \cdot \cos(u_{idx})\} \cdot RD(RIG) \quad (4.16b)$$

Parametrul „RIG” descrie tipul de rigiditate al structurii putând avea semnificațiile RIG=IOE, IRR sau ORR și a fost descris în capitolul 2. Pentru o rolă inclusă într-o structură SSRB este de introdus în mod global efectul rotirii căii de rulare deoarece depinde de tipul și caracteristicile geometrice ale structurii considerate cât și de poziția rolei în raport cu punctul de rotire. În absența rotirii inelului interior, deformația locală de contact la nivelul secțiunii „s” a contactului „idx” este descrisă de relația:

$$\delta_{s,idx} = s_{duz}(idx) \cdot T_s - SDL_{idx} \quad (4.17)$$

$$T_s = x_s \cdot \sin(\gamma_y) + RR_s \cdot \cos(\gamma_y) + dn_{idx} - \Delta n_{idx} + -\frac{1}{2} \cdot \left[Dw - \frac{(x_s \cdot \cos(\gamma_y) - RR_s \cdot \sin(\gamma_y) + dt_{idx} - \Delta t_{idx})^2}{Rc_{idx}} \right]$$

în care :

RR_s – raza rolei în direcția de înaintare: $RR_s = Dw/2 - (x_s)^2/(2 \cdot R_w)$;

x_s – abscisa secțiunii „s” raportată la punctul teoretic inițial de contact;

Rc_{idx} – raza generatoare a profilului căii de rulare „idx”.

În figura 4.20 se prezintă elementele necesare scrierii ecuațiilor de echilibru ale unei role SRB utilizând metoda secționării celor „idx” domenii locale de contact. S-au folosit notațiile:

XG = centrul de masă al rolei;

XR = punctul în raport cu care se face rotația rolei și definește condițiile geometrice de descriere a profilului rolei. Astfel:

$$x(s) < 0, \quad s \in [0, XR)$$

$$x(s) = 0, \quad s = 0, \quad x(s) = XR \quad (4.18)$$

$$x(s) > 0, \quad s \in (XR, Lw]$$

s = numărul secțiunii; s=0 pentru punctul 0 și s=N, pentru punctul Lw;

S = unghiul care definește poziția vectorului ω_w (figura. 3.8).

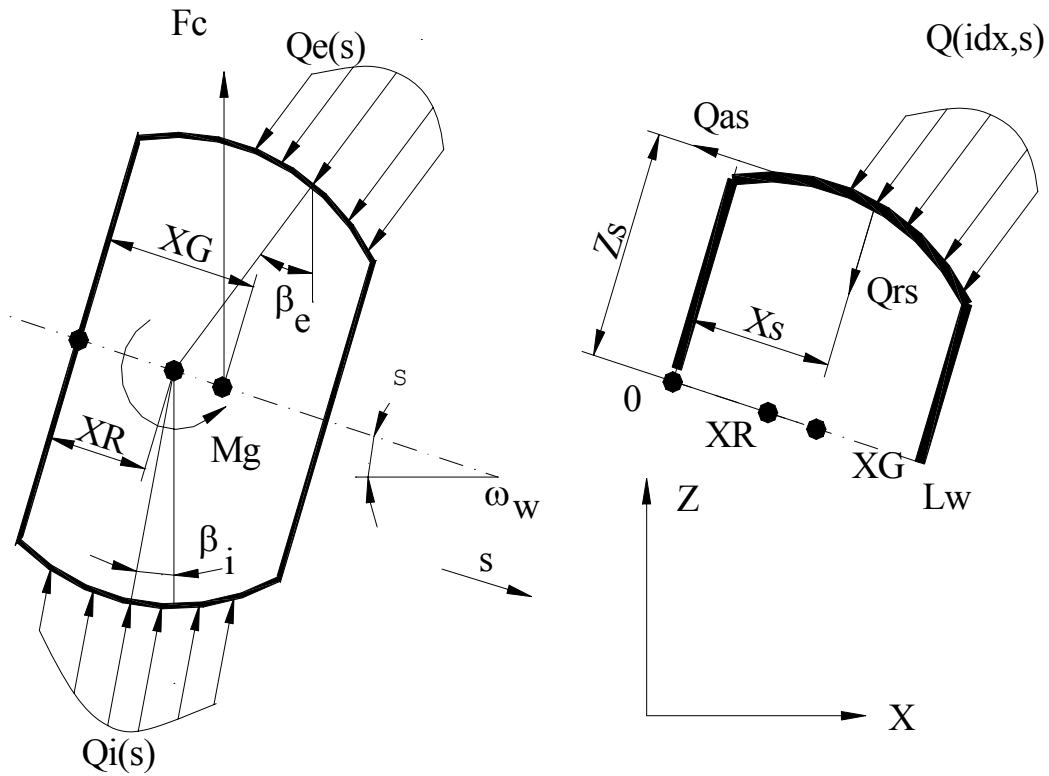


Fig.4.20. Elemente necesare determinării vectorului DCMR

Q_{as} și Q_{rs} reprezintă componentele normale și respectiv tangențiale al sarcinii $Q_{RD}(idx,s)$ raportate la axa descrisă de unghiul „S”. Sunt exprimate de relațiile:

$$\begin{aligned} Q_{as}(idx, s) &= Q(idx, s) \cdot (\sin(\beta_{idx}) \cdot \cos(S) \cdot sdx(idx) - \cos(\beta_{idx}) \cdot \sin(S) \cdot sdz(idx)) \\ Q_{rs}(idx, s) &= Q(idx, s) \cdot (\sin(\beta_{idx}) \cdot \sin(S) \cdot sdx(idx) + \cos(\beta_{idx}) \cdot \cos(S) \cdot sdz(idx)) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Folosind notațiile anterioare, determinarea parametrilor cvasi-statici (PCS) pentru contactul „idx” al unei role SRB, se face prin rezolvarea ecuațiilor de echilibru ale rolei. Parametrii cvasi-statici astfel determinați vor fi funcții de componentele $\{ux, uz, \Upsilon\}_{r,j}$.

$$ECFA = \sum_{idx} \left[\left[\sum_s dQ_{RD}(s,idx) \cdot \sin(\beta_{idx}) \right] \cdot sdux_{idx} \right] = 0 \quad (4.20a)$$

$$ECFR = \sum_{idx} \left[\left[\sum_s dQ_{RD}(s,idx) \cdot \cos(\beta_{idx}) \right] \cdot sduz_{idx} \right] + FC = 0 \quad (4.20b)$$

$$ECFM = \sum_{idx} \left[\sum_s (Q_{as}(idx, s) \cdot Zs(s) - Q_{rs}(idx, s) \cdot X(s)) \right] + Mg + Fc \cdot \cos(?) \cdot (XG - XR) = 0 \quad (4.20c)$$

Ecuatiile 4.20a și 4.20b reprezintă ecuațiile de echilibru ale rolei în direcție axială și respectiv direcție radială. Relația 4.20c reprezintă ecuația de echilibru de momente scrisă în sensul axei secțiunilor. Fiind un sistem de ecuații neliniare, rezolvarea ecuațiilor 4.20 se face prin metoda Newton-Raphson necesitând cunoașterea Jacobianului rolei, ale cărui componente depind de ecuațiile 4.10, de sumele din ecuațiile 4.20 și de derivatele parțiale ale deformației locale de contact în raport cu componentele vectorului DCMR.

4.6. Validarea modelului de calcul al distribuției de sarcină.

Validarea modelului de calcul propus și utilizat s-a realizat prin compararea unor rezultate furnizate de literatură, insistându-se de fiecare dată asupra cauzelor care produc anumite diferențe în ceea ce privește valorile parametrilor cvasi-statici.

4.6.1. Comparații cu datele prezentate de Stirbu [1998] pentru structuri SRB-SRB.

Pentru structura SRB-SRB 22308 C Stirbu [1998] și încărcarea: $F_a = 1340 \text{ N}$; $F_z = 3300 \text{ N}$; $n_i = 1000 \text{ rpm}$; a fost calculată distribuția de sarcină, rezultatele analizei fiind prezentate în figura 4.21.

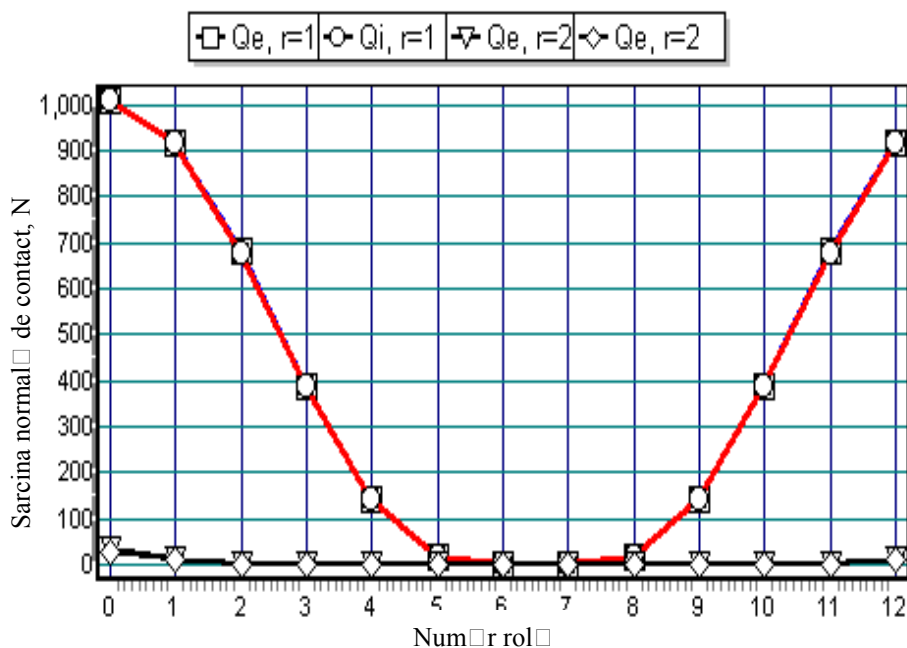


Fig.4.21. Distribuția de sarcină în structura SRB-SRB 22308 C

Distribuția de sarcină și unghiurile de contact pentru contactul rolă cale de rulare interioară obținute de Stirbu [1998] sunt prezentate în tabelul următor.

nr. rolă	psi, grade	$Q_{i, r=1}$	alpha _{i, r=1}	$Q_{i, r=2}$	alpha _{i, r=2}
1	0	1052.5	14.347	76.1	14.381
2	27.69231	948.1	14.348	36.7	14.446
3	55.38462	678.8	14.353	2.3	16.244
4	83.07692	354.1	14.357	1.2	18.208
5	110.7692	124	15.31	0	18.948
6	138.4615	60	16.494	0	20.981
7	166.1538	1.8	16.62	0	20.981
..... simetrie de sarcini și unghiuri de contact					
13	332.3077	948.1	14.348	36.7	14.446

Scrierea ecuațiilor de echilibru ale inelului interior conduce la obținerea unor diferențe de 141 N (5%) în direcție radială și -35 N în direcție axială, care este însă acceptabilă. Compararea datelor rezultate în urma rulării programului SRBSYM, cu cele prezentate Stirbu, [1998], a evidențiat mici diferențe în ceea ce privește valoarea PCS, acestea datorându-se erorii de calcul impusă în programul dezvoltat de [Stirbu, 1998].

4.6.2. Comparații cu programul BB10.

Programul de calcul BB01 a fost conceput și implementat de către prof. Daniel Nelias de la LMC Lyon. Pentru geometria de rulment impusă în programul BB01, au rezultat următoarele date:

```

**** PROGRAM BB **** VERSION 1.0b ****
BALL BEARING EXTERNAL GEOMETRY : 80 * 134 * 30      (ID,OD,width in mm)

      MANUFACTURER REF. : SNFA SP280/16 (16 billes)
      USER REF.        : SNECMA M88 Palier I FO301 307-154-302
  
```

```

BALL BEARING SPECIFICATIONS
  _Number of balls           : 16
  _Ball diameter             : 16.671 mm
  _Bearing pitch diameter    :107.000 mm
  _Bearing diametral clearance : 0.139 mm

  _I.R. conformity           : 0.5100
  _O.R. conformity           : 0.5130
  _Free contact angle        : 35.000 deg.
  _Misalignment angle        : 0.000 deg.
  
```

MATERIAL PROPERTIES

```

! BALL           I.R.      O.R.
Young modulus (N/m2) ! 2.05E+11      2.05E+11      2.05E+11
Poisson coefficient ! 0.300          0.300          0.300
Weight density (Kg/m3) ! 7830.00
  
```

OPERATING CONDITIONS

```

  _I.R. temperature : 120. C
  _O.R. temperature : 80. C
  
```

Ni= 6000 rpm, Fa= 3000.00 N, Fr= 1000.00 N, teta= 0.000 deg.
 Moment load : 38.33 N.m

```

*****
* Ball * Psi * Beta * Contact Angle * Load * Deformation *
* * (deg.)* (deg.)* (deg.) * (N) * (microns) *
* N# * * * I.R. O.R. * I.R. O.R. * I.R. O.R. *
*****
* 1 * 0.0 * 28.95 * 38.66 * 33.28 * 465.08 * 529.49 * 4.58 * 5.21 *
* 2 * 22.5 * 28.90 * 38.81 * 33.22 * 446.46 * 510.85 * 4.46 * 5.08 *
* 3 * 45.0 * 28.71 * 39.28 * 33.01 * 396.21 * 460.51 * 4.12 * 4.74 *
* 4 * 67.5 * 28.37 * 40.09 * 32.61 * 329.20 * 393.38 * 3.64 * 4.27 *
* 5 * 90.0 * 27.85 * 41.21 * 32.02 * 263.80 * 327.83 * 3.14 * 3.78 *
  
```

Rezultatele obținute prin rularea programului SRBSYM sunt prezentate în tabelul următor și figurile 4.23a,b.

RÂNDUL 1.....SARCINI, UNGHIURI	psi	Qe	Qi	UN_e	UN_i	UN_m	d_xw	d_zw
0.00	526.8	465.1	33.516	38.715	34.99230	-0.006987	0.005317	
22.50	508.3	446.6	33.455	38.861	34.99200	-0.007260	0.005526	
45.00	458.2	396.6	33.253	39.311	34.99106	-0.008119	0.006182	
67.50	391.2	329.7	32.871	40.090	34.98937	-0.009644	0.007354	
90.00	325.5	264.1	32.294	41.177	34.98696	-0.011819	0.009037	

Rezultatele obținute prin utilizarea modelului de calcul dezvoltat sunt comparabile cu cele obținute utilizând programul BB10.

4.6.3. Comparații cu programul RBL4

Pentru analiza structurilor SRB-4PCBB, a fost dezvoltat un program dezvoltat programul de calcul numit BB20. Programul BB20 reprezintă o particularizare a programului SRBSYM și a fost creat pentru analiza rulmenților cu 2, 3 sau 4 peunte de contact pentru firma SNECMA Moteur din Franța. A fost verificat cu un program similar numit RBL4 dezvoltat de firma GLCS Paris. Pentru un caz de convergență asigurat de RBL4, în condițiile indicate în continuare, rezultă:

Noms	Valeurs	Unité s
Géométrie		
Diamètre moyen	107	mm
Diamètre billes	16,669	mm
Nombre de billes	16	
Courbure relative fi	0,5147	
Courbure relative fe	0,5123	
Jeu diamétral	49	μm
Angle de Cale intérieur	11,18	deg
Angle de Cale extérieur	0	deg
Matériaux		
Module d'élasticité BI	20780	daN/mm ²
Module d'élasticité BE	20780	daN/mm ²
Module d'élasticité billes	20780	daN/mm ²
Coef. de Poisson BI	0,3	
Coef. de Poisson BE	0,3	
Coef. de Poisson billes	0,3	
Masse volumique BI	7,85	kg/dm ³
Conductivité thermique billes	15	W/m/K
Fonctionnement		
Vitesse BI	13194	tr/min
Efforts appliqués sur	BI	daN
Effort axial suivant X	1790	daN
Effort radial suivant Y	783	daN
Effort radial suivant Z	0	daN

Rezultate RBL4

Bille no	Pos. ang. (deg)	Q e (N)	alpha e (deg)	Q i 1 (N)	alpha i 1 (deg)	Q i 2 (N)
0	0	3655	26.07	3336	28.86	0
1	22.5	3555	26.07	3236	28.94	0
2	45	3276	26.04	2957	29.2	0
3	67.5	2876	25.97	2558	29.62	0
.....						

Rezultate BB20

rol	psi	Q[j,1]	Q[j,2]	Q[j,3]	Q[j,4]	U[j,1]	U[j,2]	U[j,3]	U[j,4]
0	0	3358.5	0	3667.6	0	29.523	8.686	26.82387	11.18
1	22.5	3258.25	0	3567.2	0	29.608	8.743	26.82521	11.18
2	45	2978.9	0	3287.5	0	29.86	8.915	26.81747	11.18
3	67.5	2578.52	0	2886.6	0	30.277	9.215	26.76713	11.18
.....									

4.6.4. Comparații cu modelul de calcul propus de Hamrock [1975] și programul RMS4, considerând efectul expansiunii dentrifugale a inelului interior

Se considera un rulment având geometria:

```

GEOMETRIE DU ROULEMENT A BILLES
!-----
>      22<  Z      Nombre de billes
> 22.230D-03< DW      Diamètre des billes [m]
> 187.550D-03< DM      Diamètre moyen [m]
> 249.99 D-06< JD      Jeu diamétral [m]
> 0.00 D+00< alphaf Angle de contact géométrique (seulement si jeu pd=0.) [deg]
> 54.00 D-02< Fi=ri/dw Courbure relative bague intérieure
> 52.00 D-02< Fo=ro/dw Courbure relative bague extérieure
> 0.000D+00< alphaSI Angle de cale (shim) intérieur [deg]
> 0.000D+00< alphaSE Angle de cale (shim) extérieur [deg]
> 25.0 D-03< BI      Largeur de bague intérieure [m]
> 150.0 D-03< DI      Diamètre d'alésage du roulement [m]
> 164.98 D-03< deiam Diamètre épaulement int. amont [m]
> 164.98 D-03< deiav Diamètre épaulement int. aval [m]
> 25.00 D-03< BE      Largeur de bague extérieure [m]
> 178.00 D-03< DE      Diamètre extérieur du roulement [m]
> 175.00 D-03< deeam Diamètre épaulement ext. amont [m]
> 175.00 D-03< deeav Diamètre épaulement ext. aval [m]
> 0.10 D-03< racray Rayon raccord chemin/épaulement [m]
> 2.00 D-03< LC      CAGE PARAMETER [m]
> 0.80 D-01< jbc      CAGE PARAMETER [mm]
> 165.00 D-03< d_min_cage CAGE PARAMETER [m]
> 174.00 D-03< d_max_cage CAGE PARAMETER [m]
    
```

Sarcina externă $F_x = 24241$ N. Prin modificarea turației inelului interior au rezultat graficele prezentate în figurile 4.22a - 4.22 d . Datele oferite spre comparație au fost furnizate de Nelias D în 2003, în vederea validării modelului de calcul inclus în programul BB20.

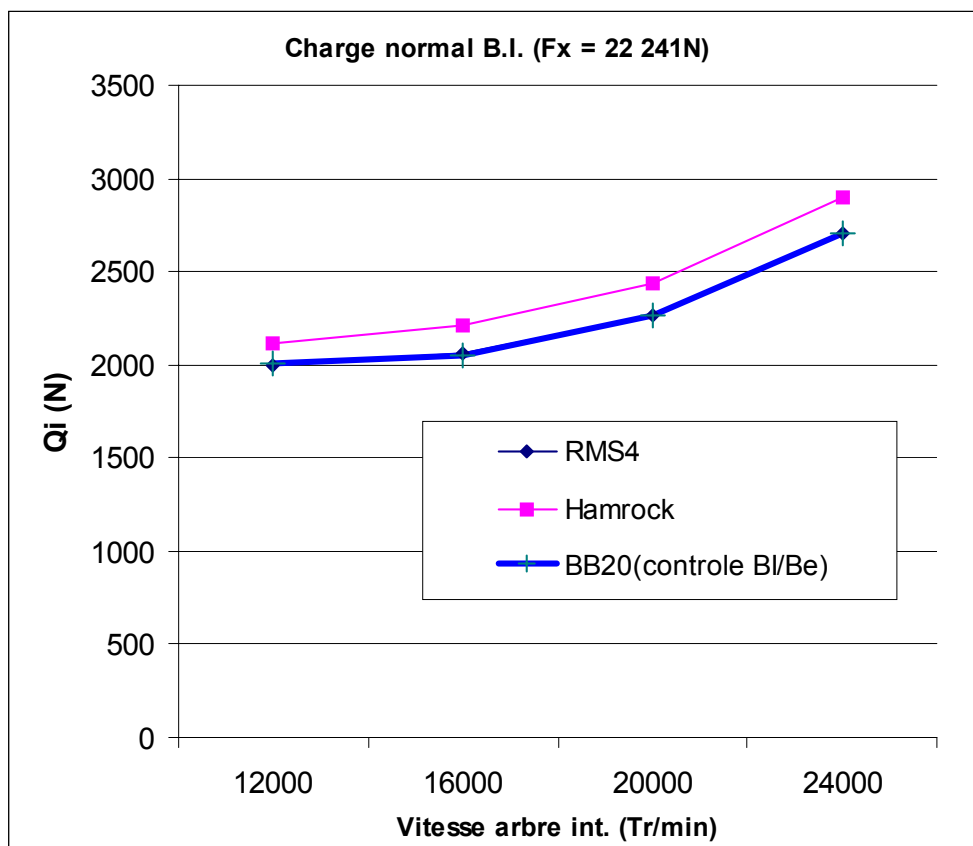


Fig. 4.22 a. Evoluția sarcinii de contact pentru rola $j=0$, pe inelul interior al rulmentului.

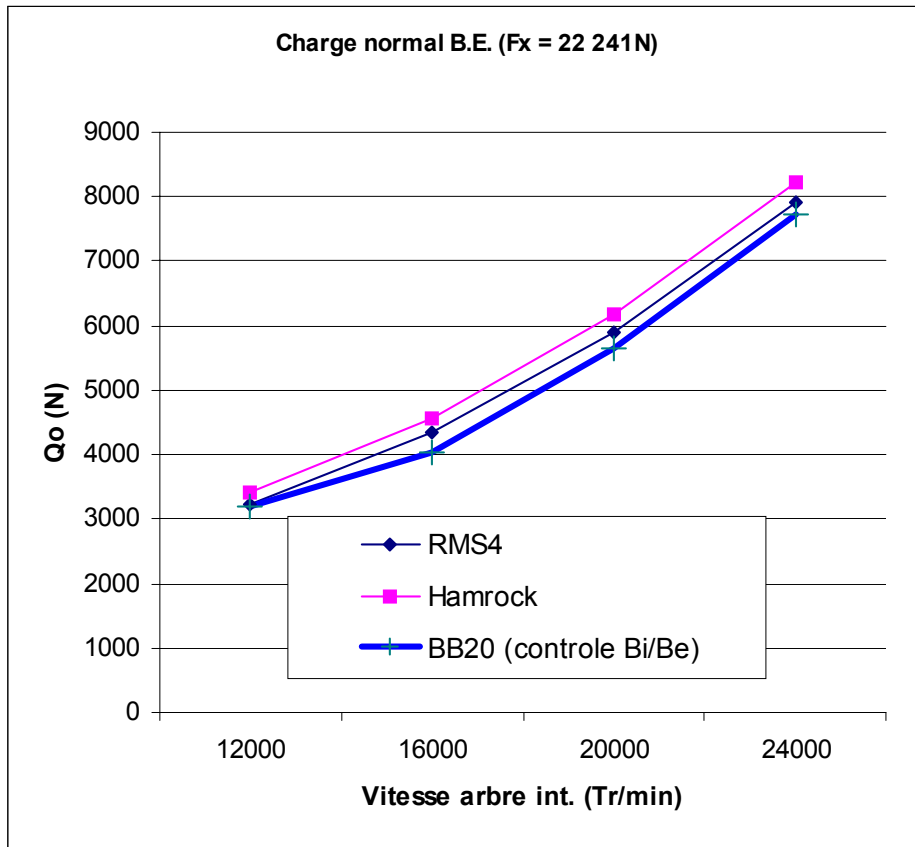


Fig. 4.22 b. Evoluția sarcinii de contact pentru rola $j=0$, pe inelul exterior al rulmentului.

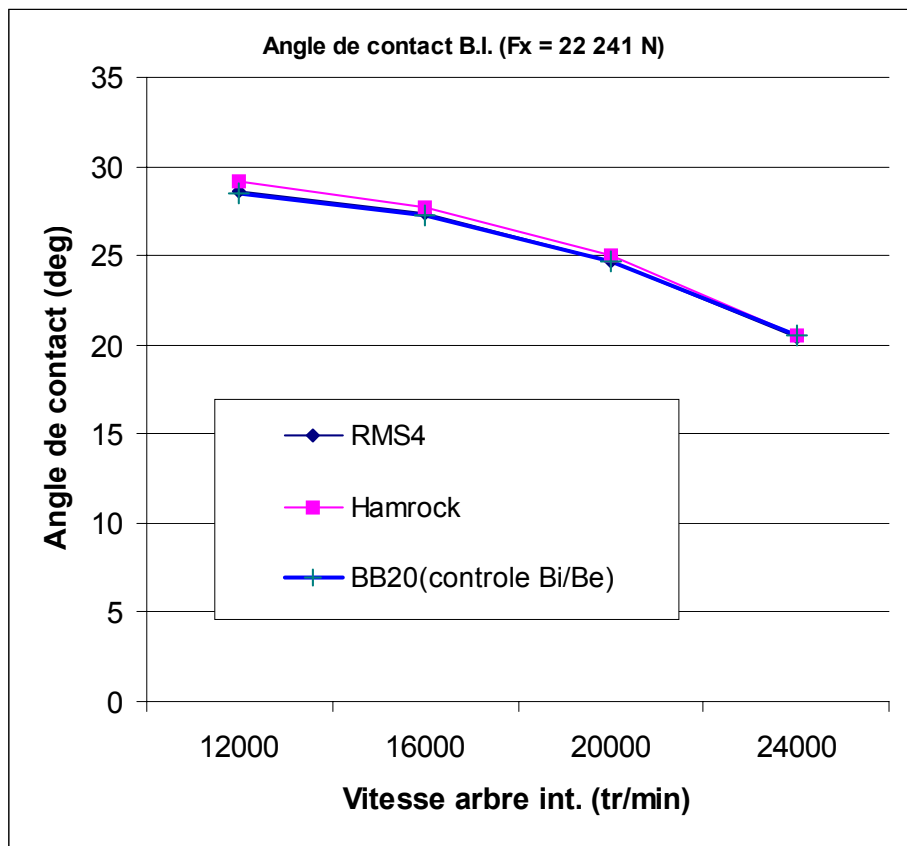


Fig. 4.22 c. Evoluția unghiului de contact contact pentru rola $j=0$, pe inelul interior al rulmentului.

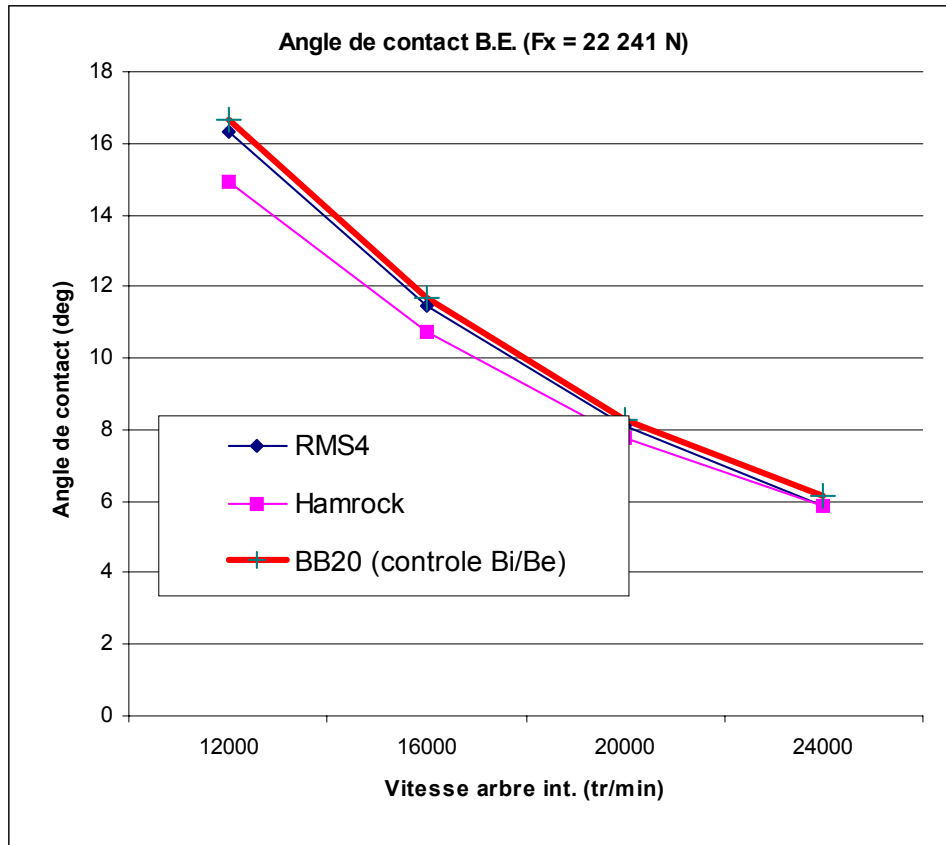


Fig. 4.22 d. Evoluția unghiului de contact pentru rola $j=0$, corespunzător contactului rolă – cale de rulare exterioară.

Rezultatele obținute, pentru aceleași condiții, de patru autori diferiți, validează modelul de calcul propus rezultând aplicabilitate în cazul analizei rulmenților radial axiali cu bile, a rulmenților cu bile cu cale de rulare secționată și a rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri

4.7. Influența unor parametri asupra determinării PCS

Geometria internă a structurii SRB și tipul de analiză 3 DOF sau 5 DOF, sunt principalii factori care afectează valorile parametrului cvazi-statici. Determinarea cu precizie impusă a PCS, implică apelarea la un calcul iterativ.

În continuare se va prezenta:

- influența tipului de analiză (evoluția PCS considerând algoritmi 3 DOF sau 5 DOF)
- influența geometriei căii de rulare (în cazul rulmenților cu bile)
- influența defazajului unghiular (în cazul rulmenților cu două rânduri de corpuri de rostogolire și colivii independente)
- influența caracterului oscilant al structurii

4.7.1. Influența tipului de analiză

Considerând o structură SRB-4PCBB-1234 a cărei geometrie este descrisă în anexa 4 și o sarcină externă: $F_x=10$ kN, $F_z=10$ kN, $F_y=8$ kN, $\omega_i=15000$ rpm, s-au executat două tipuri de analize (în 3 DOF și respectiv în 5 DOF). Pentru cele două cazuri, sunt prezentate comparativ evoluția distribuției de sarcină și a unghiului de contact, figurile 4.23a și 4.23b.

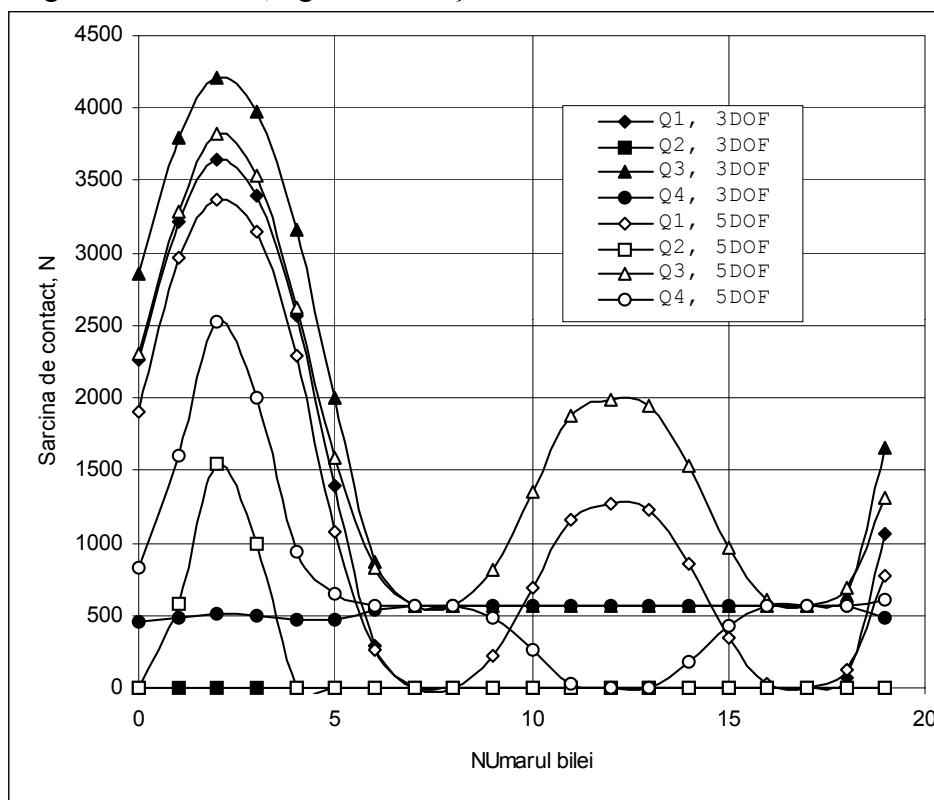


Fig. 4.23a. Evoluția distribuției de sarcină în funcție de tipul de analiză.

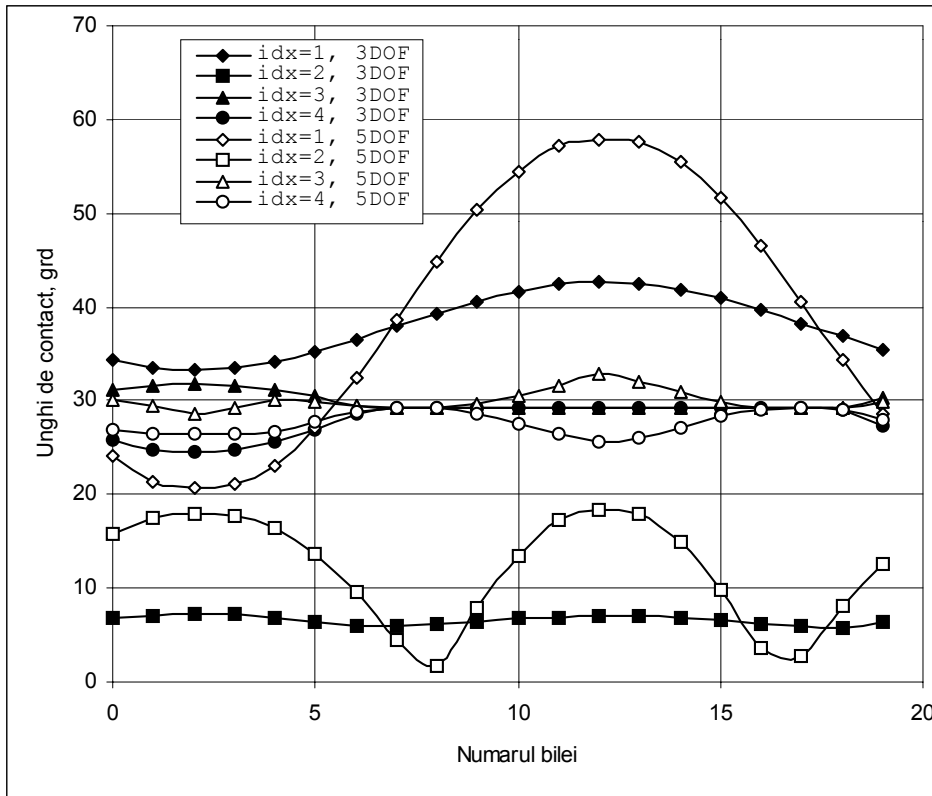


Fig.4.23b. Evoluția unghiurilor de contact în funcție de tipul de analiză considerat.

Din analiza figurilor 4.23a și 4.23b, rezultă că stabilirea tipului de analiză care trebuie aplicat prezintă o importanță deosebită. Alegerea analizei de tip 5 DOF presupune echilibrarea momentului intern rezultat ca urmare a distribuției asimetrice de sarcină la nivelul inelelor structurii considerate.

Evoluția unghiului de contact, prezentată în figura 4.23b, implică cunoașterea exactă a geometriei căilor de rulare. Valorile ridicate ale unghiurilor de contact, corelate cu cele corespunzătoare distribuției de sarcină pot conduce la obținerea de elipse trunchiate (contacte neherziene).

Datele prezentate anterior arată că o analiză realistă este aceea în care se consideră ansamblul din care rulmentul face parte și nu analiza independentă a rulmentului. Marea majoritate a analizelor teoretice nu consideră dependența arbore-tip de rulmenți, fiind necesar a se dezvolta un model de calcul complet.

4.7.2. Influența geometriei căilor de rulare

Pentru testul efectuat în paragraful 4.7.1, efectul combinat al repartiției de sarcină, al unghiului de contact și al geometriei căilor de rulare, relevă pentru a 10-a bilă existența unui contact de tip neherztian. Influența razei de racordare a căii de rulare interioară este evidențiată în figurile 4.24a și 4.24b, pentru două valori diferite parametrului r , ($r=0.5$ mm și respectiv $r=1$ mm).

Datele prezentate în figurile 4.24a și 4.24b prezintă „efectul de capăt” în cazul rulmenților cu bile. Evoluții asemănătoare a distribuției de presiune de contact apar în special în cazul rulmenților cu cale de rulare secționată dar și în cazul rulmenților radial-axiali cu bile când sarcina axială sau momentul exterior nu sunt aplicate corect

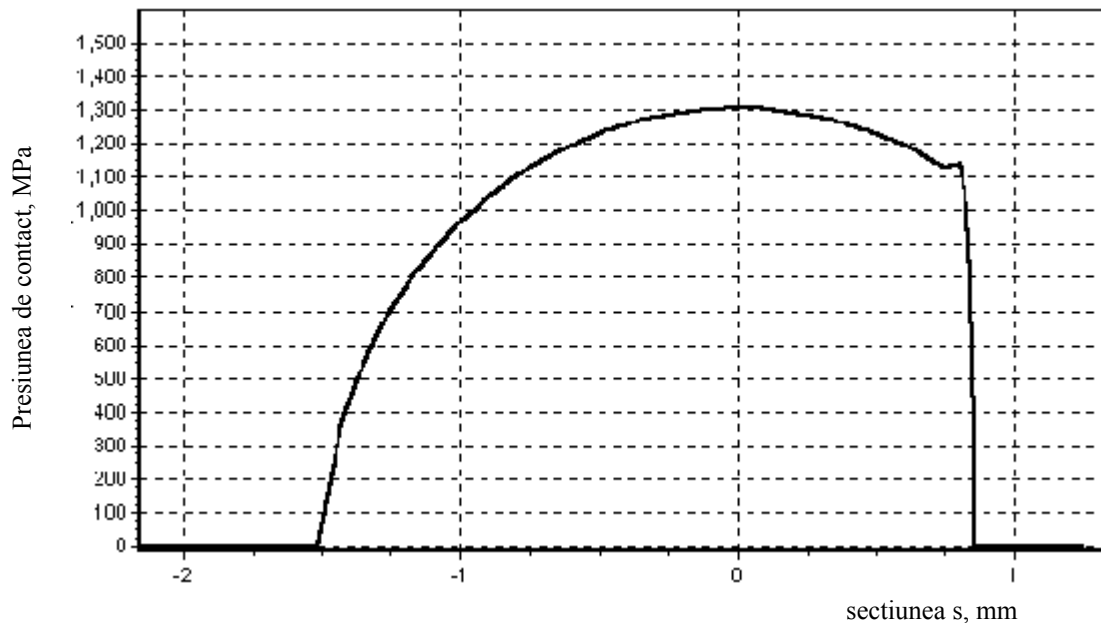


Fig.4.24a. Distribuția de presiune pe bila 10 la nivelul contactului contactul idx=2, considerând $r=0.5$ mm.

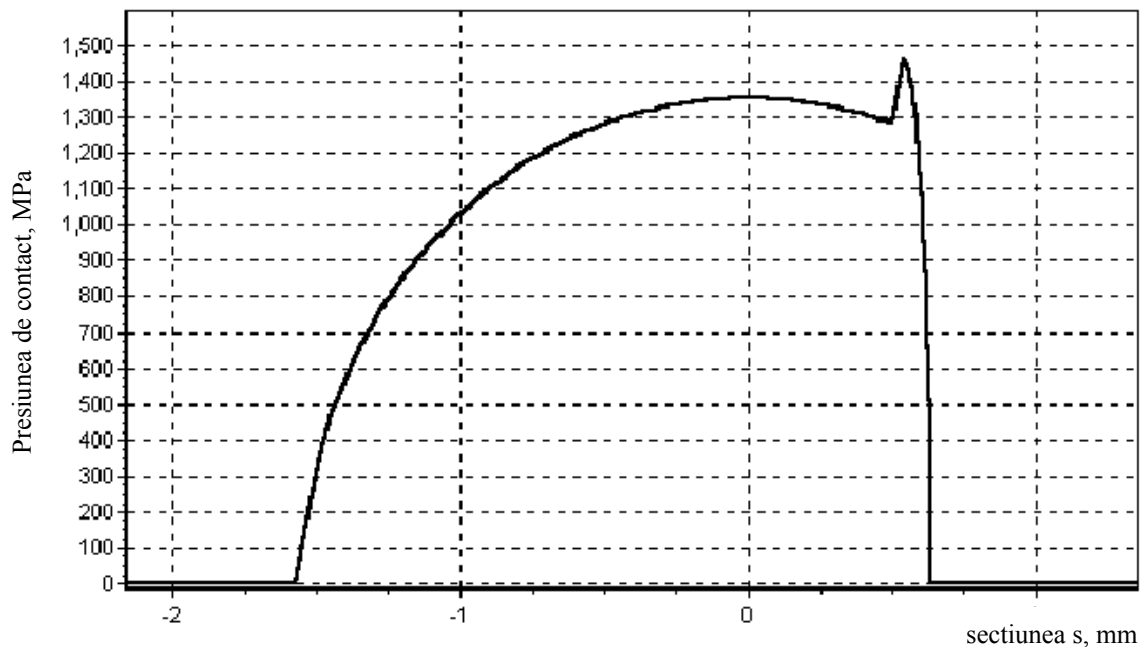


Fig.4.24b. Distribuția de presiune pe bila 10 la nivelul contactului contactul idx=2, considerând $r=1$ mm.

4.7.3. Influența defazajului unghiular

Efectul defazajului unghiular apare într-o structură SRB cu două rânduri de corpuri de rostogolire datorită montajului și / sau a valorilor diferite ale turajilor coliviilor independente ale structurii. Pentru o structură SSRB acest fenomen apare și datorită diferitelor geometrii de rulmenți care sunt parte constitutivă a structurii.

Considerând o structură SRB-SRB-22308 C pentru care ($F_z=8$ kN, $\omega_i=3000$ rpm) efectul defazajului unghiular asupra parametrilor PCS este evidențiat în figura 4.25. S-a considerat pentru rândul $r=1$ că valoarea defazajului este nulă.

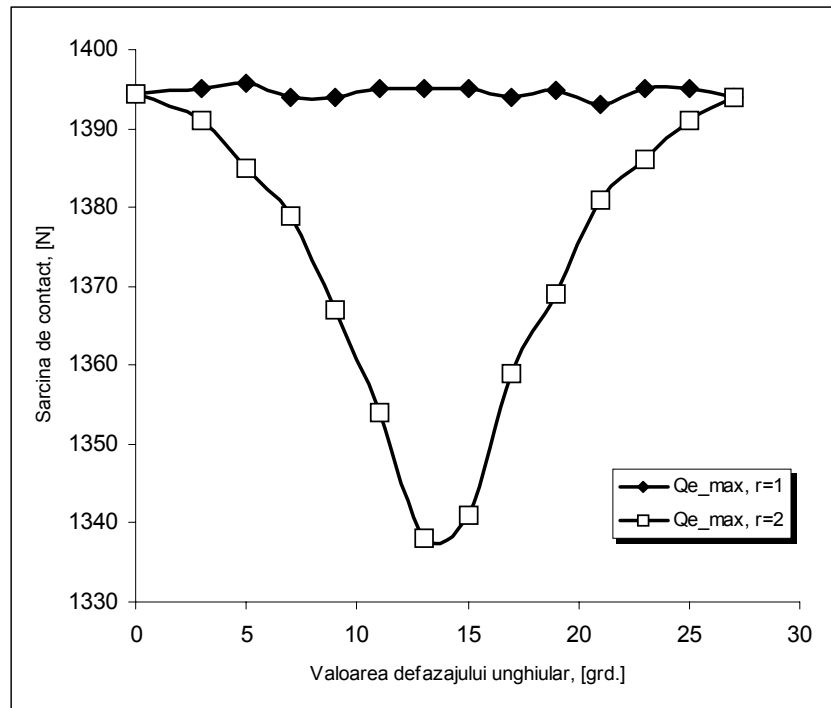


Fig.4.25. Variația sarcinii maxime de contact în funcție de valoarea parametrului unghi de defazaj

4.7.4. Influența caracterului oscilant al structurilor SRB-SRB

Pentru o structură SRB-SRB 22308C, încărcată cu $F_z=8$ kN, $F_{ax}=1$ kN, funcționând la turația $\omega_i=3000$ rpm, înclinarea inelului interior în raport cu axa de simetrie a inelului exterior, înainte de încărcare cu 0 și respectiv un grad conduce la obținerea distribuțiilor de sarcină prezentate în figurile 4.26a și 4.26b

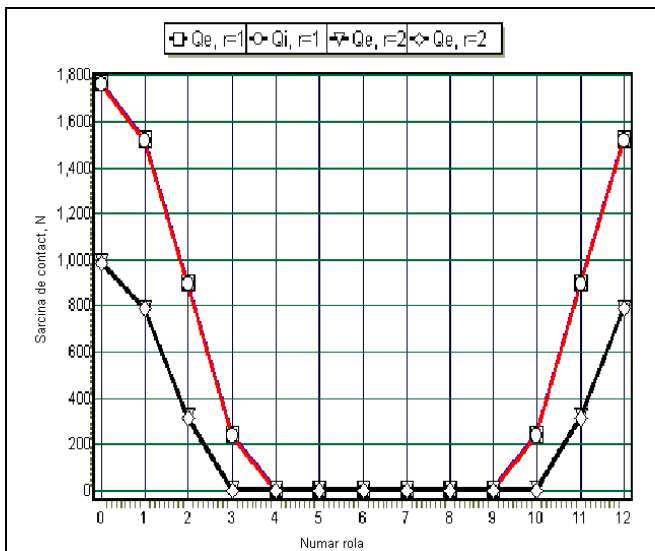


Fig.4.26a. Distribuția de sarcină pentru înclinare 0 grade

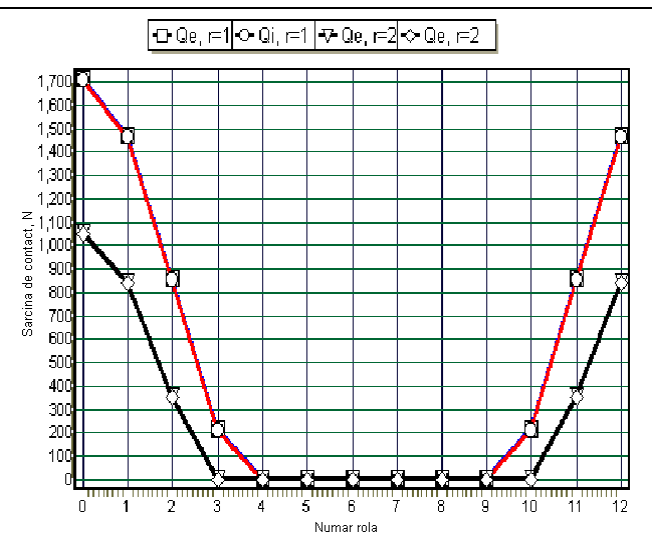


Fig.4.26b. Distribuția de sarcină pentru înclinare 1 grad

Rezultatele numerice prezentate în figurile 4.26 au fost obținute prin utilizarea unei analize de tip 3 DOF, considerând o valoare impusă a rotirii inelului interior. In cazul rulmenților radial oscilanți (cu role sau cu bile), modificarea distribuției de sarcină ca urmare a rotirii inelului mobil este puțin influențată. Cauza principală a acestui fenomen îl constituie „caracterul oscilant al structurii”, adică

poziționarea centrului geometric al căii de rulare exterioare în originea sistemului propriu de coordonate al rulmentului. În anexa 5 sunt prezentate pozițiile punctelor caracteristice ale diferitor structuri derivate din structura SRB-SRB, evidențiind caracterul oscilant sau nonoscilant al rulmentului analizat.

4.8. Concluzii

A fost dezvoltată o metodologie de calcul a parametrilor cvasi-statici (PCS) care are următoarele elemente originale:

1. Permite analiza rulmenților cu unul sau două rânduri de corpuri de rostogolire.
2. Include o metodă rapidă de analiza a distribuției de presiune și forma domeniului de contact în cazul contactelor neherziene.
3. Consideră trecerea de la un contact punctual la unul punctual modificat prin funcții continue.
4. Construirea matricei de rigiditate pentru o structura SSRB (se consideră caracteristicile specifice fiecărui tip de structură SRB în parte).
5. Determinarea pe cale analitică a Jacobianului din structura matricei de rigiditate.
6. Stabilește o relație lineară între sarcină și apropierea relativă (rel 4.10c), ceea ce permite determinarea matricei de rigiditate a oricărui tip de structură SRB care conține contacte punctuale sau punctual modificate
7. Includerea parametrilor geometriei căilor de rulare, facilitând astfel studiile de caz.

Analiza rigidității și a distribuției de sarcină în sistemele de rulmenți oscilanți cu role butoi pe două rânduri a făcut subiectul a două lucrări prezentate la simpozionul VAREHAD10, Suceava 2001.

1. Rezmires D, Bercea I, Cretu Sp, Olaru D,- (2001,a) - „Load Distribution in Double Row Spherical Roller Bearings and Spherical Roller Bearings Systems in Static Case”, VAREHD 10, Suceava
2. Rezmires D, Bercea I, Cretu Sp, Olaru D,- (2001,b) - „The Radial and Axial Stiffnesses of Spherical Roller Bearing Systems”, VAREHD 10, Suceava

CAPITOLUL 5.

Elemente de lubrificație ale structurilor SRB.

5. Parametrii reologici ai structurilor SSRB, componente ale clasei SRB

Comportarea cvasi-dinamică a unei structuri SSRB este influențată de proprietățile lubrifianului utilizat, în special de legea de variație a vâscozității dinamice cu presiunea și temperatura. Studiile experimentale arată că în condițiile specifice contactelor concentrate cu rostogolire lubrifianul trece din starea lichidă în stare „solidă”.

În unele modele de calcul ale parametrilor cvasi-statici se consideră pentru lubrifianul solid o rigiditate infinită. Efectul lubrifianului „solid” este acela de a modifica poziția punctelor caracteristice ale structurii analizate.

Caracteristicile fizice ale lubrifianului și starea suprafețelor corpurilor în contact influențează semnificativ „calitatea funcționării rulmentului” descrisă prin intermediul parametrilor putere consumată prin frecare, moment de frecare și respectiv prin intermediul vectorului „coeficient de frecare local” corespunzător punctelor care descriu interfața rolă - cale de rulare. Studiile teoretice și experimentale demonstrează existența dependenței clasei PARAMETRI REOLOGICI de clasa de funcții TIP CONTACT, precum și de temperatură și viteza suprafețelor aflate în mișcare relativă.

În continuare este prezentată metodologia de calcul a principalilor parametri ai unui lubrifian, ce intervin în stabilirea echilibrului cvasi-dinamic al unei structuri SRB. Acești parametri sunt: vâscozitatea, coeficientul de piezovâscozitate și tensiunea de forfecare în filmul de lubrifian.

5.1. Vâscozitatea și coeficientul de piezovâscozitate.

Vâscozitatea este caracteristica principală a unui lubrifian intervenind hotărâtor în evoluția parametrilor funcționali ai unui sistem mecanic lubrifiat. Este dependentă de temperatură, presiune și de natura lubrifianului (ulei mineral sau sintetic).

Pentru uleiuri minerale, Barus [1893] determină empiric o relație de calcul care exprimă dependența vâscozității dinamice de presiune și temperatură:

$$\eta_{T,p} = \eta_T \cdot \exp(\alpha_p \cdot p) \quad (5.1)$$

unde:

p - presiunea medie locală de contact (Pa).

α_p - coeficient de piezovâscozitate, (Pa^{-1})

Dependența vâscozității dinamice în funcție de temperatură este bine modelată de relația dezvoltată de Reolands în 1966 având ca bază de calcul analiza dezvoltată de Barrus [1893]:

$$\eta_T := 10^{-10 \left[\log(A) - B \cdot \log \left(1 + \frac{T}{135} \right) - 4.2 \right]}, \text{ [Pa.s]} \quad (5.2)$$

în care:

T este temperatura lubrifianului la intrarea în contact, [$^{\circ}\text{C}$];

$\eta_{1,2}$ sunt valorile vâscozității dinamice pentru două temperaturi date T_1 și T_2 , [Pa.s];

A, B sunt coeficienți.

Pentru calculul coeficienților A și B care intervin în ecuația 5.2 în cadrul tezei s-au dezvoltat relațiile:

$$A := 10^{\left(\log(\log(\eta_1) + 4.2) + B \cdot \log \left(1 + \frac{T_1}{135} \right) \right)} \quad (5.2a)$$

$$B := \frac{\log(\log(\eta_1) + 4.2) - \log(\log(\eta_2) + 4.2)}{\log\left(1 + \frac{T_1}{135}\right) - \log\left(1 + \frac{T_2}{135}\right)} \quad (5.2b)$$

Calcul coeficientului de piezovâ scozitate se realizează utilizând relația lui Wooster:

$$\alpha_p = (0.6 + 0,659 \cdot \lg(\eta_{T,p} \cdot 10^3)) \cdot 10^{-8}$$

Pentru uleiurile sintetice, dependența vâ scozității dinamice de temperatură și presiune, este bine modelată de modelul WLF dezvoltat de Yasutomi, [1984], Nelias D, [1999]

$$\log_{10} \mu(T, p) = \log_{10} \mu_g + \frac{C_1 \times (T - T_g(p)) \times F(p)}{C_2 + (T - T_g(p)) \times F(p)} \quad (5.3)$$

în care:

$$F(p) = 1 - B_1 \ln(1 + B_2 p) ;$$

$$T_g(p) = T_{g0} + A_1 \ln(1 + A_2 p)$$

Coeficienții A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 și C_2 și coeficientul de piezovâ scozitate α , depind de tipul lubrifiantului sintetic și sunt determinați prin interpolarea rezultatelor experimentale. Pentru patru tipuri de lubrifianți sintetici parametrii A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 și C_2 sunt prezentați în tabelul 5.1, Nelias D, [1999 și 2001]..

Tabel.5.1. Coeficienți determinați experimental pentru patru tipuri de lubrifianți utilizați în industria aeronautică

Parametrul	Pennzane SHF X2000	Nye 186 A	Fomblin Z25	Mobil Jet II (MIL-L-23699)
μ_g (Pa.s)	10^7	10^7	10^7	10^{12}
T_{g0} (°C)	-88	-85	-121	-107
A_1 (°C)	69,8093	53,9262	48,3241	171,96
A_2 (Gpa ⁻¹)	1,67903	2,26829	2,96467	0,4294
B_1	0,212452	0,223438	0,224572	0,1961
B_2 (Gpa ⁻¹)	11,8028	12,4888	23,8537	17,434
C_1	11,8362	11,5171	10,0745	16,342
C_2 (°C)	60,5908	53,979	54,4713	29,406

Aplicarea relației 5.2, cu soluțiile 5.2a și 5.2b la un ulei sintetic a cărei viscozitate dinamică se determină cu relația 5.3 conduce la valori aproximativ egale (a se vedea figura 5.1).

Nelias D [1999] arată că relația 5.2 nu poate defini corect evoluția vâ scozității unui lubrifiant sintetic fiind necesară utilizarea modelului WLF (ce presupune determinarea unui mare număr de constante). Utilizarea relațiilor 5.2 cu soluțiile (5.2a și 5.2b) poate fi însă aplicată și necesită un număr redus de coeficienți.

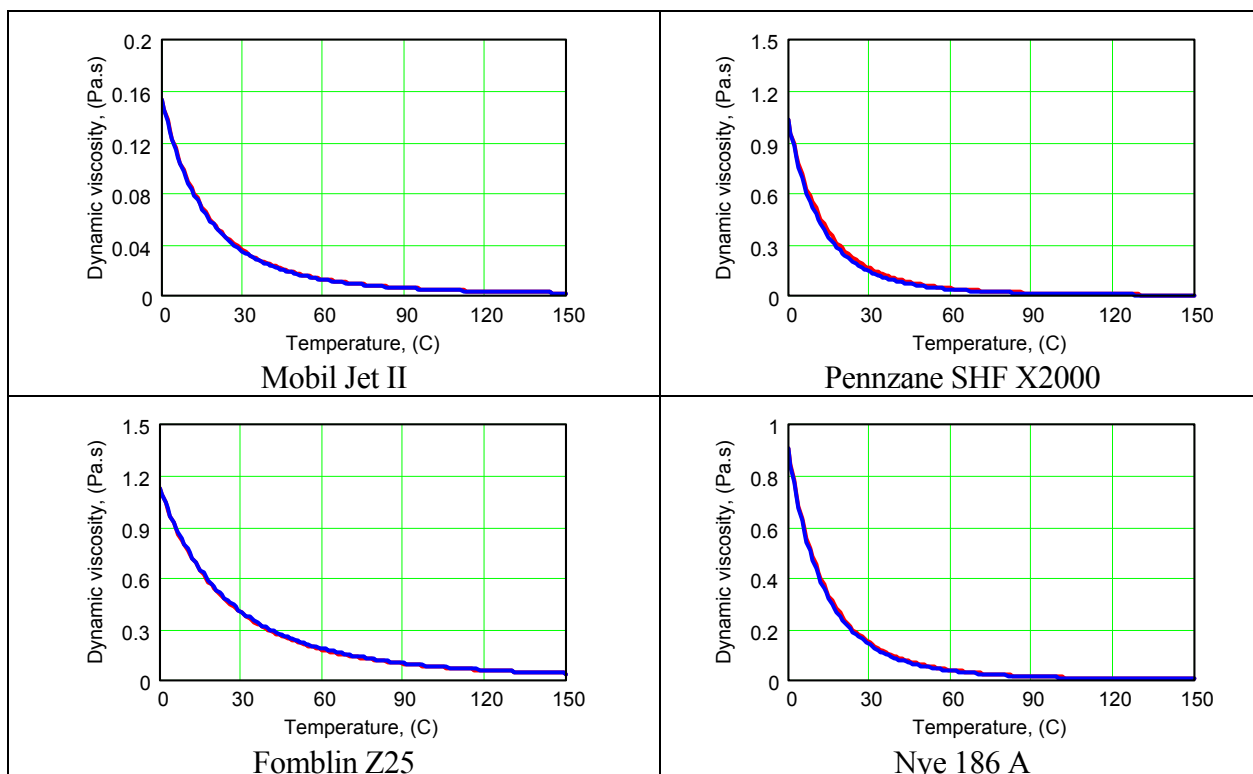


Fig.5.1. Vâscozitatea dinamică determinată cu relațiile 5.3 și 5.2 cu soluțiile 5.2a și 5.2b

Pentru lubrifianții prezentați anterior, coeficientul de piezovâscozitate se determină cu relația 5.4

$$\alpha^* = \alpha_\infty + \frac{A_{00}}{T} + \frac{A_{01}}{T^2} + \frac{A_{10}}{(T-T_{c0})} + \frac{A_{11}}{(T-T_{c0})^2} \quad (5.4)$$

unde:

$$T_{c0} = T_{g0} - C_2 \quad (5.5)$$

Valorile corespunzătoare coeficienților din relația 5.4 sunt prezentate în tabelul 5.2.

Tabel 5.2. Constante utilizate pentru calculul coeficientului de piezovâscozitate corespunzător a patru tipuri de lubrifianți aeronautici

Coeficient	Pennzane SHF X2000	Nye 186 A	Fomblin Z25	Mobil Jet II
α_{00} (GPa ⁻¹)	0	0	0	0
A_{00} (K/GPa)	-54,677	-1,7295 10 ³	-1,3222 10 ³	-2,5118.10 ³
A_{01} (K ² /Gpa)	8,4243 10 ⁵	4,9567 10 ⁵	7,3974 10 ⁵	3,71.10 ⁵
A_{10} (K/GPa)	1,4264 10 ³	3,2079 10 ³	4,0438 10 ³	3,5.10 ³
A_{11} (K ² /Gpa)	1,3876 10 ⁴	-1,97 10 ⁴	-1,3132 10 ⁵	-20,08.10 ³

5.2. Regimuri de frecare-ungere în structurile SRB.

Intr-o cuplă superioară, pot exista patru regimuri de ungere cu film fluid:

- Regimul izovâscoz - rigid (IVR) : presiunea de contact este insuficient de mare pentru a modifica substanțial vâscozitatea lubrifianțului sau pentru a produce deformații elastice importante. Este denumit și regim hidrodinamic.
- Regimul piezovâscoz - elastic (PVE): presiunea de contact produce deformații elastice

semnificative și modificări importante ale vâscozității. Ușual, acest regim este cunoscut și sub denumirea de regim elasto-hidrodinamic (EHD);

- Regim piezovâscos-rigid (PVR) : presiunea de contact este insuficient de mare pentru a produce deformații elastice semnificative dar suficientă pentru a modifica substanțial vâscozitatea lubrifiantului;
- Regimul izovâscos-elastic (IVE): presiunea este insuficient de mare pentru a produce modificarea substanțială a vâscozității, dar suficient de mare pentru a produce deformații elastice importante.

Studiile efectuate de către Houpert, [1987], Marckho (Harris, [1991]), Zhu [1999] permit stabilirea unor criterii de tranziție între cele patru regimuri de lubrificație. Se prezintă în continuare criteriul A, dezvoltat de Houpert [1987] și criteriul C1, dezvoltat de Marckho și prezentat de Harris [1991].

5.2.1. Modelul Houpert

Houpert, [1987], consideră că în rulment există două regimuri de frecare-ungere specifice, PVR și EHD. Separarea celor două regimuri se face cu ajutorul unei funcții notată A:

- dacă $A < 2,53$, regim PVR, $IVR \in PVR$;
- dacă $A \geq 2,35$, regim EHD, $IVE \in EHD$;

unde:

$$A = 12.G.U \frac{0,177.k}{k + 0,778} H_{IVR}^{-1,5} \quad (5.6)$$

pentru contact liniar: $H_{IVR} = 4,9U/W \quad (5.7a)$

pentru contact punctual :
$$H_{IVR} = \left\{ \frac{\left(1 + \frac{2}{3k}\right) \frac{W}{U}}{[0,131 \cdot \arctg(k/2) + 1,638] \cdot \sqrt{123k}} \right\}^{-2} \quad (5.7b)$$

în care:

- k = factorul de elipticitate al contactului
- W,U – reprezintă parametrii adimensionali de sarcină și de viteză, prezentați în anexa 3.

5.2.2. Modelul Marckho

Marckho (Harris [1991]) folosește o funcție de analiză notată C1.

$$C1 = \log_{10} \left[1,5 \cdot 10^6 \left(\frac{G}{5000} \right)^2 \cdot \frac{W}{U} \right] \quad (5.8)$$

Folosind elementele prezentate în anexa 3, stabilirea regimului de ungere se face prin compararea valorii funcției C1 cu valorile 1 și -1, rezultă nd:

- regim IVR, pentru $C1 \leq -1$;
- regim PVR, pentru $-1 < C1 < 1$;
- regim EHD, IVE, pentru $C1 \geq 1$;

Criteriul de analiză utilizat în cadrul tezei este criteriul Marckho, prezentat de [Harris, 1991]. S-a optat

pentru acest model deoarece C1 nu depinde de tipul de contact (adică de parametrul H_{IVR}).

5.3. Calcul grosimii filmului de lubrifiant

Relațiile de calcul ale grosimii filmului de lubrifiant, în condiții de funcționare izoterme sunt dezvoltate de Dowson și Hamrock. Relațiile de calcul care descriu grosimea filmului de lubrifiant sunt prezentate în funcție de valoarea coeficientului C1, din criteriul Marckho și de tipul de contact și au fost deduse considerând condiții de funcționare izoterme și alimentare abundentă cu lubrifiant a zonei de intrare în contact

pentru un contact liniar:

$$\text{regim IVR: } h_{0,iso} = h_{min,iso} = 2,45 \cdot \frac{\eta(T,0) \cdot u \cdot R_y \cdot Lw}{Q} \quad (5.9)$$

$$\text{regim PVR: } h_{0,iso} = h_{min,iso} = 1,66(G \cdot U)^{2/3} \cdot R_y, \quad (5.10)$$

$$\text{regim EHD: } h_{0,iso} = 2.92 \cdot U^{0,692} G^{0,47} W^{-0,166} \cdot R_y \quad (5.11a)$$

$$h_{min,iso} = 1.71 \cdot U^{0,694} G^{0,568} W^{-0,128} \cdot R_y \quad (5.11b)$$

pentru un contact de tip punctual:

regim IVR

$$h_{0,iso} = h_{min,iso} = \left[\frac{1 + \frac{2 \cdot k}{3}}{\left(0.131 \cdot \arctan\left(\frac{k}{2}\right) + 1.683 \right) \cdot \sqrt{128 \cdot k}} \right]^{-2} \cdot \left(\frac{U}{W}\right)^2 \cdot R_y \quad (5.12)$$

$$\text{regim PVR: } h_{0,iso} = h_{min,iso} = 1,66(G \cdot U)^{2/3} \cdot (1 - \exp(-0.7 \cdot k^{0.64})).R_y, \quad (5.13)$$

regim EHD

$$h_{0,iso} = 3.61 \cdot U^{0,68} G^{0,53} W^{-0,063} \cdot (1 - 0,61 \cdot \exp(-0.751 \cdot k^{0.64})).R_y \quad (5.14a)$$

$$h_{min,iso} = 3.63 \cdot U^{0,68} G^{0,49} W^{-0,073} \cdot (1 - \exp(-0.7 \cdot k^{0.64})).R_y \quad (5.14b)$$

În realitate, grosimea filmului de lubrifiant este influențată de temperatură și de posibilitatea existenței fizice a lubrifiantului. În aceste condiții este necesar să se introducă o serie de factori de corecție (coeficienți de corecție termică și de starvare).

$$h_{min} = h_{min,iso} \cdot \Phi_T \cdot \beta \quad (5.15a)$$

$$h_0 = h_{0,iso} \cdot \Phi_T \cdot \beta \quad (5.15b)$$

în care: Φ_T este un coeficient de corecție termică, iar β este coeficientul de corecție datorat fenomenului de starvare. Pentru ungere în baie de ulei $\beta=1$

Jackson [1981], prezintă pentru determinarea coeficientului de corecție termică Φ_T , relația:

$$\phi_T = \frac{1}{1 + 0,254 \cdot L_T^{0,62}} \quad (5.15c)$$

În ecuația (5.15c) este definit parametrul termic $L_T = \eta_{p,T} \beta v \cdot u_r^2 / kf$, în care :

β_v - coeficient termovâ scos (C^{-1})

$$\beta = \frac{A \cdot B}{1 + 58.63 \cdot \left(1 + \frac{T}{135}\right) \cdot B}$$

A și B constante date de ecuațiile 5.2a și 5.2b

kf - conductivitatea termică a lubrifianțului ($W \cdot m^{-1} \cdot C^{-1}$)

$$kf = 1,16 \cdot \left(\frac{0,101 - 0,000045 \cdot T}{\rho_{15}} \right)$$

ρ_{15} = densitatea lubrifianțului la 15 °C

u_r - viteza de rostogolire (m/s)

$$u_r = (u_1 + u_2) / 2,$$

u_1, u_2 - vitezele absolute ale suprafețelor care compun cupla cinematică

5.4. Calculul tensiunilor de forfecare din lubrifiant

În analiza comportării dinamice a unei structuri SRB intervin tensiunile de forfecare în lubrifianțul supus simultan sollicitărilor normale și de tracțiune. Tensiunea de forfecare a lubrifianților este dependentă de presiunile locale de contact și de cinematica structurii.

În general, comportarea newtoniană a lubrifianților lichizi este caracteristică regimului de lubrifiere izoviscos-rigid (IVR), iar comportarea non-newtoniană este caracteristică regimului elastohidrodinamic (EHD). Pentru analiza contactelor cu rostogolire din rulmenți (EHD), cel mai des se folosesc modele Maxwell neliniare, în care viteza de forfecare este compusă dintr-o componentă elastică și una neliniară vâ scoasă:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_e + \dot{\gamma}_v = \frac{d\tau}{dt} \cdot \frac{1}{G} + F(\tau) \quad (5.16a)$$

În relația anterioară G definește modulul elastic de forfecare al lubrifianțului, iar $F(\tau)$ este o funcție disipativă care definește componenta vâ scoasă. Johnson și Tevaarwerk [1979] au demonstrat că un model reologic simplu, de tip Maxwell neliniar, descrie bine comportarea reologica a lubrifianțului într-un astfel de contact.

Pentru studierea tracțiunii din contactele cu rostogolire ale rulmenților, se pot utiliza diferite expresii ale funcției disipative $F(\tau)$ între care:

$$F(\tau) = \frac{\tau_0}{\eta} \cdot \sinh\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \quad (\text{Ree \& Eyring, 1955})$$

$$F(\tau) = -\frac{\tau_L}{\eta} \cdot \ln\left(1 - \frac{\tau}{\tau_L}\right) \quad (\text{Bair \& Winer, 1979})$$

$$F(\tau) = \frac{\tau_L}{\eta} \cdot \text{tgh}^{-1}\left(\frac{\tau}{\tau_L}\right) \quad (\text{Gecim \& Winer, 1980})$$

$$F(\tau) = \frac{\tau_L}{\eta} \cdot \left[1 - \left(\frac{\tau}{\tau_L}\right)^2 \right]^{-1/2} \quad (\text{Elsharkawy \& Hamrock, 1991})$$

Tensiunea de forfecare este o tensiune caracteristică τ_0 (delimitează pe curba de tracțiune începutul

neliniarității în comportarea lubrifiantului) pentru modelul Eyring sau o tensiune limita τ_L pentru celelalte modele.

În cazul alunecărilor mari, caracteristice contactelor cu rostogolire cu risc de gripare, efectul elastic se poate neglija. Astfel, modelul reologic Maxwell cu funcția disipativă Ree-Eyring, în situația pentru care $\tau \geq \tau_0$, se poate exprima astfel:

$$\dot{\gamma} = \frac{\tau_0}{\eta} \cdot \sinh\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \approx \frac{\tau_0}{2 \cdot \eta} \cdot \exp\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right) \quad (5.16b)$$

$$\tau = \tau_0 \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot \eta \cdot \dot{\gamma}}{\tau_0}\right) \quad (5.17)$$

Utilizând valorile medii ale parametrilor reologici și împărțind ecuația (5.17) la presiunea medie de contact se obține relația:

$$\mu = \frac{\bar{\tau}}{\bar{p}} = \frac{\bar{\tau}_0}{\bar{p}} \cdot \ln \dot{\gamma} + \frac{\bar{\tau}_0}{\bar{p}} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot \eta}{\bar{\tau}_0}\right) \quad (5.18)$$

În coordonate μ și $\ln(\dot{\gamma})$, relația (5.18) reprezintă ecuația unei drepte, tangenta la curba de tracțiune în punctul de inflexiune al acesteia (figura 5.2). O analiză completă a relației 5.18 este prezentată de Bercea [2002]. La limită, când $\mu = 0$, tensiunea caracteristică devine:

$$\bar{\tau}_0 = 2 \cdot \eta \cdot \dot{\gamma} \quad (5.19)$$

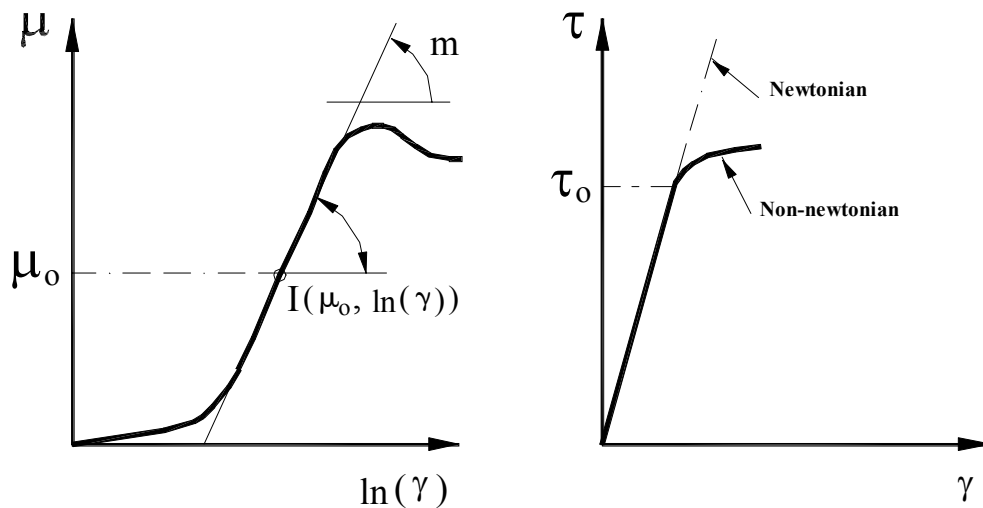


Figura 5.2 Variația coeficientului de tracțiune μ și a tensiunii de forfecare τ funcție de viteza de forfecare

Pentru cazul alunecărilor bidirecționale, Johnson și Tevaarwerk [1979] propun o generalizare a relației (5.16), introducând o tensiune de forfecare echivalentă τ_{eq} , definită pe baza criteriului von-Mises. Ecuația (5.16) se înlocuiește cu sistemul de ecuații (5.20):

$$\dot{\gamma}_x = \frac{u_r}{G} \cdot \frac{d\tau_x}{dx} + \frac{\tau_x}{\tau_{ech}} \cdot \frac{\tau_0}{\eta} \cdot f\left(\frac{\tau_{ech}}{\tau_0}\right) \quad (5.20a)$$

$$\dot{\gamma}_y = \frac{u_r}{G} \cdot \frac{d\tau_y}{dy} + \frac{\tau_y}{\tau_{ech}} \cdot \frac{\tau_0}{\eta} \cdot f\left(\frac{\tau_{ech}}{\tau_0}\right) \quad (5.20b)$$

în care:

$$\tau_{ech} = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}$$

unde: u_r este viteza de rostogolire în contact și $f(\tau_{ech}/\tau_0)$ reprezintă funcția disipativă specifică modelului considerat.

Utilizarea modelelor prezentate anterior presupun cunoașterea valorilor unor proprietăți fizice ale lubrifianului: vâscozitatea dinamică η , modulul elastic de forfecare G , tensiunea de forfecare caracteristică τ_0 sau limita τ_L .

Algoritmul de calcul implementat în programul SRBSYM folosește modelul Maxwell-Ree-Eyring, descris de Houpert [1980 și 1985]. Pentru un punct de coordonate (x,y) aflat în contact tensiunea locală de forfecare $\tau_{x,y}$ are expresia:

$$\tau_{x,y} = \tau_{iso} \cdot C_T(x, y) \quad (5.21)$$

unde:

$$\tau_{iso} = \tau_0 \ln\left[X + \sqrt{X^2 + 1}\right] c_T$$

$$X = \frac{\eta_0 e^{\alpha \cdot p}}{\tau_0} \gamma$$

$$C_T = \exp\left[-(0,138 + 1,044 \cdot \xi) \cdot \chi^{(-1,413 - 0,408 \cdot \xi) \cdot (9,739 + 0,149 \cdot \xi)}\right]$$

$$\xi = \frac{K_L}{\sqrt{\pi K_s \rho_s c_s}} \frac{1}{h_0} \left[\frac{b}{v}\right]^{0.5},$$

$$\chi = \frac{1}{\tau_0 h_0} \left[\frac{2K_L \eta_0 e^{\alpha p}}{\beta}\right]^{0.5}$$

$$\gamma = \frac{v(1 - v^2)}{h_0}$$

Parametrii care intervin în relația (5.21) sunt prezentați în anexa 3.

Raportul dintre tensiunea tangențială $\tau_{x,y}$ și presiunea normală de contact $p_{x,y}$, reprezintă coeficientul local de frecare din lubrifian, având expresia:

$$\mu_{l(x,y)} = \tau_{x,y} / p_{x,y} \quad (5.22)$$

5.5. Variația grosimii filmului în funcție de condițiile de încărcare și de tipul structurii

Pentru o structură SRB-4PCBB-13, impunând o turație constantă a inelului interior $n_i=60000$ rpm și o sarcină axială variabilă, rezultă pentru grosimea filmului de lubrifian, repartiția din figura 5.2.

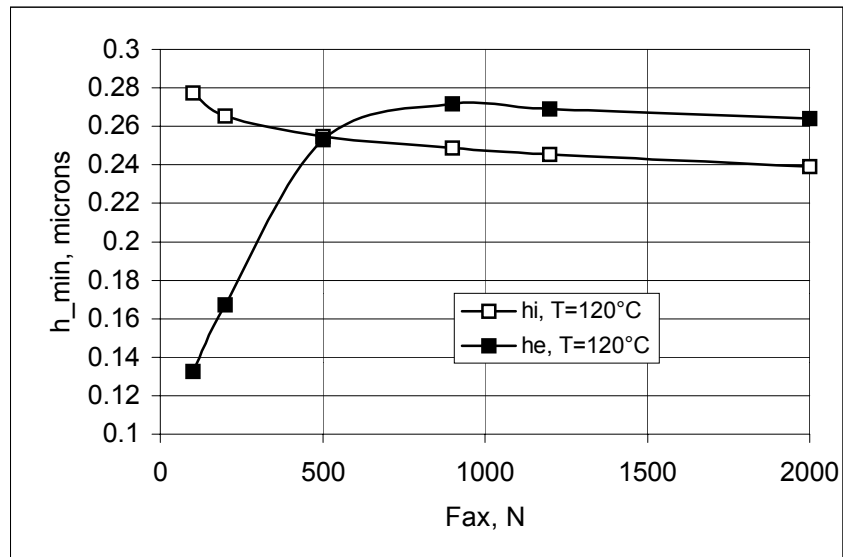


Fig.5.2. Evoluția grosimii filmului de lubrifianț în funcție de modificarea încărcării axiale

Considerând o structură SRB-4PCBB-1234, încărcată axial cu Fax=10000 N și sarcină radială nulă, prin modificarea vitezei unghiulare a inelului interior rezultă că la nivelul celor „idx” contacte, grosimea filmului de lubrifianț variază conform figurii 5.3

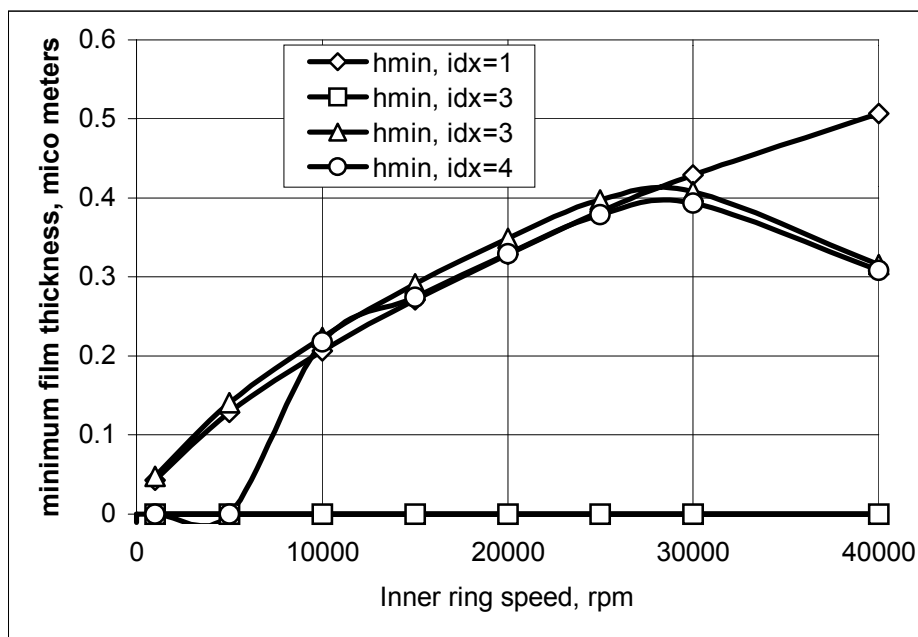


Fig.5.3. Evoluția grosimii filmului de lubrifianț în funcție de variația turăției inelului interior

Forma variației grosimii filmului din figura 5.3 este dictată de „forma variației vitezei medii de rostogolire” corespunzătoare contactului „idx”. Analiza ecuațiilor 5.14 și a rezultatelor oferite prin rularea programului BB20, surprind acest aspect. Diagrama de variație a vitezei de rostogolire este prezentată în figura 5.4

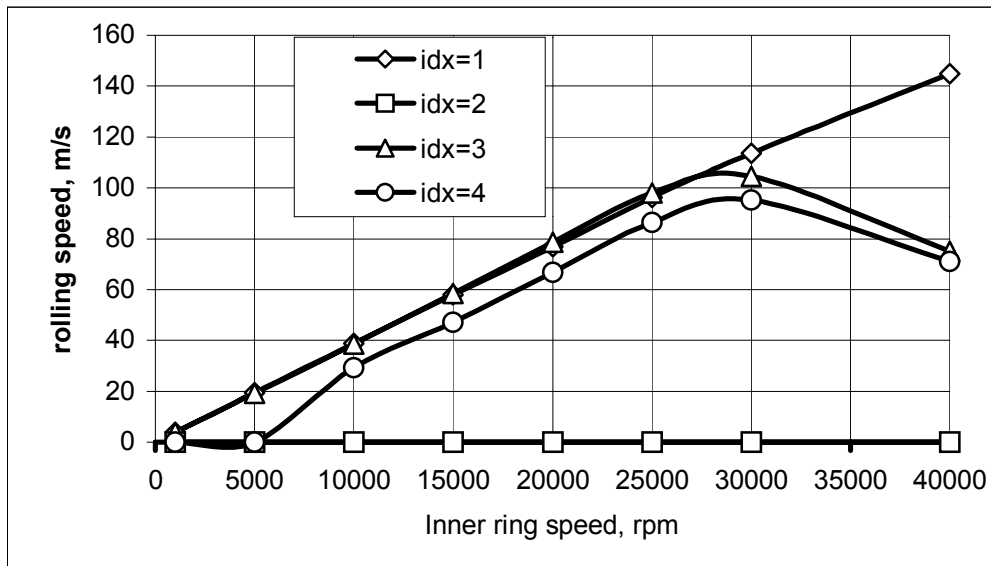


Fig.5.4. Evoluția vitezei de rostogolire în structura SRB-4PCBB-1234

5.6. Concluzii

Pentru calculul parametrilor reologici care intervin în analiza cvasi-dinamică a structurii SRB trebuie cunoscuți:

- tipul structurii (cap 2);
- tipul lubrifiantului (mineral sau sintetic);
- vitezele unghiulare ale roților și ale coliviilor.

Pentru aprecierea dependenței vâscozității de presiune și temperatură au fost propuse relații de calcul îmbunătățite stabilindu-se clar domeniile de aplicabilitate, funcție de condițiile specifice contactului concentrat analizat.

Relațiile de calcul propuse sunt valabile pentru orice lubrifiant și necesită un număr mai redus de coeficienți pentru exprimarea variației vâscozității dinamice în funcție de temperatură în raport cu relațiile menționate curent în literatura de specialitate.

CAPITOLUL 6.

Contribuții privind analiza parametrilor cvasi-dinamici ai structurilor SRB.
Validare experimentală a metodei de calcul propuse.

6. Parametrii cvasi-dinamici ai structurilor SRB

Spre deosebire de determinarea PCS in determinarea parametrilor cvasi-dinamici se considera si efectele lubrificatiei si ale frecarilor. Pentru determinarea și validarea valorilor calculate ale parametrilor cvasi-dinamici s-a parcurs următorul algoritm:

1. crearea unei clase de funcții OOP necesară descrierii matematice a parametrilor cvasi-dinamici;
2. stabilirea ecuațiilor de echilibru ale elementelor structurii (corpuri de rostogolire și colivii);
3. stabilirea metodelor numerice utilizate în analiza;
4. stabilirea relațiilor de calcul ale forțelor si momentele care intervin in calculul parametrilor cvasi-dinamici;
5. validarea experimentală a rezultatelor calculate și analiza cauzelor care determina diferențe între modelarea analitico-numerică si experiment.

In clasa de funcții „parametri cvasi-dinamici”, notată PCD, sunt incluse forțele și momentele care antrenează în mișcare rolele și coliviile unei structuri SRB. Determinarea PCD se realizează folosind o metodă de calcul iterativă (cea mai sigură metodă fiind dihotomia) și implică rezolvarea ecuațiilor de echilibru ale rolelor și coliviilor structurii.

6.1. Ecuațiile care descriu echilibrul rolelor pe direcția de înaintare

Un rulment cu două rânduri de corpuri de rostogolire se obține prin concatenarea unor structuri simple de tip SRB-4PCBB-13 și / sau RB-4PCBB-24 (figura 2.9). Legătura fizică cere ca inelele interioare, respectiv exterioare, să suporte aceeași deplasare axială. Pentru o rolă SRB cu „idx” contacte principale, forțele și momentele care acționează în direcția principală de mișcare sunt prezentate în figura 6.1a. Pentru o structură SRB-SRB cu două contacte principale indicii „i” și „e” au valorile prezentate în matricea:

	r=1	r=2
i	idx=1	idx=2
e	idx=3	idx=4

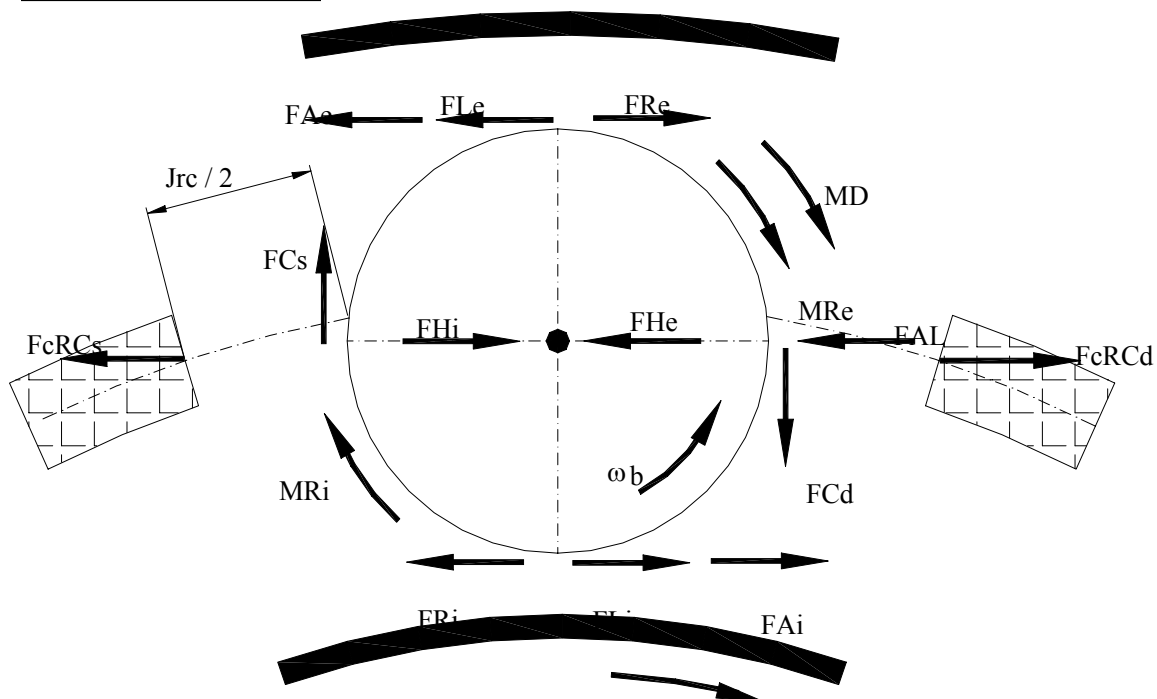


Fig.6.1.a. Forțe și momente care acționează asupra unei role.

Pentru calculul parametrilor cvasi-dinamici (PCD), în literatură sunt prezentate două metode:

- metode simplificate: Houpert, [1985];
- integrarea ecuațiilor de mișcare (Runge-Kutta) procedeu utilizat de Molina, [1976], Kellstrom [1979] (SKF), Kleckner [1982], Naronha [1990] (FAG), Gupta, [1979 a.d, 1983, 1991], iar în cadrul categoriei „Organe de Masini ” din Iasi, de tezele elaborate de Olaru D, [1992], Bercea I, [1996], Prisacaru [1997], etc. Modelul de calcul care presupune integrarea ecuației de mișcare a unei role și rezolvă ecuații diferențiale de forma:

$$\frac{d}{dt} \{\omega_w\}_j = \frac{1}{J_b} \{\sum M\}_j \quad (6.1)$$

în care:

ω_w reprezintă turația rolei, $\sum M$ reprezintă suma momentelor care antrenează în mișcare rola, iar J_b este momentul de inerție al rolei.

Rezolvarea ecuației 6.1, impune ca soluția inițială să se afle în imediata vecinătate a soluției finale, [Valeriu I, 1996], aproximare greu de realizat pentru toate cazurile de analiză ale structurilor SRB (vezi figurile 3.12..3.13).

Modelul simplificat propus de Houpert [1985], nu ține cont de contactul rolă-colivie, fiind însă bine aplicabil rulmenților cu bile încărcate pur axial, caz în care forțele de contact rolă-colivie tind la zero. Pentru o rolă j aflată pe rânul r având mișcare stabilizată, ecuațiile de echilibru sunt:

$$\sum M(\omega_{b,r,j}, \omega_{c,r}) = 0 \quad (6.1a)$$

$$\sum F(\omega_{b,r,j}, \omega_{c,r}) = FcRC_{s,d} \quad (6.1b)$$

Indicii s și d, descriu poziția punctului de contact rolă – colivie aflat în partea stângă sau respectiv dreaptă a centrului de masă al rolei. Se notează $FCBC(j) = FcRC_{s,d}$ sarcina de contact între bilă și colivie fiind indicat în figura 6.1.b

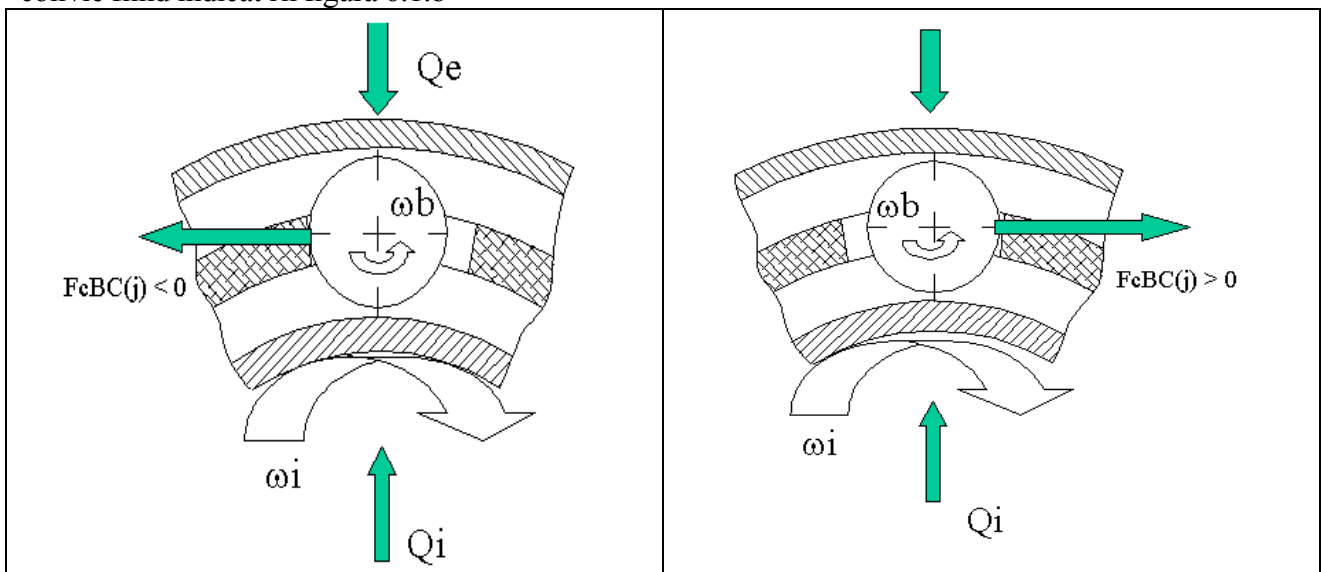


Fig.6.1.b. Sensul sarcinii de contact rolă - colivie

Utilizând notațiile anterioare, ecuațiile de echilibru de momente și de forțe pentru rola j devin:

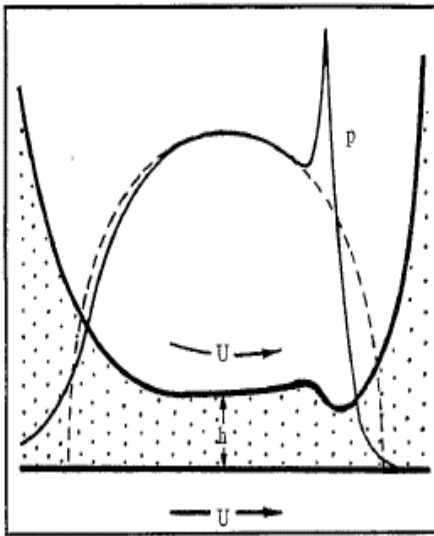
$$\sum M(\omega_{b,j}, \omega_c) = \frac{dw}{2} \left[\sum_{idx} SF_{idx} \cdot sduz_{idx} - FcBC(j) \cdot \mu_{RC} \right] - MD = 0 \quad (6.2a)$$

$$\sum F(\omega_{b,j}, \omega_c) = \sum_{idx} (SF_{idx} + sduz_{idx} \cdot FH_{idx}) - FAL = FCBC(j). \quad (6.2b)$$

în care:

$$SF_{idx} = sduz_{idx} \cdot (FA_{idx} + FL_{idx} - FR_{idx})$$

Forțele și momentele care intervin în sistemul de ecuații 6.2 se calculează utilizând elementele prezentate în anexele 1 și 3 și capitolele 3 și respectiv 5, considerând valori cunoscute pentru turația rolei și a coliviei.



Forțele FR_{idx} , și FH_{idx} din sistemului de ecuații 6.2, au cauză principală diferența de presiune din zona de intrare și respectiv ieșire a lubrifiantului din contact (figura 6.2). Acest fenomen este prezentat de Dowson D [1961, 1966, 1976, 1983, 1995].

FH - forțele hidrodinamice (de presiune) și forțe rezistente de rostogolire.

FH_{idx} , este rezultanta diferenței proiecțiilor pe direcția de înaintare a presiunilor din zona de intrare și zona de ieșire dintr-un tribocontact. Conform elementelor teoretice prezentate de Houpert [1985], relația de legătură între forțele de presiune FH_{idx} și forțele rezistente de rostogolire este:

$$FH_{idx} = 2 \cdot FR_{idx} \quad (6.3)$$

Fig. 6.2. Distribuția de presiuni într-un contact EHD

În literatura de specialitate sunt prezentate o serie de relații de calcul care modelează forța rezistentă de rostogolire sau momentul rezistent de rostogolire. În continuare se va face referire la trei dintre aceste relații, prezentate de Houpert L [1985] și Hamrock [1986], Nelias D [1999], tabelul 6.1

Tabel 6.1. Relații de calcul pentru calculul forțelor FR_{idx} (forțele rezistente de rostogolire)

Referință bibliografică	Relația de calcul pentru forța rezistentă de rostogolire respectiv momentul rezistent, valabile în cazul modelării contactelor de tip punctual.	
Nelias D,	$FR_{idx} = 8,5 \cdot \frac{b_{idx}}{Dw} \cdot Q_{idx} \cdot U_{idx}^{0,656} \cdot W_{idx}^{-0,8673} \cdot G_{idx}^{0,022} \cdot k_{idx}^{0,91}$	6.4.a
Houpert,	$FR_{idx} = 2,86 \cdot E \cdot Ry_{idx}^2 \cdot U_{idx}^{0,66} \cdot W_{idx}^{0,47} \cdot G_{idx}^{0,022} \cdot (Rx_{idx} / Ry_{idx})^{0,348}$	6.4.b
Hamrock,	$MR_{i,e} = Q_{i,e} \cdot 0,8 \cdot b_{i,e} \cdot W_{i,e}^{-1,547} \cdot U_{i,e}^{0,589} \cdot G_{i,e}^{-0,421}$, $FR_{i,e} = MR_{i,e} \cdot 2/dw$	6.4.c

FL- forțe de tracțiune de tracțiune în lubrifiant

Forțele de tracțiune în lubrifiant rezultă prin sumarea efectelor locale ale tensiunilor de forfecare din lubrifiant și depind de sensul local al vitezei de alunecare. Sunt notate FL_{idx} și se calculează prin sumare pe toată aria de contact :

$$FL_{idx} = \iint_A [\tau_{x,y}]_{idx} \cdot \left[\frac{Val_{P(x,y)}}{|Val_{P(x,y)}|} \right]_{idx} \cdot dA \quad (6.5)$$

unde:

- Val = viteza de alunecare (cap 2);
- $(\tau_{x,y})_{i,e}$ - tensiunea tangențială pe direcția de rostogolire, corespunzătoare domeniului analizat (cap 5);
- dA – reprezintă aria elementului considerat;
- x,y – coordonatele unui punct din cuprins în domeniul de contact.

FA - Forța de tracțiune pe asperități

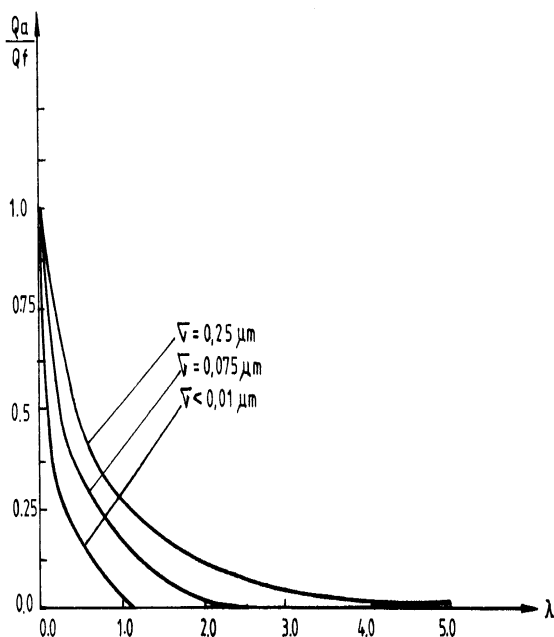
Rezultă prin sumarea forțelor de frecare de natură „rugoasă” care apar în timpul deplasării relative a rolei în raport cu căile de rulare. Sunt notate FA_{idx} și se calculează de asemenea prin sumare pe aria de contact:

$$FA_{idx} = \iint_A [\sigma_{x,y}]_{idx} \cdot \left[\frac{Val_{P(x,y)}}{|Val_{P(x,y)}|} \right]_{idx} \cdot \mu_{x,y}(\lambda_{idx})_{idx} \cdot dA \quad (6.6)$$

Raportul dintre grosimea minimă a filmului de lubrifianț h_{min} și rugozitatea compusă a suprafețelor este definită de parametrul λ definit de Johnson K.L in 1970.

$$\lambda_{x,y} = \lambda = \frac{h_{min}}{1,15 \cdot \sqrt{Ra_1^2 + Ra_2^2}} \quad (6.7)$$

În ecuația 6.7, $Ra_{1,2}$, reprezintă abaterea media aritmetică a înălțimii rugozităților suprafețelor în contact. În condițiile în care grosimea filmului de lubrifianț devine insuficientă pentru separarea completă a suprafețelor în contactul cu rostogolire, ($\lambda < 3$) forța de frecare de pe asperități reprezintă o parte importantă din forța de frecare totală corespunzătoare tribocontactului „idx”.



Dependența raportului dintre sarcina normală preluată de asperități și sarcina normală de contact de parametrul λ este prezentată în figura 6.3a. Zhou [1988] și Aramaki [1993], arată că dependența coeficientului de frecare de natură rugoasă de parametrul filmului de lubrifianț poate fi modelată de relația $\mu_{x,y}(\lambda_{x,y})_{i,e} = 0,2 \cdot \exp(-B \cdot \lambda_{idx}^C)$.

Pentru $\lambda < 3$ tensiunile tangențiale exprimate în direcția de rostogolire influențează durabilitatea contactului rolă – cale de rulare prin deplasarea regiunii unde tensiunea echivalentă Von - Mises are valoare maximă, către interfața rolă – cale de rulare (Johnson K.L, [1970], Popinceanu, s.a. [1985], Crețu Sp. [2002 și 2002b]), (anexa 6).

Fig 6.3.a Dependentă între raportul Q_a / Q și parametrul de ungere λ

În structura SRB-22212C W33, s-au considerat pentru rugozitățile suprafețelor căilor de rulare valorile

$Ra_{idx} = 0.36 \mu m$ și pentru rugozitatea rolei valoarea $Raw = 0.16 \mu m$, rezultând o rugozitate compusă $Ra = 0.25 \mu m$. În aceste condiții s-a trasat curba de variație a parametrului $Q_a/Q_f(\lambda)$, prezentată în figura.6.3.b.

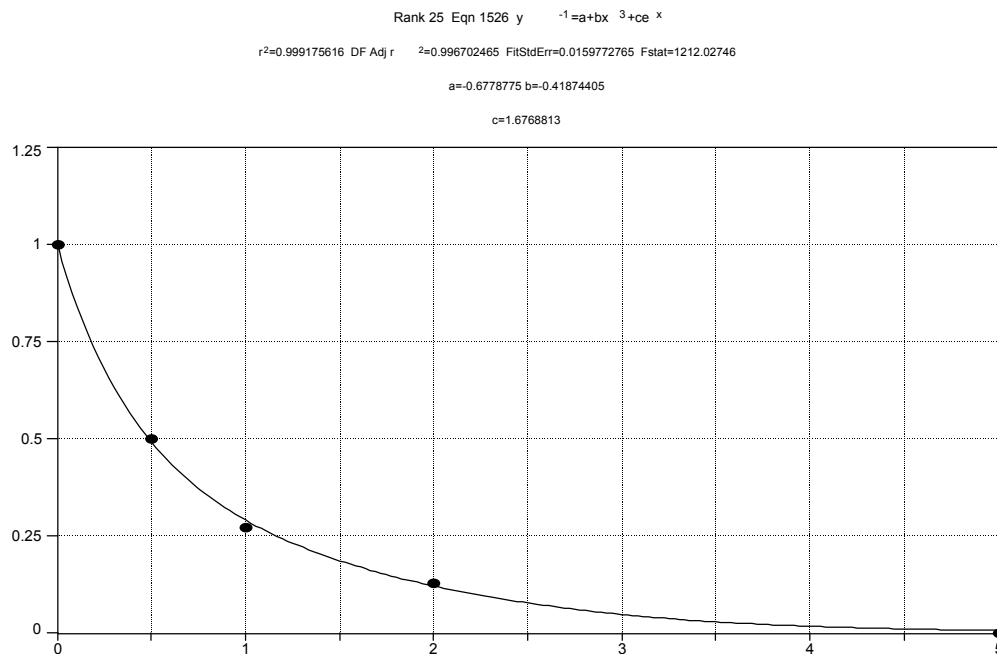


Fig.6.3.b. Dependența raportului Q_a / Q de parametrul de ungere λ , pentru $Ra=0.25 \mu m$

FAL - Forța rezistentă la înaintare prin amestecul aer-lubrifiant

Pentru ungere în baie de ulei, forța de rezistență împinută de rolă în timpul înaintării prin amestecul aer – lubrifiant, notată FAL a fost calculată cu relația stabilită de Rumbarger [1973]:

$$FAL = \frac{1}{2} \rho_{am} V_{tm}^2 \cdot A_r \cdot CD \quad (6.8)$$

unde:

- ρ_{am} - densitatea amestecului aer-lubrifiant în funcție de tipul de ungere:
- ungere în baie de ulei : $\rho_{am} \approx \rho_{ulei} \cdot V_{ulei} / V_{total}$, Rumbarger,[1973]
- ungere cu ceată de ulei : $\rho_{am} \approx [Xol \cdot \rho_{ulei} + (100 - Xol) \cdot \rho_{acr}] / 100$, Nelias,[1999]
- V_{ulei} , V_{total} - volumul de ulei și respectiv volumul de gol al rulmentului
- V_{tm} - viteza medie de transport a rolei în amestec: $V_{tm} = \omega_c \cdot d_m / 2$
- A_r - aria frontală a rolei (bilei):

$$NRE = \frac{Dm \cdot Dw \cdot \omega_c}{4 \cdot v}, \text{ numărul lui Reynolds}$$

$$v = \frac{\eta_T}{\rho_{ulei}}$$

$$CD = 1,13 - NRE \cdot 9,7 \cdot 10^{-7} + \frac{4,7}{NRE^{0,5}} + \frac{4,05}{NRE} + \frac{0,108}{NRE^{1,5}}$$

$$Xol = 10^7 \frac{Qh^{0,37}}{\omega_c \cdot d_m^{1,7}}$$

- Qh = debitul de ulei : g/cm^3
- ω_c = turația coliviei exprimată în rot/min

MD - Momentul de frecare între amestecul aer-lubrifiant și suprafețele laterale ale rolor

Rumbarger [1973] arata ca momentul de frecare dintre suprafața rolei și amestecul aer-lubrifiant, convențional numit „moment de drag”, notat MD, se compune din două componente notate în continuare MDL și MDF:

- MDL – MD rezultat prin frecarea dintre suprafețele laterale a rolei cu amestecul aer-lubrifiant
- MDF – MD rezultat prin frecarea suprafeței frontale a rolei cu amestecul aer-lubrifiant
- MD = MDF + 2 . MDL

Cele două componente ,MDF și MDL, depind de regimul de curgere al amestecului de aer-lubrifiant în jurul rolei și sunt funcții de numărul lui Reynolds, notat NRE. Pentru calculul celor două componente, Rumbarger [1973], utilizează următoarele relații de calcul:

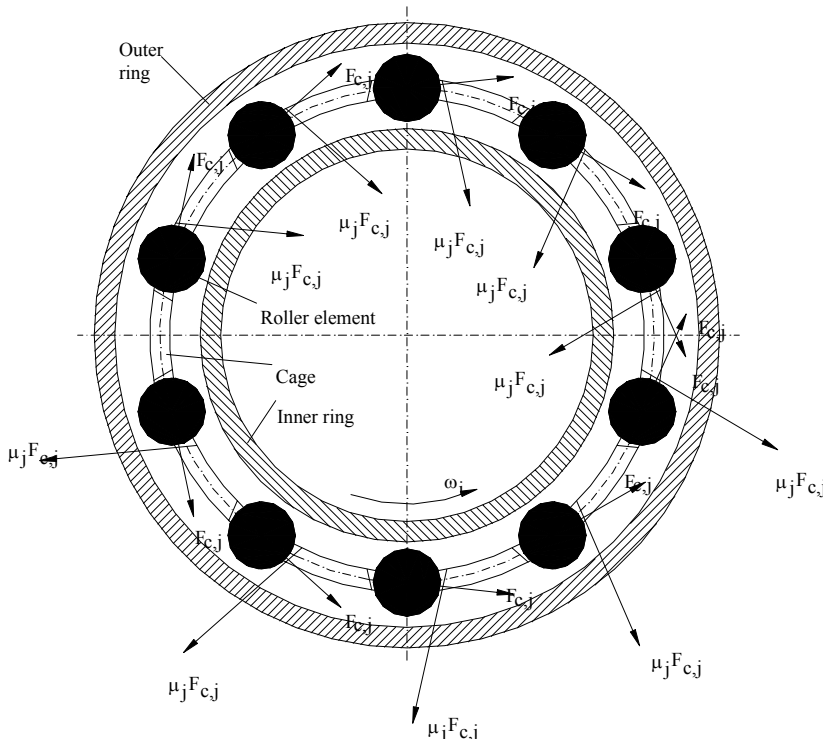
$$MDL = \frac{1}{2} \cdot \rho_{am} \cdot \omega_w^2 \cdot \left(\frac{Dw}{2}\right)^5 \cdot CD ; \quad MDF = \frac{8}{NRE} \cdot \rho_{am} \cdot \omega_w^2 \cdot \left(\frac{Dw}{2}\right)^5 \cdot Lw \quad (6.9)$$

în care:

$$CD = \begin{cases} \frac{0,146}{NRE^{1.5}} & NRE > 300000 \\ \frac{3,87}{\sqrt{NRE}} & NRE < 300000 \end{cases}$$

6.2. Ecuațiile de echilibru ale coliviilor unei structuri SRB

Rezolvarea sistemului de ecuații 6.2 pentru cele j role ale rândului r, conduce la determinarea forțelor care acționează asupra coliviei, notate $F_{cBC(j)}$ sau $F_{c,j}$. În figura 6.4. este prezentat un exemplu schematic de distribuție a forțelor de contact role-colivie, unde cu μ_j este notat coeficientul de frecare dintre rola j și colivia r [Crețu Sp și Bercea I., 1997].



Geometria coliviei sau/și inelelor intermediare, turația de lucru și lubrifianțul conduc la apariția fenomenelor de palier scurt descrise de Frene, s.a [1990]. Efectul forțelor $F_{cBC(j)}$ și al „palierului scurt”, este acela de a genera ghidarea coliviei producând o serie de momente (active sau rezistente). Mișcarea coliviei prin amestecul aer lubrifiant generează componente ale momentului de „drag” pe colivie, notat (MDC).

Fig.6.4. Exemplu de repartitie a forțelor $F_{cRC_{r,j}}$ într-o structură SRB.

Sumarea vectorială a forțelor prezentate în figura 6.4, generează o forță rezultantă notată F_{cr} , prezentată schematic în figura 6.5.

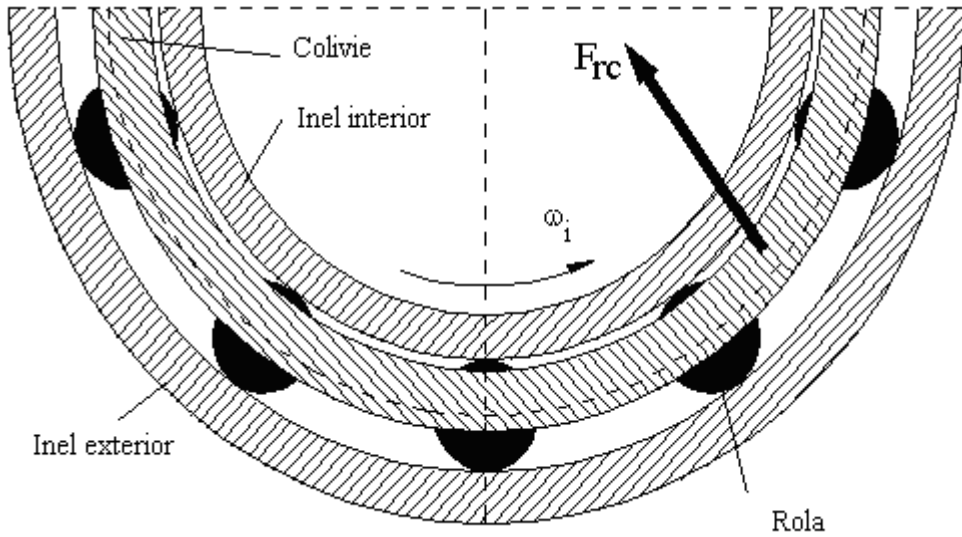


Fig.6.5. Sarcina de contact colivie-inel

Determinarea turației de echilibru al coliviei se face prin rezolvarea ecuației de echilibru de momente scrisă pentru colivia „r” (ecuația 6.10).

$$Mc(\omega_{b,r,j}, \omega_{c,r}) = \frac{D_r}{2} F_{rc} \cdot \mu_{rc} \cdot N_{sg} \cdot s_{duz} \cdot N_{sg} + \frac{dm}{2} \sum_j [F_{cBC}(j)] - MDC = 0 \quad (6.10)$$

unde:

D_r = reprezintă diametrul inelului pe care se face ghidarea

μ_{rc} = coeficient de frecare între colivie și inelul pe care se face ghidarea

N_{sg} = numărul de suprafețe pe care se face ghidarea coliviei

Utilizând sarcinile calculate în cadrul paragrafelor 6.2.1 și 6.2.2 se determină componentele ecuației de echilibru (6.3).

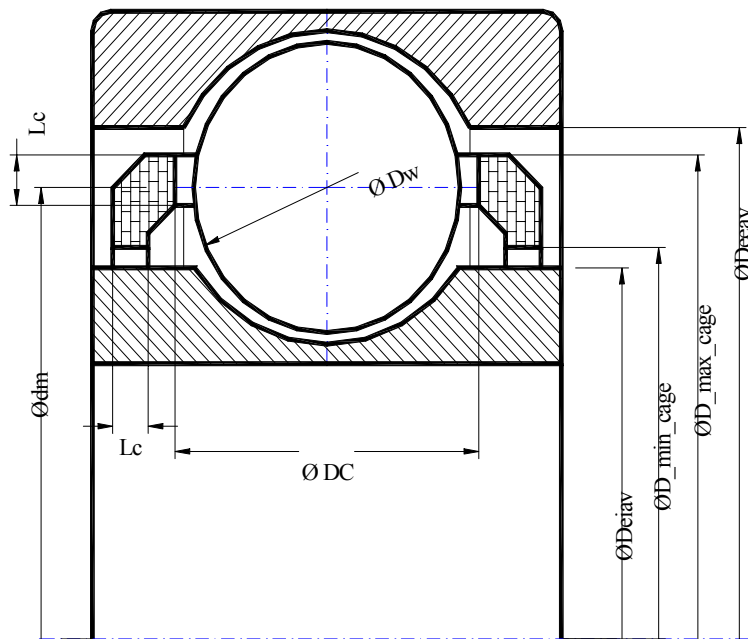


Fig.6.6 – Elemente geometrice necesare calculului forțelor și momentelor specifice coliviei

6.2.1. Momentul rezistent la înaintarea coliviei prin amestecul aer – lubrifiant

În baza relațiilor stabilite de Rumbarger [1973] „momentul de drag” este:

$$MDC = \frac{1}{2} \cdot \rho_{am} \cdot \omega_c^2 \cdot CD \sum_{SL} r_{SL}^5 \quad (6.11)$$

în care:

SL = numărul de suprafețe laterale ale coliviei

ρ_{am} densitatea amestecului aer-lubrifiant din rulment

$$r_{SL}^5 = \begin{cases} r_{max_cage}^{\frac{2}{5}} \cdot (r_{max_cage}^{\frac{23}{5}} - r_{min_cage}^{\frac{23}{5}}), \dots & NRE > 300000 \\ r_{max_cage} \cdot (r_{max_cage}^4 - r_{min_cage}^4) & \dots \quad NRE < 300000 \end{cases}$$

$$r_{max_cage} = D_{max_cage}/2;$$

$$r_{min_cage} = D_{min_cage}/2$$

6.2.2. Ghidarea coliviei pe căile de rulare.

Compunerea vectorială a forțelor prezentate în figura 6.4 generează o forță echivalentă F_{rc} descrisă de relația:

$$F_{rc} = \sqrt{sFax^2 + sFrz^2} \quad (6.12)$$

unde:

$$sFax = \sum_{j=0}^{Z-1} [FCBC(j) \cdot \cos(\psi(j) + \Delta\psi + u) + \mu_{rc} \cdot FCBC(j) \cdot \sin(\psi(j) + \Delta\psi + u)]$$

$$sFrz = \sum_{j=0}^{Z-1} [-FCBC(j) \cdot \sin(\psi(j) + \Delta\psi + u) + \mu_{rc} \cdot FCBC(j) \cdot \cos(\psi(j) + \Delta\psi + u)]$$

$$u \approx \arctan\left(\frac{Dw}{dm}\right),$$

$$\psi(j) = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{Z},$$

$$\Delta\psi \subset \left[0, \dots, \frac{2 \cdot \pi}{Z}\right]$$

Contactul dintre colivie și una dintre căile de rulare este modelat de Frene s.a [1990], prin efectul de palier scurt, parametrul principal adimensional fiind binecunoscutul număr al lui Sommerfeld:

$$S_o = \frac{\eta(T,0) \cdot n}{p_m \cdot \Psi^2} = \text{numărul lui Sommerfeld}$$

în care:

$$\Psi = \frac{D - Dr}{Dr}$$

$$n = |\omega_{i,e} - \omega_c|, [\text{rot/s}]$$

$$p_m = \frac{FcCR}{Lc \cdot Dr}, [\text{Pa}]$$

D = reprezintă diametrul suprafeței coliviei pe care se realizează ghidarea

D = D_{min_cage}, pentru ghidare interioară

$D = D_{\text{max_cage}}$, pentru ghidare exterioară
 $D_r =$ diametrul suprafeței inelului care corespunde contactului cu colivia
 $D_r =$ DeiaV sau $D_r =$ Deeav.

Pentru cazul palierului scurt, Frene s.a, [1990] prezintă legătura dintre numărul lui Sommerfeld și excentricitatea relativă ε :

$$\text{➤ } S_o = \frac{D}{Lc} \cdot \frac{(1 - \varepsilon^2)^2}{\pi \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{16 \cdot \varepsilon^2 + \pi^2 \cdot (1 - \varepsilon^2)}} \quad (6.13a)$$

Valoarea coeficientului de frecare între colivie și inelul pe care se face ghidarea se determină utilizând relația, Frene ș.a [1990]:

$$\text{➤ } \mu = \frac{\Psi \pi^2 \cdot S_o \cdot (2 + \varepsilon)}{(1 + \varepsilon) \cdot \sqrt{(1 - \varepsilon)}} \quad (6.13b)$$

Deoarece, în timpul mișcării distribuția de sarcini variază în funcție de poziția unghiulară a roților, rezultă că centrul de masă al coliviei nu este un punct ci reprezintă un loc geometric, aspect evidențiat și de Gupta în 1979.

6.3. Calculul momentelor de frecare ale inelelor structurilor SRB. Model simplificat

Utilizând elementele de calcul prezentate la paragraful 6.1, momentele rezistente specifice inelelor unei structuri SRB se calculează cu relațiile:

$$M_i = \sum_r \sum_{j=1}^Z \sum_{idx=1}^2 SF_{idx,j,r} \frac{d_{idx,j,r}}{2} \quad (6.14a)$$

$$M_e = \sum_r \sum_{j=1}^Z \sum_{idx=3}^4 SF_{idx,j,r} \frac{d_{idx,j,r}}{2} \quad (6.14b)$$

în care $d_{idx,j,r}$ – reprezintă diametrul pe care se realizează contactul dintre rolă și calea de rulare

6.4. Calculul puterii consumate

Puterea totală consumată pentru o structură SRB, se determină prin sumarea puterilor parțiale consumate la interacțiunile dintre role și colivie și respectiv inelele structurii la care se adaugă, puterea consumată prin efectele de drag și de palier scurt și puterea consumată pentru învingerea rezistenței amestecului aer-lubrifiant la înaintarea rolei numită și „brassage de l’huile”.

$$P = P_{\text{aer-lub}} + P_{\text{ps}} + P_{\text{rco}} + P_{\text{rc}} + P_{\text{drag}} \quad (6.15)$$

în care:

Puterea consumată la înaintarea rolei prin amestecul aer-lubrifiant:

$$P_{\text{aer-lub}} = \sum_r \frac{dm_r}{2} \omega c_r \cdot Z_r \cdot FAL_r,$$

Puterea consumată prin efectul de palier scurt:

$$P_{\text{ps}} = \sum_r |w_{i,e} - wc_r| \cdot |Fcr_r| \cdot \mu_r \cdot Nsg_r$$

Puterea consumată prin frecare la nivelul contactelor role – colivie:

$$P_{\text{rco}} = \sum_r \sum_{j=1}^{Z_r} \frac{dw_r}{2} \cdot |FCBC(j)| \cdot \omega b_{j,r} \cdot \mu_{bc}(j,r)$$

Puterea consumată prin frecare la nivelul contactelor role – căi de rulare:

$$P_{rc} = \sum_r \sum_{j=1}^{Z_r} \left[\sum_{idx} \left(\sum_{x,y}^{a,b} (FL_{x,y} + FA_{x,y}) Val_x + Q_{r,j,idx} \cdot b_{r,j,idx} \cdot T_{r,j,idx} \cdot |\omega s_{r,j,idx}| \right) \right]$$

Puterea consumată prin efectul de drag:

$$P_{drag} = \sum_r \omega c \cdot MDC + \sum_r \sum_{j=1}^{Z_r} \omega b_{r,j} \cdot MD_{r,j}$$

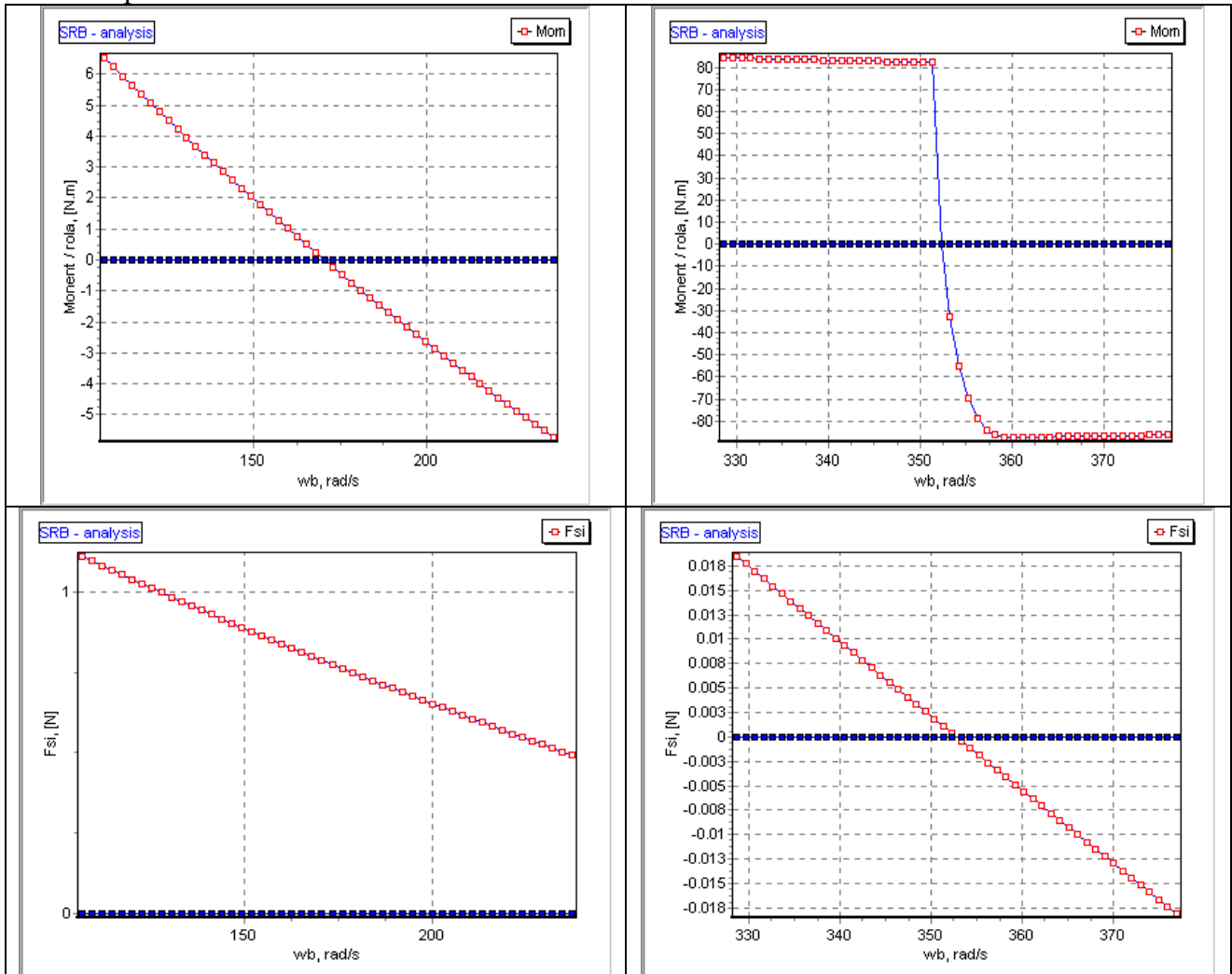
unde:

ωs , T = sunt prezentați în capitolul 3 și anexa 2

Val = viteza de alunecare corespunzătoare unui punct descris de parametrii (x,y,r,j,idx)

6.5. Evoluția PCD ai structurilor SRB în vecinătatea turațiilor de echilibru ale roletelor și coliviilor

În figura 6.7 se prezintă variația unor parametrii cvasi-dinamici ai structurii de tip SRB-SRB 22212C, considerând n_d : turația inelului interior, $n_i=1000$ rpm, sarcină radială $Fr_z=1000$, și lubrifianțul H46 ($\tau_o=4.48 \cdot 10^7$ Pa). Graficele sunt trasate, pentru rola $j=0$ din rânda $r=1$. Analiza a fost efectuată pentru două temperaturii diferite de intrare ale lubrifianțului în contact.



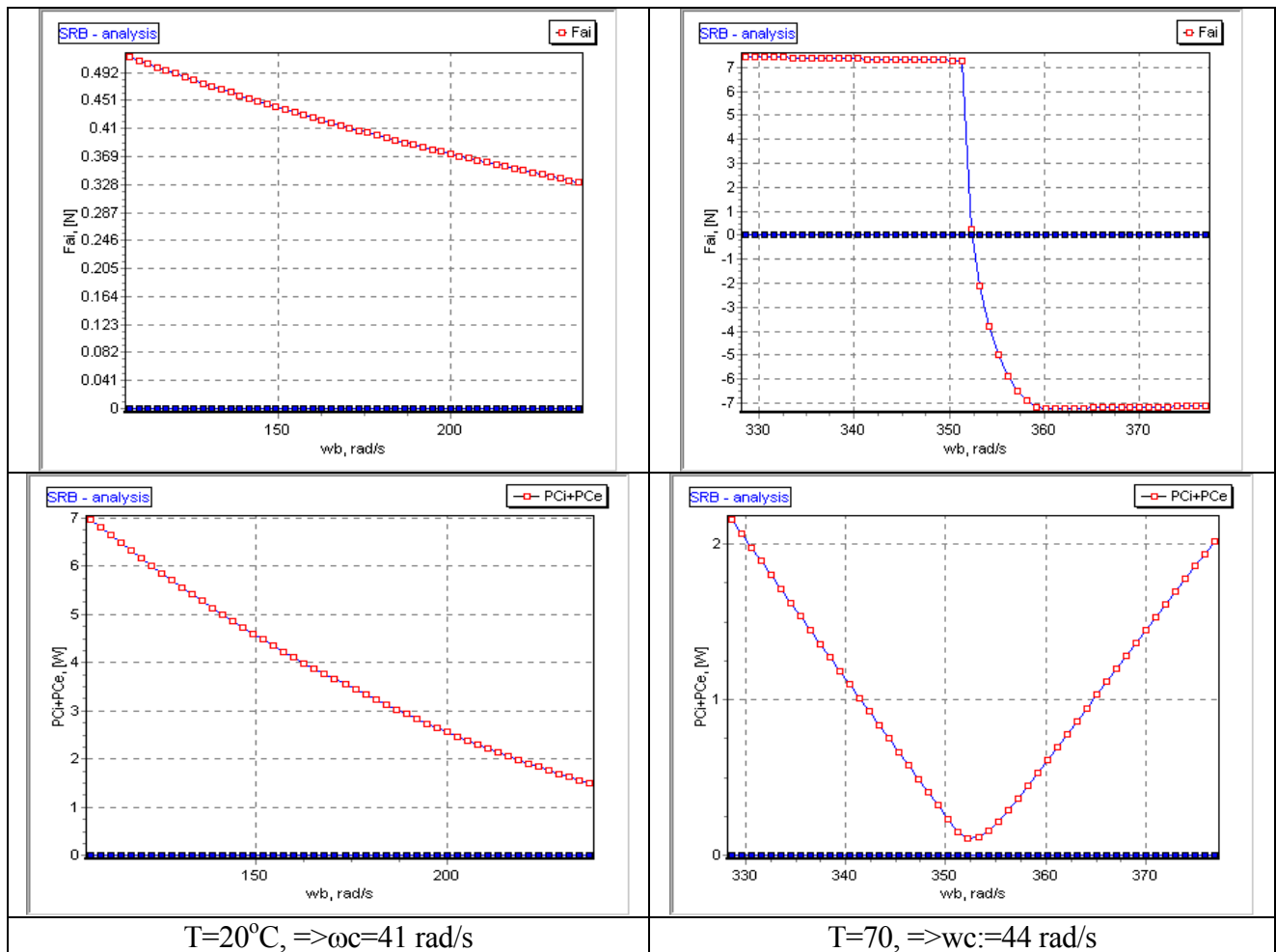


Fig. 6.7. Variația momentului de frecare, a forței de contact rolă colivie și a puterii consumate pe o rolă în funcție de temperatură pentru diverse valori ale turației rolei.

Alegerea metodei numerice de analiza este dictata de evolutia parametrului moment pe rola si respectiv moment pe colivie. Evoluțiile prezentate în figurile 6.8 și 6.9 pentru parametrul moment total pe rolă și respectiv moment total pe colivie, indică dificultăți în folosirea metodei Runge-Kutta pentru determinarea echilibrului rolei. Astfel, considerând o structură SRB-SRB 22212C, variația momentului de frecare pe rolă arată că alegerea unei soluții inițiale pentru algoritmul Runge-Kutta în regiunile indicate poate conduce la obținerea de date eronate.

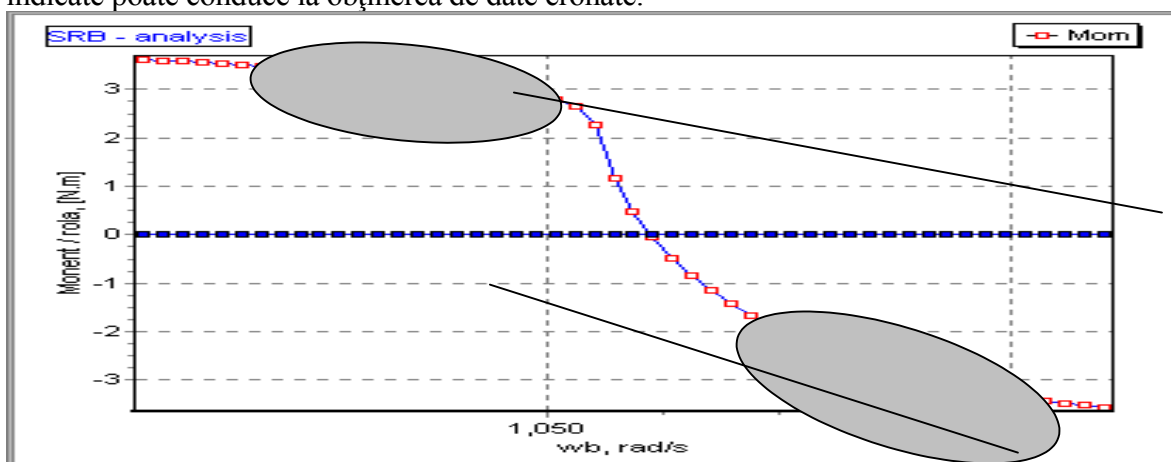


Fig. 6.8. Variația momentului de frecare pe rolă pentru diverse valori ale turației rolei (posibile valori inițiale pentru algoritmul Runge-Kutta), lubrifianț H46, $T=40^\circ\text{C}$, $n_i=3000 \text{ rpm}$; $F_z=13000$

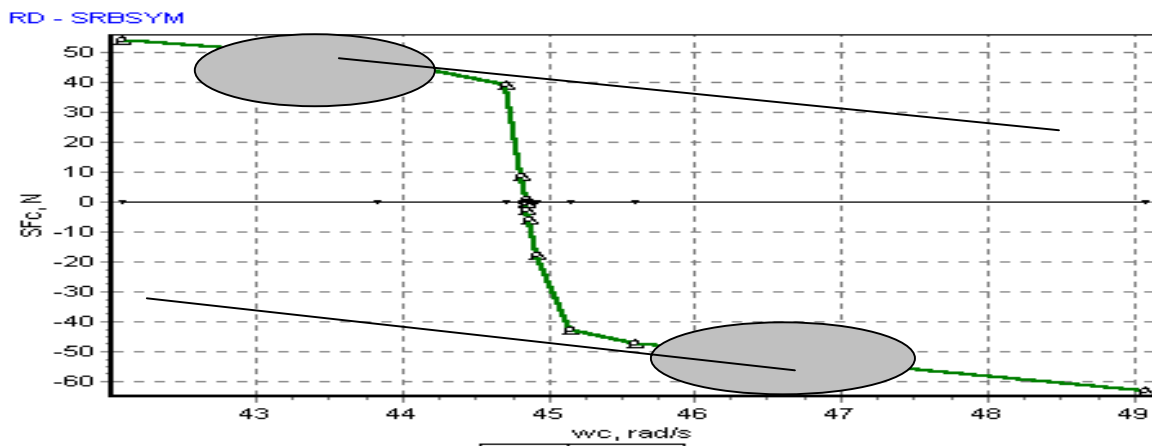


Fig.6.9. Variația parametrului SFC considerând H46, $F_z=3000$, $w_i=1000$ rpm, $T=33^\circ\text{C}$

6.6. Validare experimentală a modelului de calcul propus. Tipuri de teste.

Măsurătorile experimentale urmăresc validarea modelului de calcul propus, prin compararea valorii experimentale a momentului de frecare pe inelul exterior al rulmentului, cu valorile numerice obținute cu programul de calcul dezvoltat. Pentru măsurarea momentului de frecare s-au utilizat:

- Rulment (structură SRB): rulment radial oscilant cu role butoi pe două rânduri 22212C. Geometria internă a rulmentului este prezentată în anexa 4
- Lubrifiant : ulei H46. Caracteristicile lubrifiantului sunt prezentate în anexa 3

Testele efectuate se grupează în patru categorii distincte și anume:

- T1. set de teste cu sarcină pur radială;
- T2. set de teste cu sarcină pur axială;
- T3. set de teste cu sarcină combinată (încărcare simultană axială și radială);
- T4. test cu sarcină constantă radială și urmărirea evoluției momentului de frecare în timp.

6.6.1. Elemente specifice testelor T1, T2 și T3

Curbele experimentale obținute cu ajutorul sistemului de achiziție de date specifice testelor T1, T2 și T3, prezintă două zone distincte care caracterizează evoluția valorii parametrului variabil din cadrul testului. Simularea pe calculator este efectuată pentru una din regiunile diagramei experimentale pentru care temperatura lubrifiantului are o valoare relativ constantă.

6.6.2. Elemente specifice testului T4.

Testul T4, prezintă evoluția momentului de frecare în funcție de temperatură, și s-a desfășurat pe durata de o oră, timp în care temperatura lubrifiantului a ajuns de la 13 grade la 32 grade. Diagrama de variație a momentului de frecare este prezentat în două grafice succesive.

Pentru a facilita compararea datelor experimentale cu cele teoretice (calculate), ordinea de prezentare din cadrul testelor este:

- grafic de evoluție a valorii experimentale a momentului de frecare;
- tabel cu valori numerice ale momentului de frecare exprimat în funcție de parametrul variabil din cadrul testului;

- grafic de variație a momentului de frecare calculat;
- grafic comparativ între valorile calculate și cele măsurate

Pentru că teva din cazurile analizate se prezintă diferențele obținute în cadrul simulării pe calculator, prin folosirea relațiilor 6.4.a și 6.4.b. Acolo unde nu se precizează, se consideră implicit a fi utilizată relația 6.4.b, prezentată de Houpert [1985].

6.7. Teste de tip T1. Incercări cu sarcină pur radială și turație variabilă

6.7.1. Test T1.A

În figura T1.A.1 este prezentată variația momentului de frecare pe inelul exterior al rulmentului, considerând o sarcină radială $F_r=656$ N. Înregistrarea s-a efectuat pe parcursul a aproximativ 10 minute, perioadă în care turația inelului interior a fost programată la valori cuprinse în intervalul 400-1500 rpm. În perioada de timp de la 0 la 300 secunde s-a constatat o creștere a temperaturii uleiului de la 19°C la 24°C . Pentru perioada de timp cuprinsă între 300 - 600 secunde temperatura lubrifianțului, măsurată în regiunea descendentă a graficului prezentat în figura T1.A.1, a avut o valoare cvasiconstantă variind în limitele $24^\circ\text{C}-23^\circ\text{C}$.

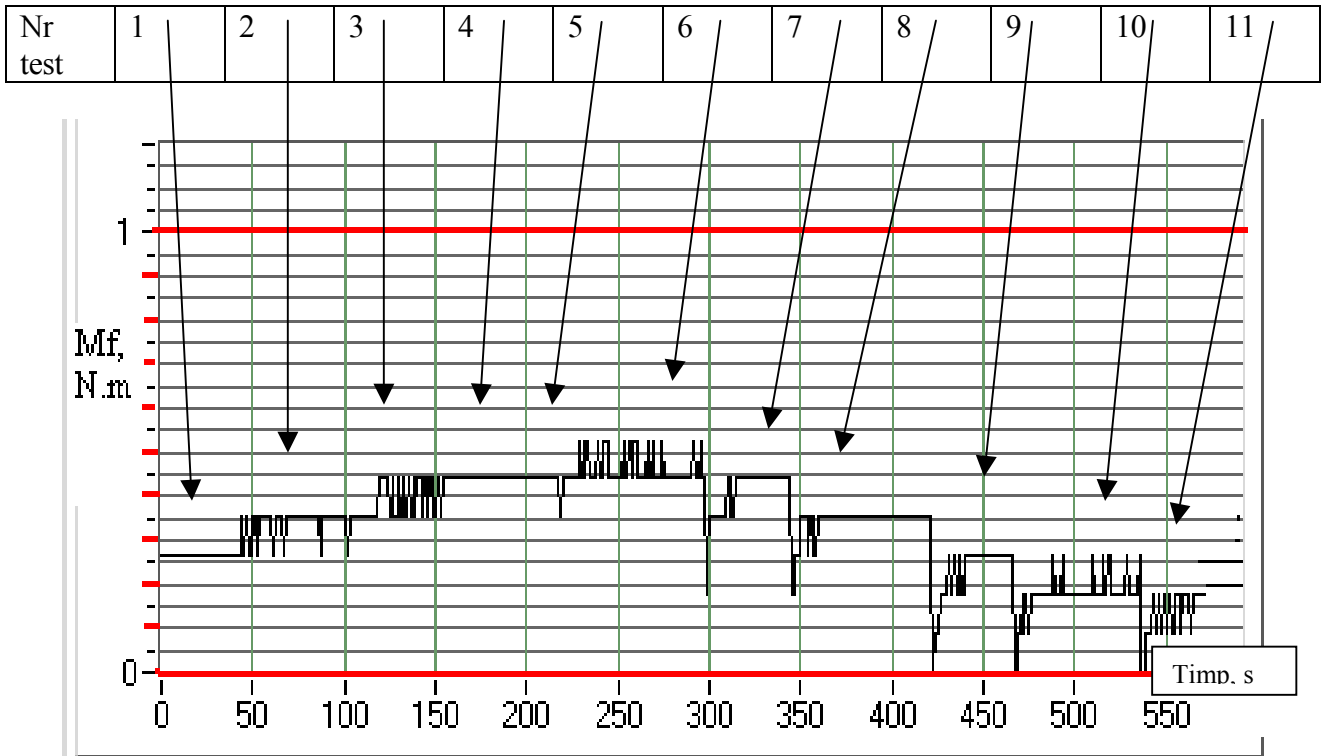


Fig.T1.A.1 Diagrama de variație a momentului de frecare, obținută experimental, corespunzătoare testului T1.A

În tabelul T1.A sunt prezentate valorile minime și maxime ale momentului de frecare cât și temperaturile de referință corespunzătoare fiecărei regiuni indicate în figura T1.A

Tabel T1.A.Parametri măsurăți în cadrul testului T1.A

Nr. test	ni, rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	T°C
1	400	0.26	0.26	19
2	500	0.26	0.35	19
3	700	0.35	0.44	19
4	1000	0.44	0.44	19
5	1300	0.44	0.53	22
6	1500	0.44	0.53	24
7	1300	0.35	0.44	24
8	1000	0.26	0.35	24
9	700	0.18	0.26	24
10	500	0.18	0.26	23
11	400	0.09	0.18	23

Rezultatele simulării pe calculator sunt prezentate în figura T1.A2 și corespund zonei descendente a diagramei achiziționate. În cadrul modelului de calcul a fost utilizată relația 6.4.b pentru calculul forței rezistente de rostogolire.

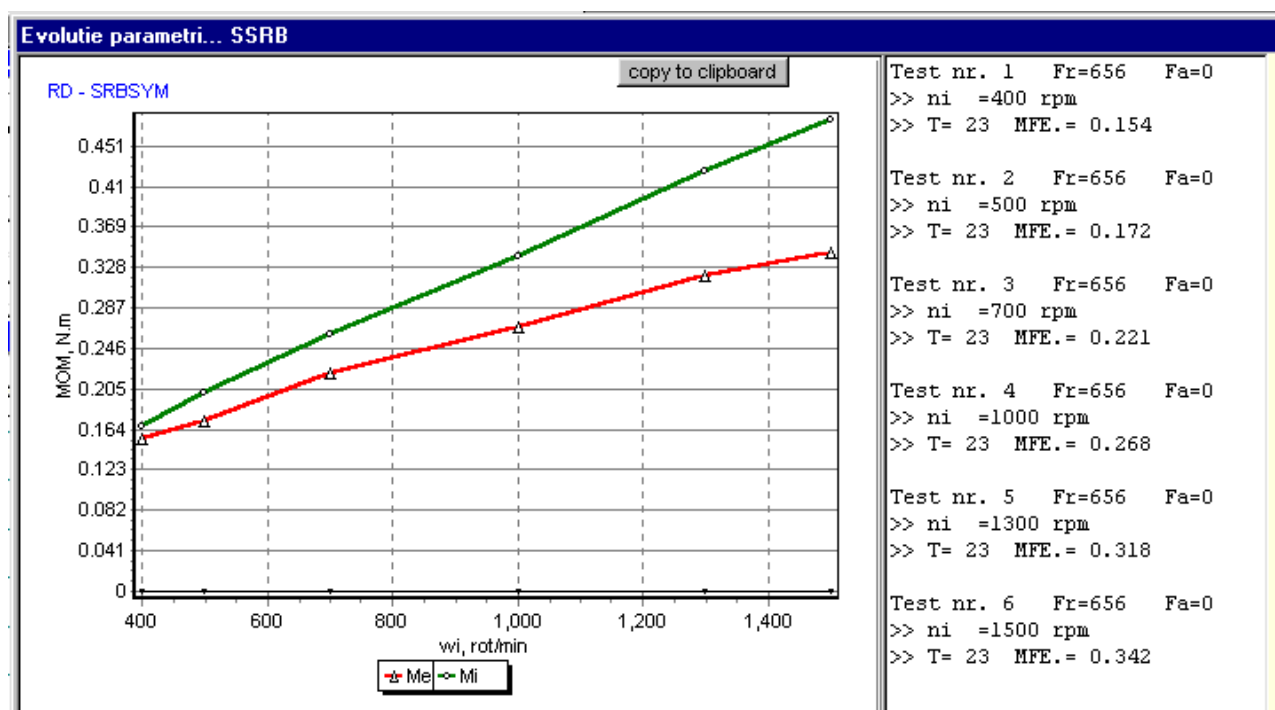


Fig.T1.A.2. Valori calculate ale momentului de frecare.

În figura T1.A2, parametrii Mfe și Mfi au următoarea semnificație:

- Mfe = moment de frecare pe inelul exterior,
- Mfi = moment de frecare la nivelul inelului interior

Comparația între valorile calculate ale parametrului Mfe și cele măsurate este prezentată în figura T1.A.3.

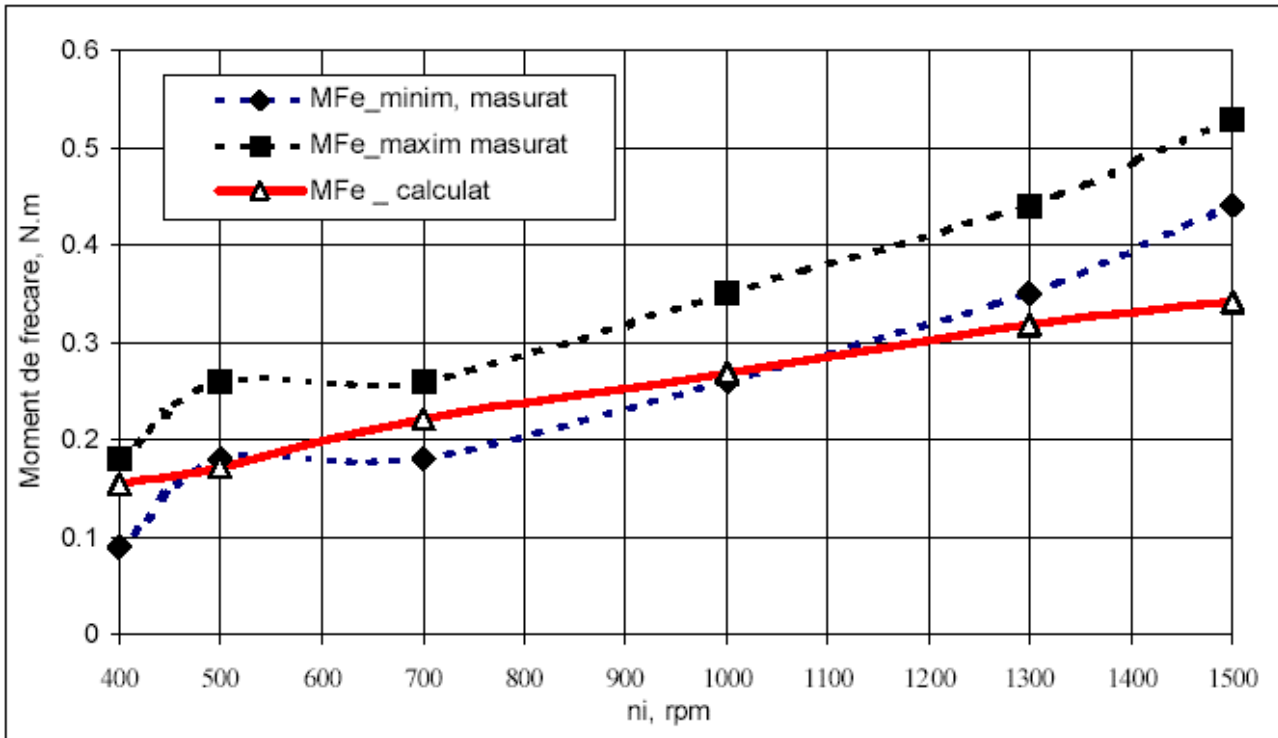


Fig.T1.A.3. Valori măsurate și valori calculate ale momentului de frecare la nivelul căii de rulare exterioare a rulmentului

Pentru valorile limită ale intervalului de turație considerat este prezentată în continuare evoluția unor parametri cvasi-dinamici și cvasi-statici.

6.7.1.1. Evoluția parametrilor PCS și PCD pentru ni=400 rpm

În figurile T1.A.4-T1.A.5 sunt prezentate distribuția de sarcină și presiunea maximă de contact la nivelul celor (r,2,j) contacte.

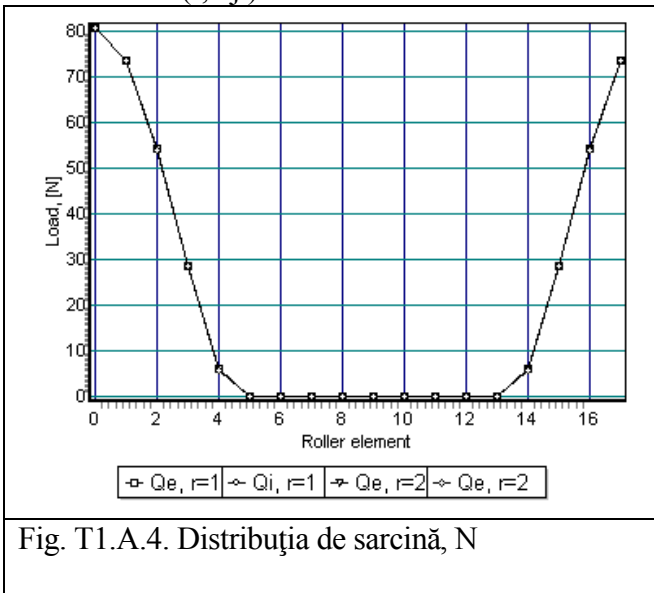


Fig. T1.A.4. Distribuția de sarcină, N

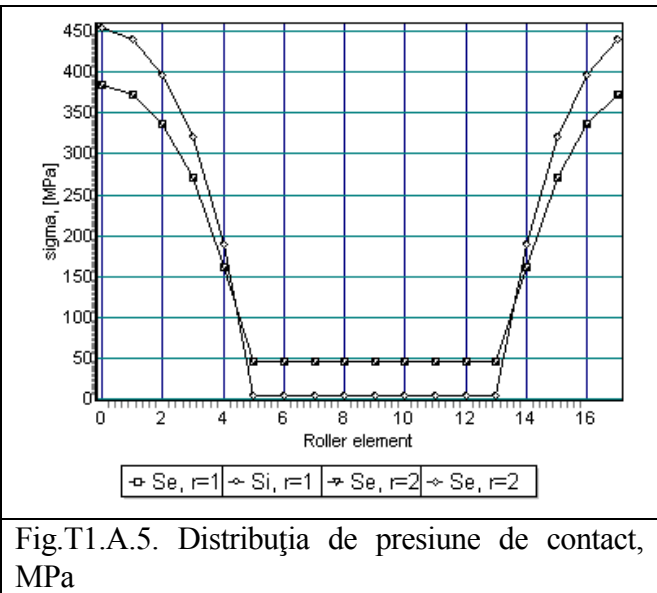


Fig.T1.A.5. Distribuția de presiune de contact, MPa

Evoluția momentului generat de forțele de tracțiune și de cele rezistente în vecinătatea turației de echilibru a rolei j=0 este prezentată în figura T1.A.6. Parametrul filmului de lubrifianț (λ) este prezentat în figura T1.A.7. Efectul modificării turației rolei asupra forțelor de tracțiune este evidențiat în figura T1.A.8 pentru contactul rolă cale de rulare interioară și respectiv în figura T1.A.9, pentru

contactul rolă cale de rulare exterioară

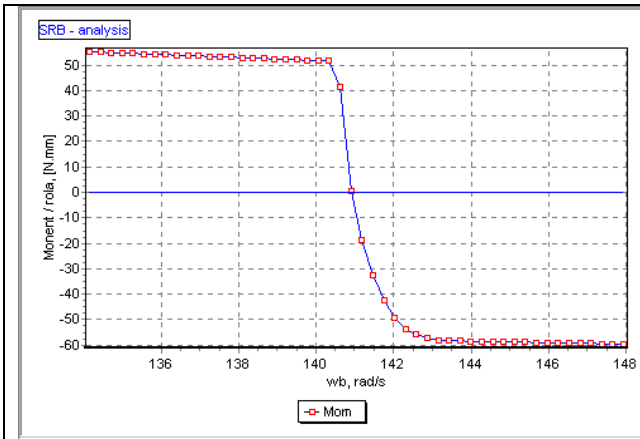


Fig.T1.A.6. Evoluția momentului generat de forțele de tracțiune și cele rezistente pe rola $j=0$

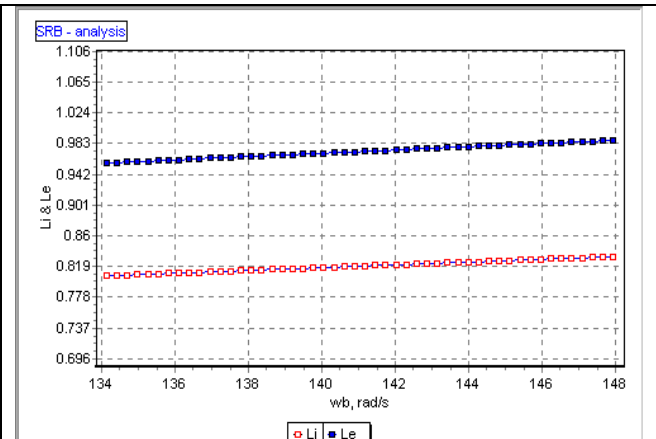


Fig.T1.A.7. Evoluția parametrului filmului de lubrifianț, în jurul valorii de echilibru a turației rolei $j=0$

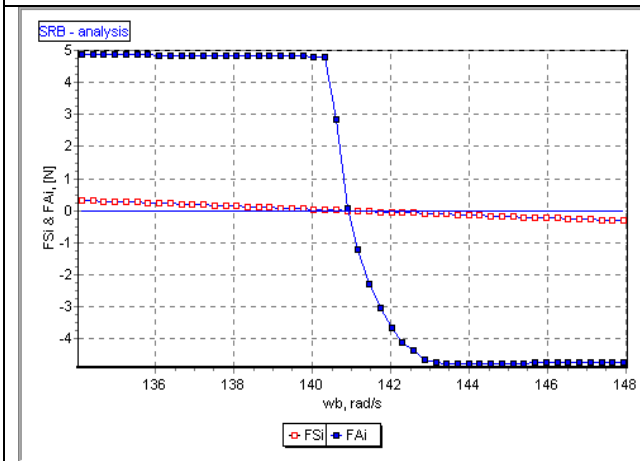


Fig. T1.A.8. Diagrama de variație a forțelor de tracțiune în lubrifianț (FSi) și la nivelul asperităților (FAi) . $j=0$

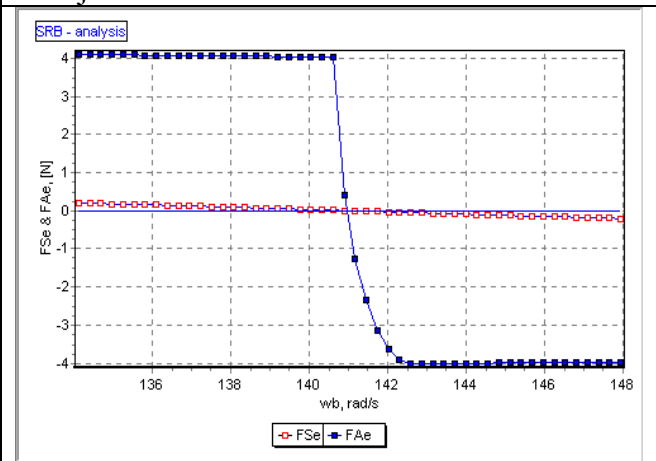


Fig. T1.A.9. Diagrama de variație a forțelor de tracțiune în lubrifianț (FSe) și la nivelul asperităților (FAe) . $j=0$

6.7.1.2. Evoluția parametrilor PCD pentru $n_i=1500$ rpm

Odată cu creșterea turației inelului interior, grosimea filmului de lubrifianț se modifică, matematic fiind vorba despre modificarea parametrului adimensional de viteză. Creșterea grosimii filmului de lubrifianț implica modificarea parametrului de ungere, λ , și în consecință modificarea substanțială a forțelor de tracțiune pe asperități și din lubrifianț. În figurile T1.A.10 - T1.A.15 sunt prezentați unii parametri cvasi-dinamici ai structurii analizate:

- figura. T1.A.10 prezintă evoluția turației de echilibru a rotelor;
- figura T1.A.11 prezintă valorile forțelor de contact dintre role și coliviile structurii.

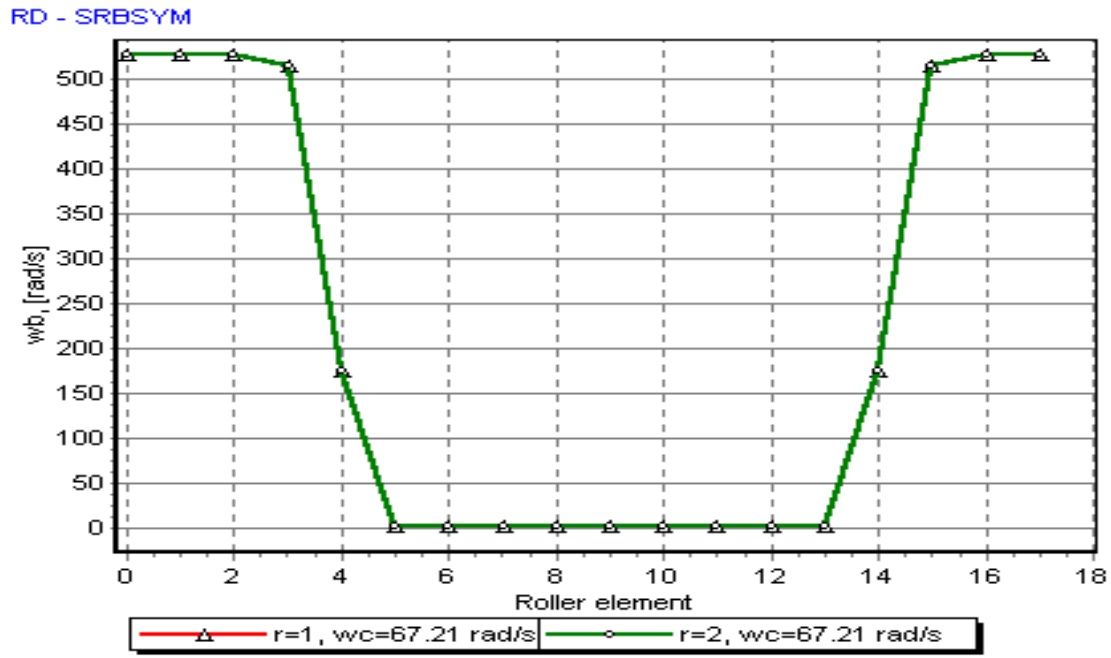


Fig.T1.A.10. Turațiile de echilibru ale rolor.

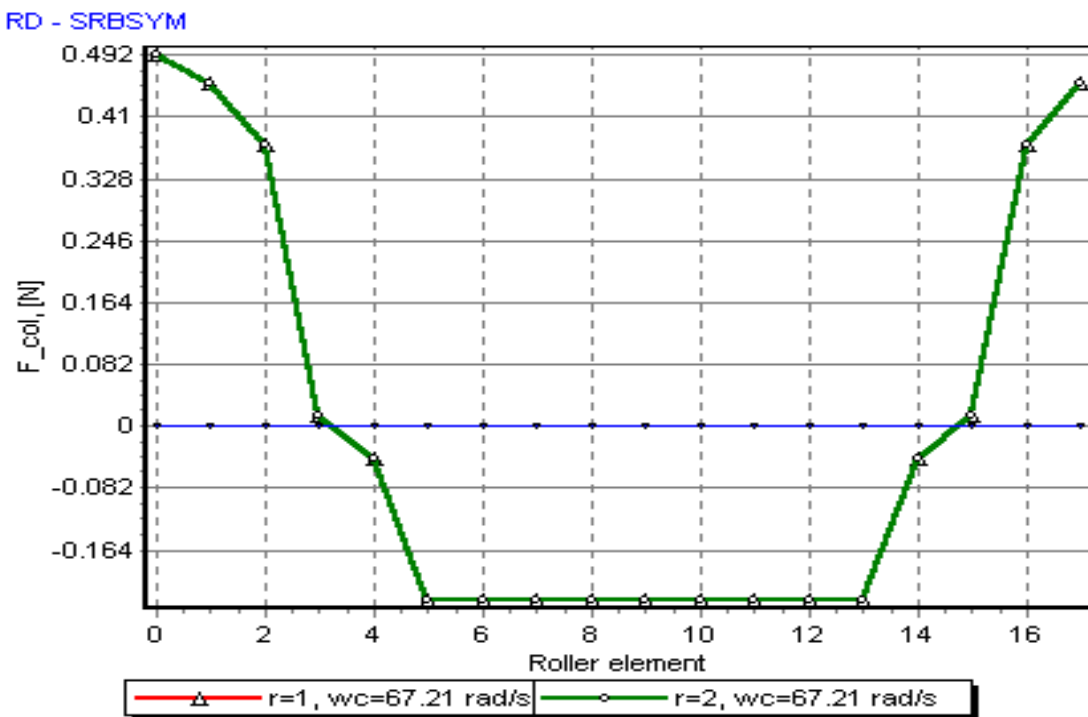


Fig.T1.A.11. Evoluția forțelor de contact între rola și colivie, pentru cazul analizat

Considerând rola descrisă de parametrii $(r,j)=(1,0)$, în figurile T1.A.12-T1.A.15 este prezentată evoluția unora dintre parametrii PCD ai structurii SRB care au condus la obținerea parametrilor prezentați în figurile T1.A.10 și T1.A.11. Graficele de variație trasate arată evoluția acestor parametri în vecinătatea turațiilor de echilibru ale rolei (1,0).

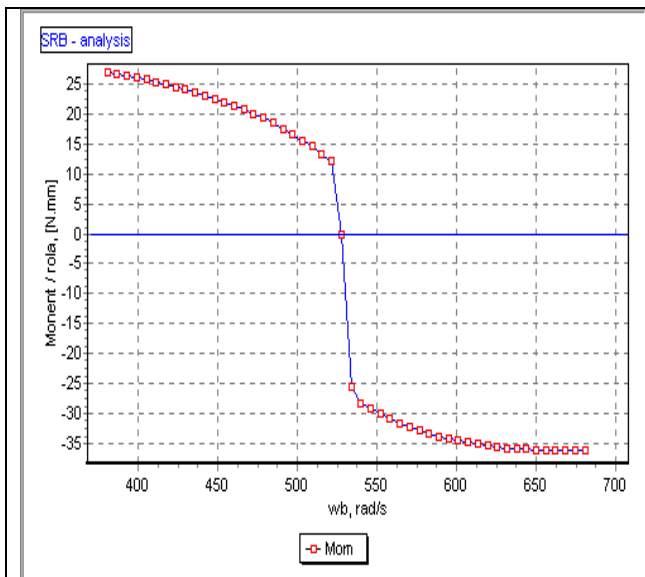


Fig.T1.A.12. Evoluția momentului de frecare pe rola $j=0$

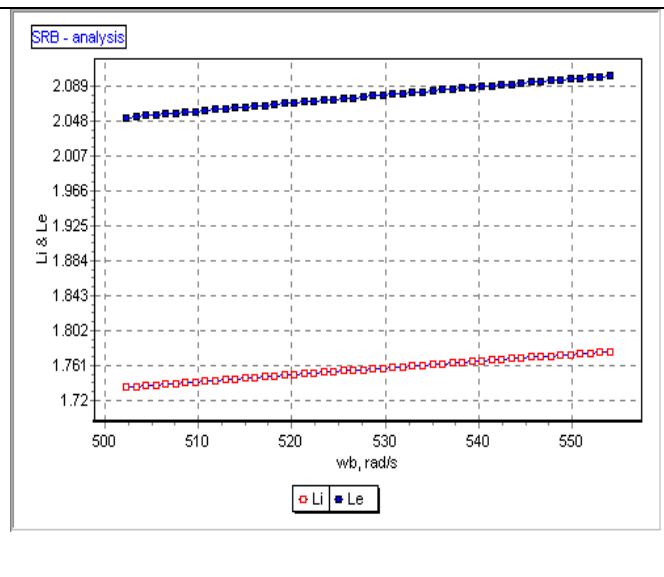


Fig.T1.A.13. Evoluția parametrului filmului de lubrifianț, λ .

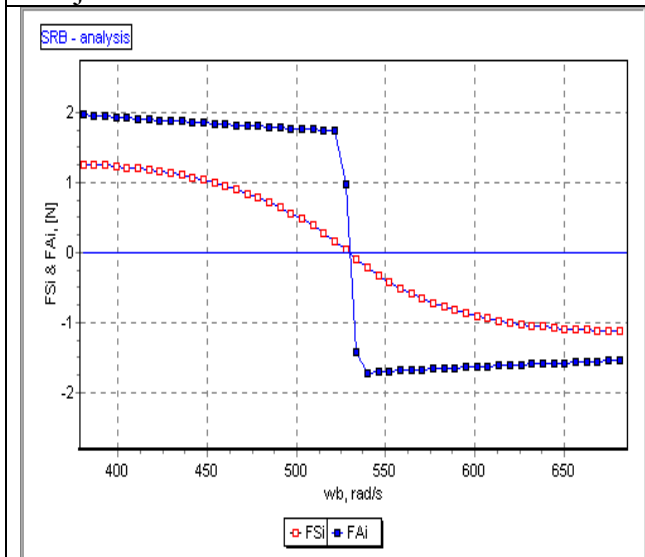


Fig.T1.A.14. Diagrama de variație a forțelor de tracțiune pe asperități (FAi) și în lubrifianț (FSi)

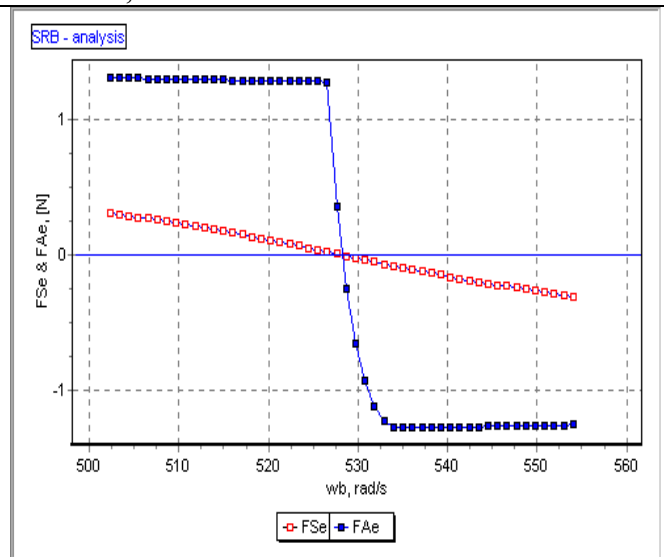


Fig.T1.A.15. Diagrama de variație a forțelor de tracțiune pe asperități (FAie și în lubrifianț (FSe)

6.7.1.3. Interpretarea rezultatelor numerice. Observații.

Evoluția parametrilor PCD ai structurii este puternic influențată de parametrul adimensional de viteză. Astfel, odată cu creșterea turației inelului interior se poate stabili următoarea relație de recurență:

- creșterea turației → creșterea valorii parametrului λ → scăderea influenței forțelor de tracțiune pe asperități și accentuarea influenței forțelor de tracțiune din lubrifianț. (a se compara valorile numerice indicate în figurile T1.A.8 și T1.A.9 în raport cu valorile numerice indicate în figurile T1.A.14. și T1.A.15)

Observație: Evoluția forțelor de tracțiune este dictată de parametrul viteză unghiulară al rolei prin intermediul sensului componentelor vectorului vitezelor de alunecare. Conform ecuației (6.2) forțele de tracțiune din lubrifianț și de pe asperități trebuie să învingă forțele rezistente de rostogolire.

Folosirea ecuației (6.4.a), conduce la obținerea rezultatelor prezentate în figura T1.A.16. Diferențele

obținute prin folosirea relațiilor dezvoltate de Houpert (6.4.b) și Nelias (6.4.a) sunt prezentate în figura T1.A.17.

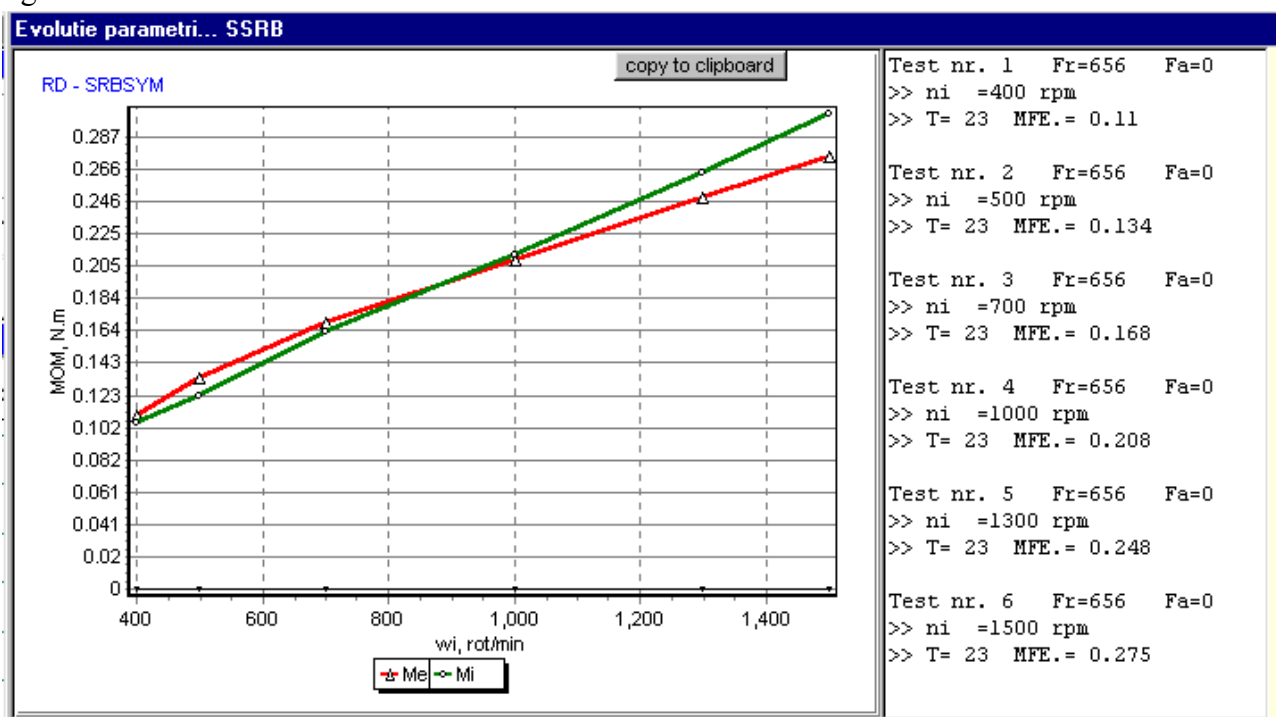


Fig.T1.A16. Moment de frecare calculat, obținut prin utilizarea relației 6.4a.

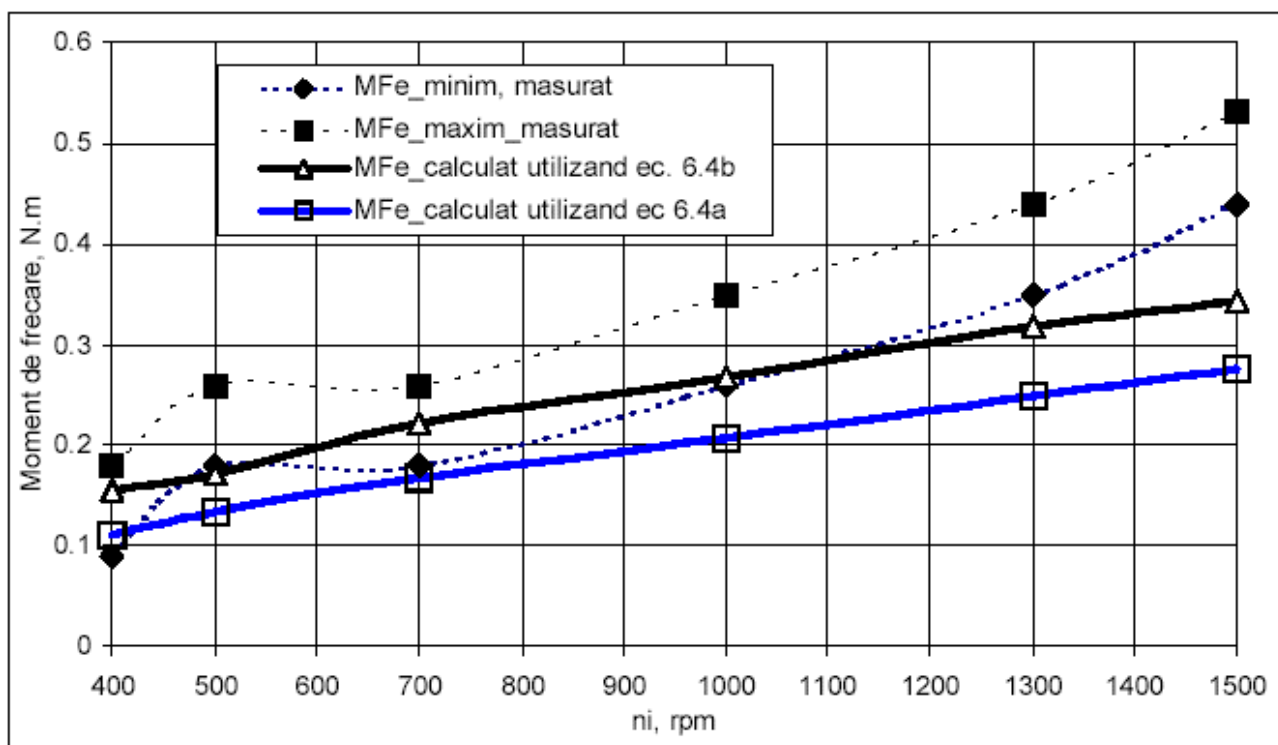


Fig. T1.A.17. Comparație între valorile măsurate și cele calculate folosind ecuațiile deduse de L. Houpert [1985] și respectiv de D. Nelias [1999].

Din analiza datelor prezentate în figura T1.A.17 rezultă că folosirea relației (6.4.a) oferă în cadrul testului prezent valori mai apropiate de valorile măsurate.

6.7.2. Test T1.B

În cazul aplicării unei sarcini radiale de 1094 N, prin variația turației inelului interior în intervalul 400-1500 rpm s-a obținut diagrama de variație a momentului de frecare la nivelul inelului exterior (Fig.T1.B.1). Înregistrarea s-a efectuat pe durata a 10 minute, timp în care temperatura lubrifianului a variat între 19 și 27°C .

În tabelul T1.B. sunt prezentate detaliat valorile minime și maxime între care a oscilat valoarea momentului de frecare înregistrat cu ajutorul sistemului de achiziție de date câ t și temperatura la care a fost efectuată înregistrarea.

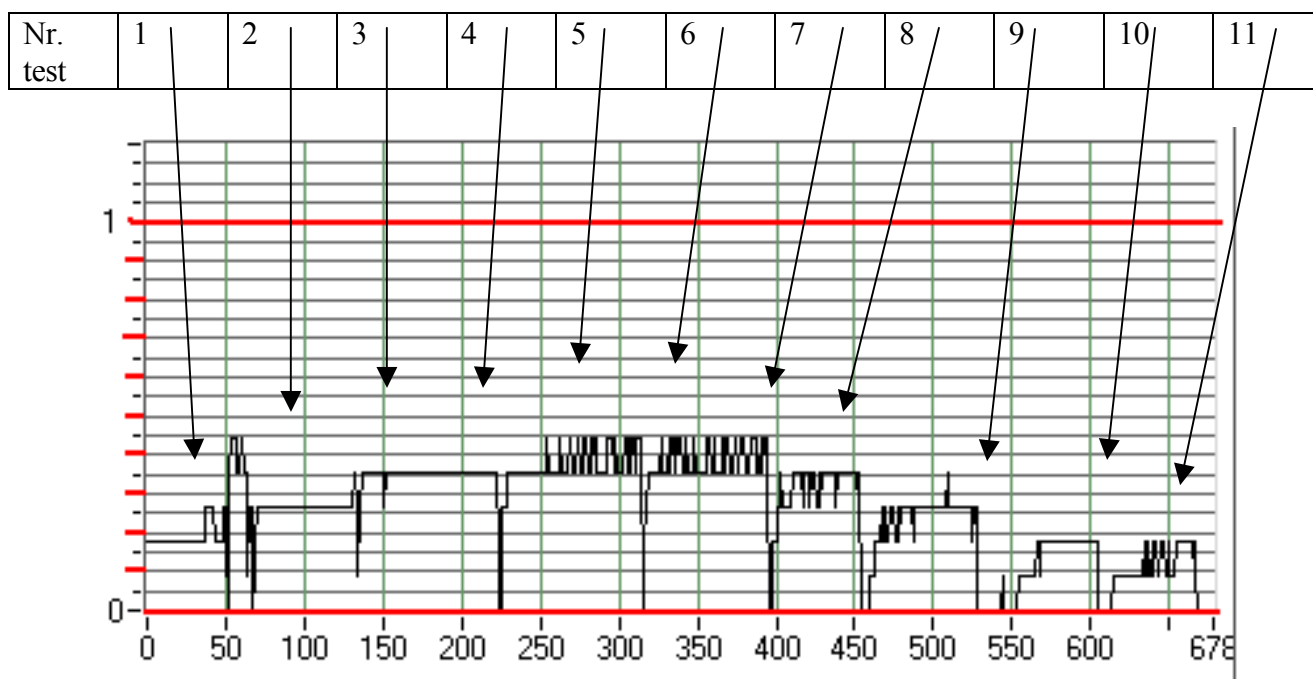


Fig. T1.B.1. Diagrama de variație a momentului de frecare.

Tabel T1.B. Variația momentului de frecare și a temperaturii măsurate în cadrul testării cu $F_r=1094$ N

Nr. test	n_i , rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	T°C
1	400	0.18	0.26	19
2	500	0.26	0.35	22
3	700	0.26	0.35	22
4	1000	0.35	0.35	23
5	1300	0.35	0.44	25
6	1500	0.35	0.44	27
7	1300	0.35	0.42	27
8	1000	0.26	0.35	25
9	700	0.18	0.26	25
10	500	0.09	0.18	24
11	400	0.09	0.18	24

Rezultatele teoretice calculate sunt prezentate în figura T1.B.2 pentru condițiile:

- temperatura uleiului: $T=25^\circ$ C;
- forța rezistentă de rostogolire de natură vâ scoasă descrisă de ecuația 6.4.b.

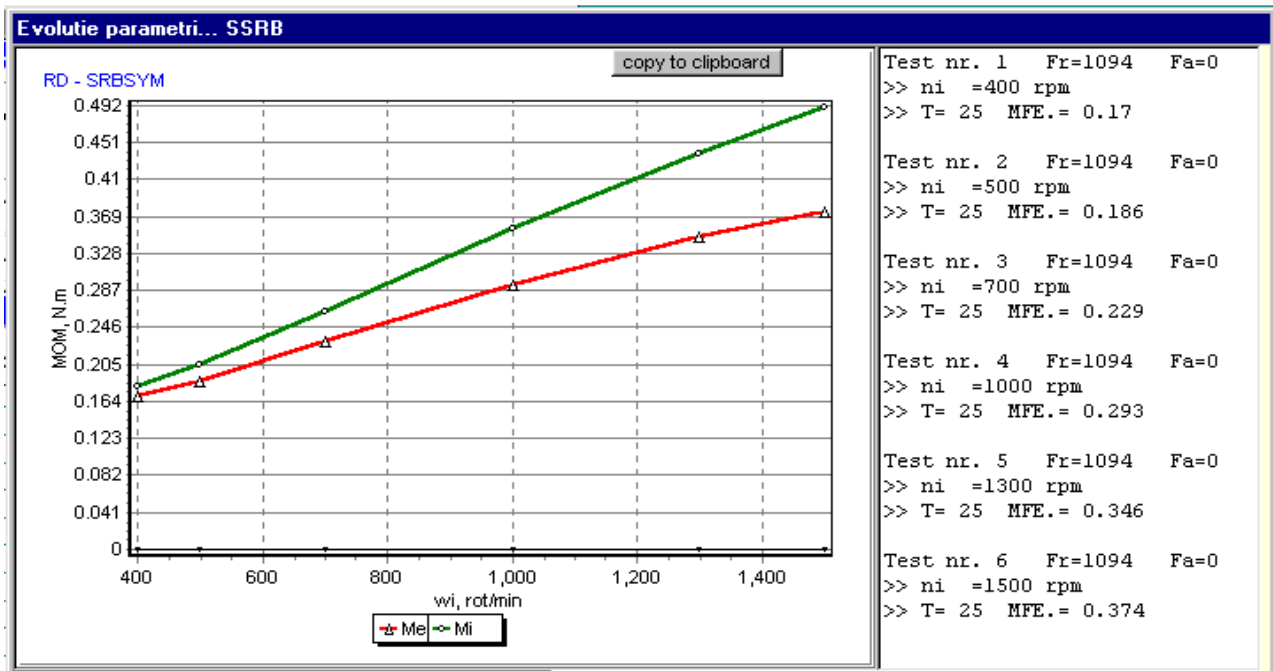


Fig. T1.B.2. Moment de frecare calculat utilizând programul SRBSYM

În figura T1.B.3. sunt prezentate, în scopul efectuării unei comparații, valorile teoretice și cele măsurate

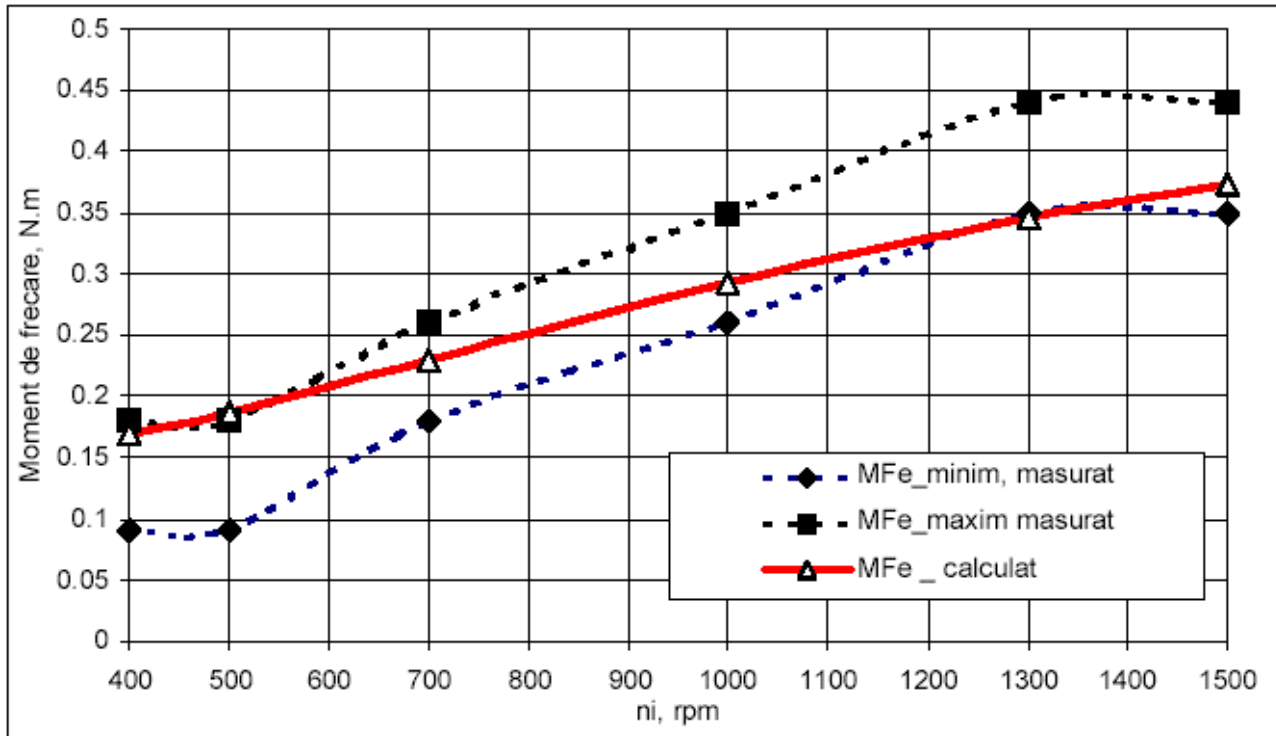


Fig.T1.B.3. Valori teoretice și experimentale obținute pentru parametrul Mfe (moment de frecare pe inelul exterior al rulmentului).

6.7.3. Test T1.C

Condițiile de testare impuse sunt:

- Sarcină radială constantă : $F_r=1532$ N;
- Turație variabilă în intervalul 400-1500 rpm.

În condițiile menționate anterior, sistemul de achiziție a înregistrat diagrama de variație a momentului de frecare prezentată în figura.T1.C.1. Testarea s-a efectuat pe durata a 10 minute, timp în care temperatura lubrifianțului a variat între 19°C și 27°C pentru zona de incrementare a turației și a rămas la valoarea aproximativ constantă de $27-26^{\circ}\text{C}$ în zona de decrementare a turației inelului interior. În tabelul T1.C. sunt prezentate valorile parametrilor măsurați în timpul testării.

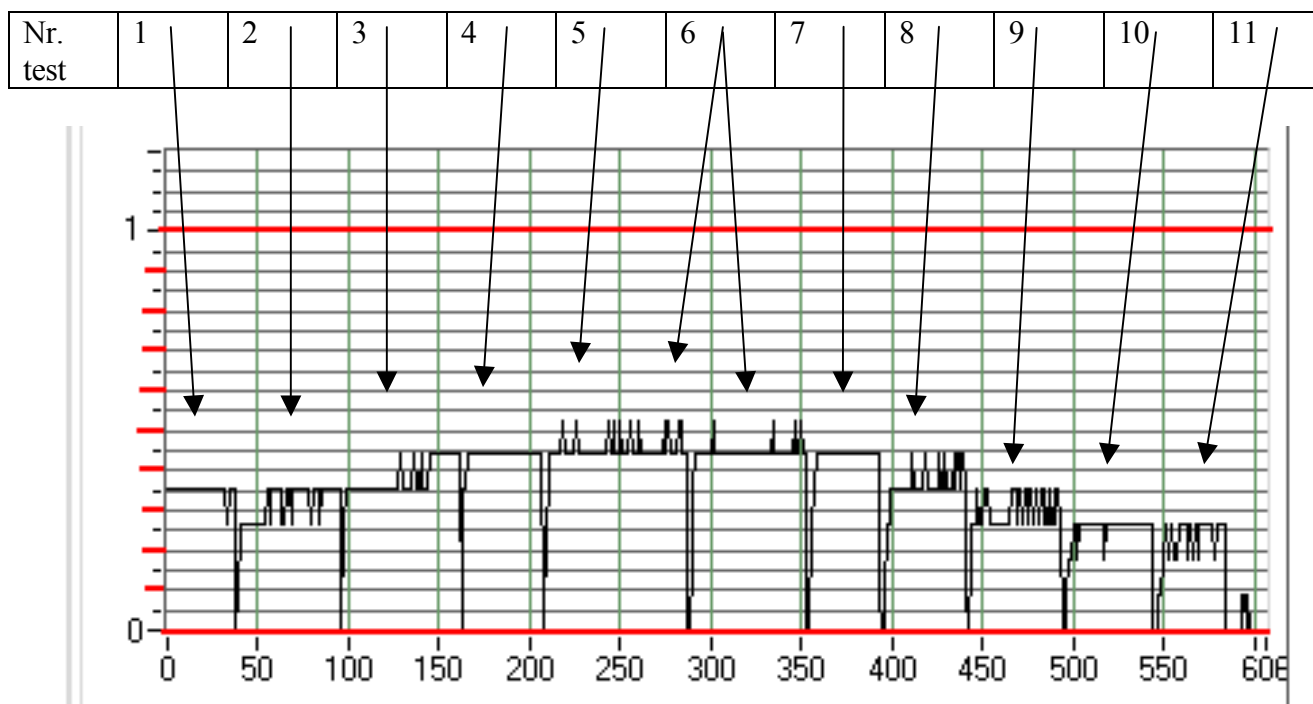


Fig. T1.C.1. Diagrama de variație a momentului de frecare.

Nr. test	n_i , rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	$T^{\circ}\text{C}$
1	400	0.35	0.35	19
2	500	0.26	0.35	20
3	700	0.35	0.44	22
4	1000	0.44	0.44	22
5	1300	0.44	0.53	24
6	1500	0.44	0.53	27
7	1300	0.44	0.53	27
8	1000	0.35	0.44	26
9	700	0.26	0.35	26
10	500	0.19	0.26	26
11	400	0.19	0.26	26

Tabel T1.C. Parametri măsurați în cadrul testului.

Pentru calculul teoretic al momentului de frecare s-au impus ca date de intrare:

- Temperatura lubrifianțului $T=27^{\circ}\text{C}$;

➤ Model de calcul al forței rezistente de rostogolire: Model Houpert [1985], ecuația 6.4.b.

Simularea pe calculator a generat diagrama de variație a momentului de frecare pe inelul interior cât și pe inel exterior al rulmentului. Valorile calculate sunt prezentate în figura T1.C.2. În figura T1.C.3. sunt prezentate simultan valorile măsurate cât și cele calculate ale parametrului Mfe (moment de frecare pe inelul exterior).

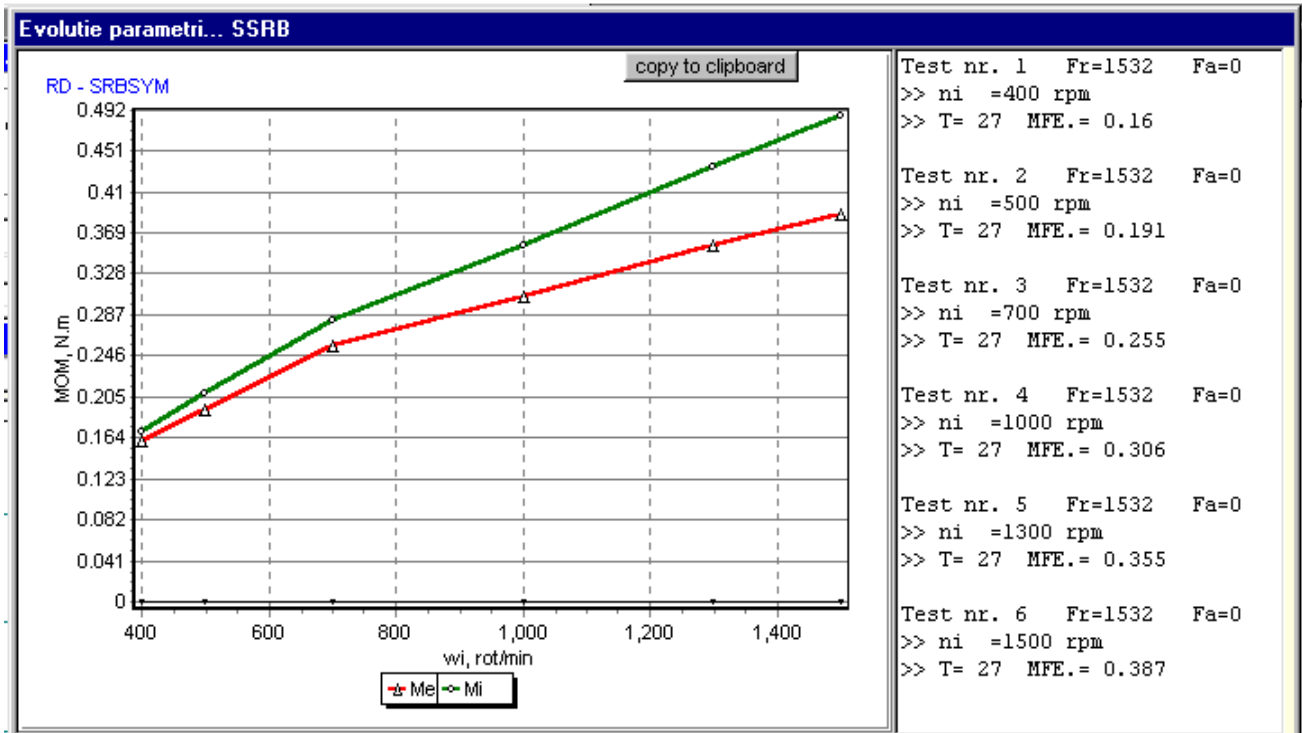


Fig.T1.C.2. Valori calculate ale momentelor de frecare corespunzătoare celor două inele ale rulmentului

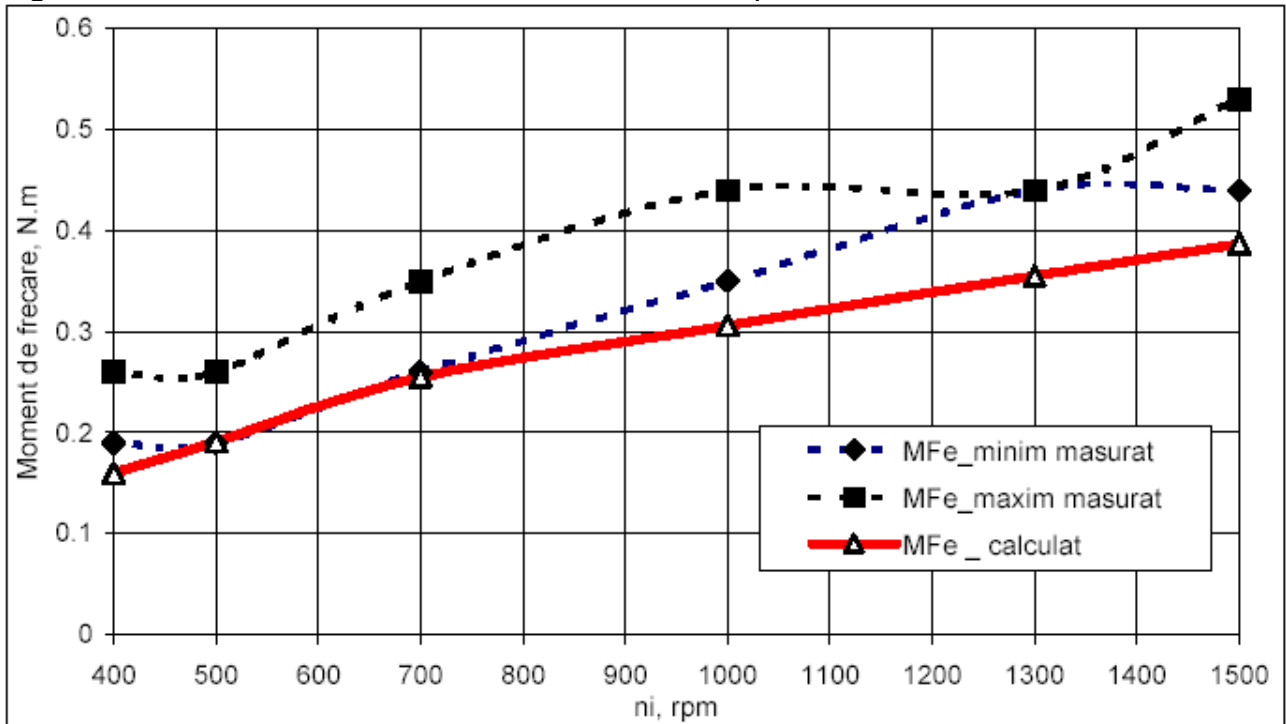


Fig.T1.C.3. Valori măsurate și calculate ale momentului de frecare la nivelul contactelor role – cale de rulare exterioară.

6.7.4. Test T1.D

Condițiile de testare impuse sunt:

- Sarcină radială constantă : $F_r=2188\text{ N}$;
- Turație variabilă în intervalul 400-1500 rpm.

În condițiile menționate anterior, sistemul de achiziție a înregistrat diagrama de variație a momentului de frecare prezentată în figura.T1.D.1. Testarea s-a efectuat pe durata a 10 minute, timp în care temperatura lubrifianului a variat între 19°C și 29°C pentru zona de incrementare a turației și a rămas la valoarea aproximativ constantă de $28\text{-}29^\circ\text{C}$ în zona de decrementare a turației inelului interior. În tabelul T1.D. sunt prezentate valorile parametrilor măsurați în timpul testării.

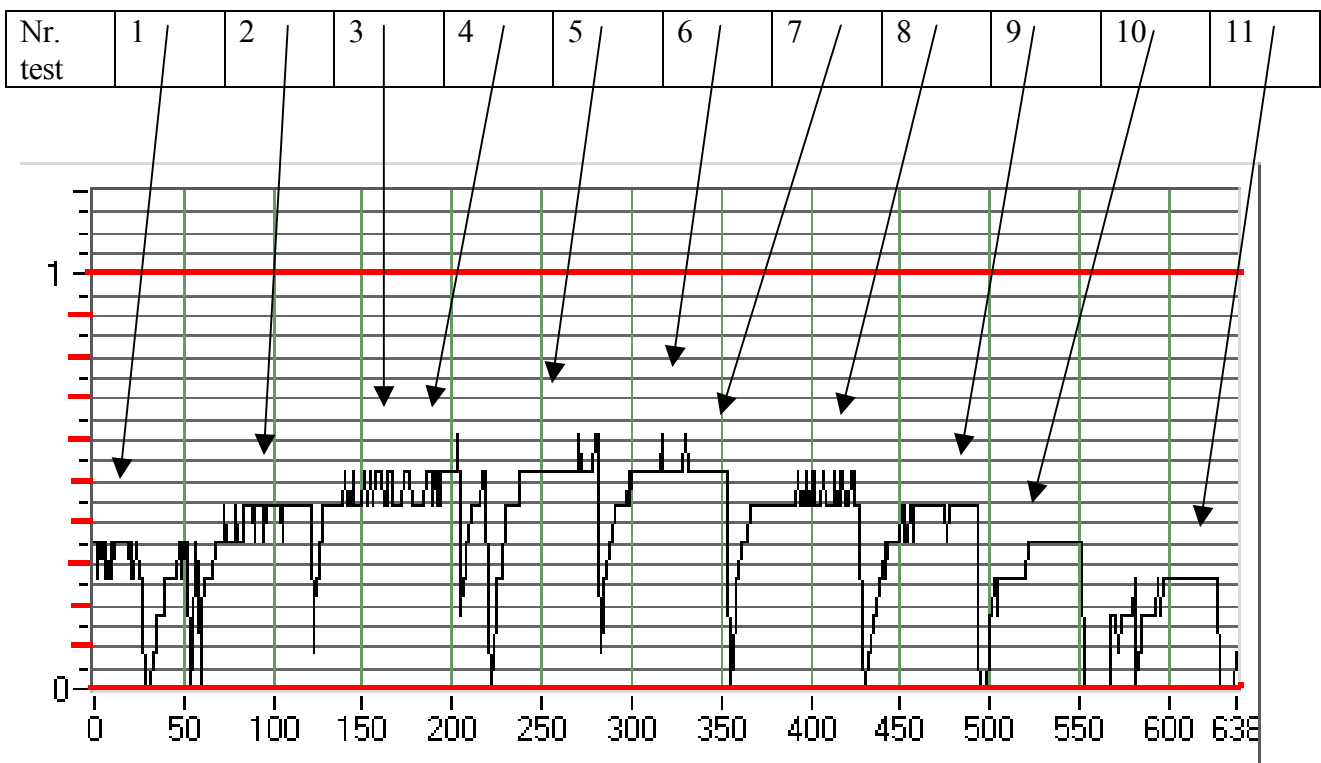


Fig. T1.D.1. Diagrama de variație a momentului de frecare, achiziționată în cadrul testului T1.D

Tabel T1.D. Parametri măsurați în cadrul testului.

Nr. test	n_i , rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	$T^\circ\text{C}$
1	400	0.26	0.35	19
2	500	0.35	0.44	20
3	700	0.44	0.53	22
4	1000	0.44	0.53	22
5	1300	0.53	0.64	28
6	1500	0.53	0.64	28
7	1300	0.53	0.64	29
8	1000	0.44	0.53	29
9	700	0.35	0.44	29
10	500	0.26	0.35	28
11	400	0.18	0.26	28

Pentru calculul teoretic al momentului de frecare s-au impus următoarele date de intrare:

- Temperatura lubrifianului $T=28^\circ\text{C}$;

➤ Model de calcul al forței rezistente de rostogolire: Model Houpert [1985], ecuația 6.4.b.

Simularea pe calculator a generat diagrama de variație a momentului de frecare pe inelul interior cât și pe inelul exterior al rulmentului. Valorile calculate sunt prezentate în figura T1.C.2. În figura T1.C.3. sunt prezentate simultan valorile măsurate cât și cele calculate ale parametrului Mfe (moment de frecare pe inelul exterior).

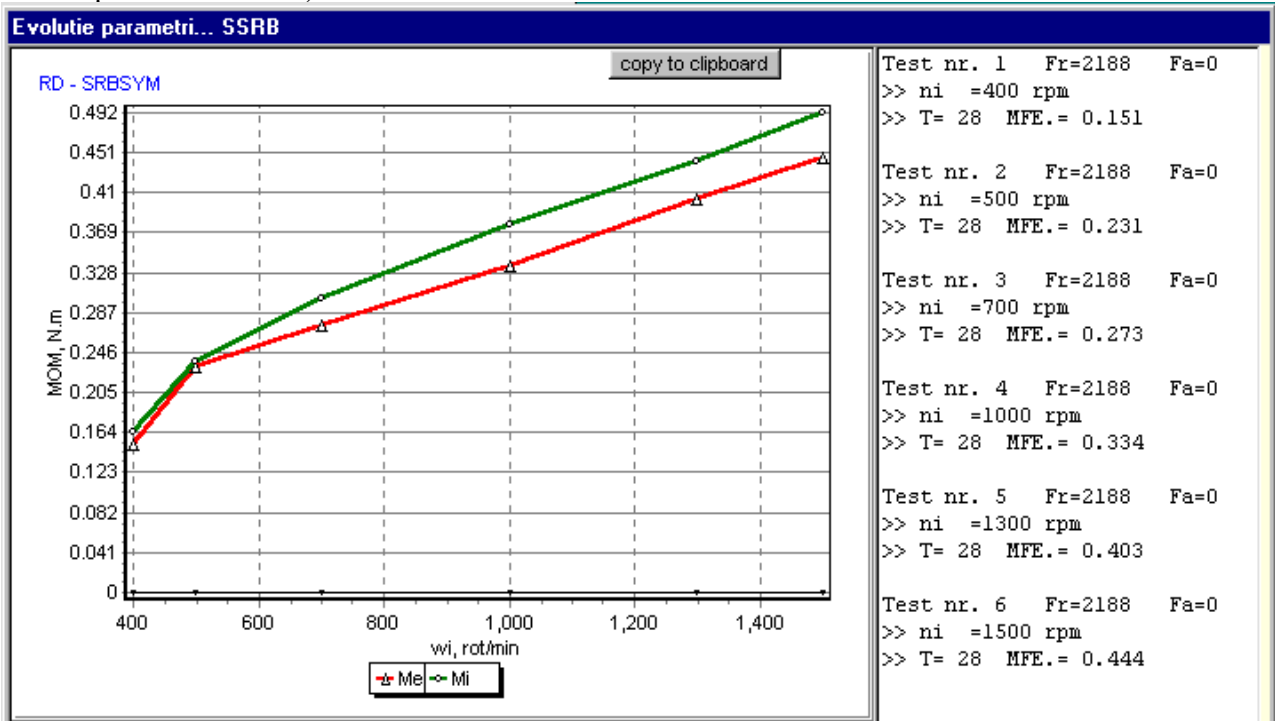


Fig. T1.D.3. Valori calculate ale momentelor de frecare corespunzătoare căilor de rulare.

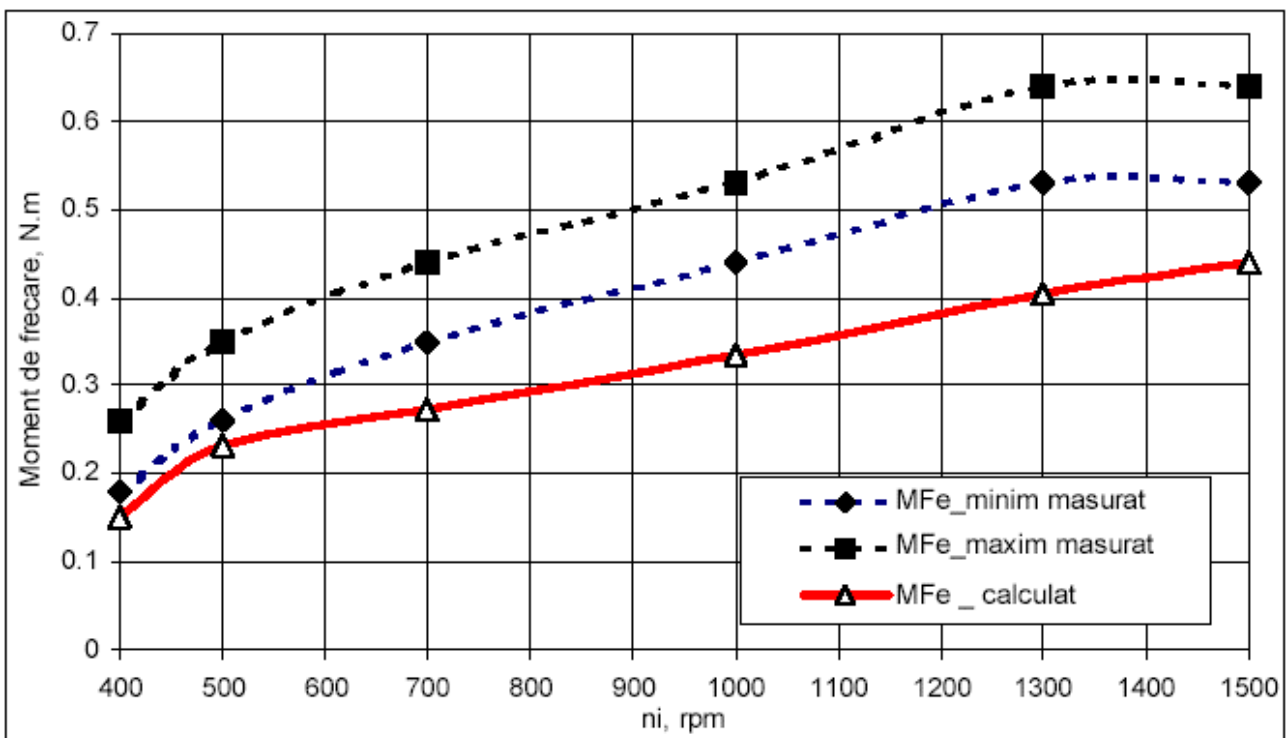


Fig.T1.D.3. Rezultate numerice și experimentale ale parametrului moment de frecare pe inelul exterior.

6.7.5. Test T1.E

Condițiile de testare impuse sunt:

- Sarcină radială constantă : $F_r=3177$ N;
- Turație variabilă în intervalul 500-1000 rpm.

În condițiile menționate anterior, sistemul de achiziție a înregistrat diagrama de variație a momentului de frecare prezentată în figura.T1.E.1. Testarea s-a efectuat pe durata a 10 minute, timp în care temperatura lubrifianțului a variat între 22°C și 29°C pentru zona de incrementare a turației și a rămas la valoarea aproximativ constantă de $28-29^{\circ}\text{C}$ în zona de decrementare a turației inelului interior. În tabelul T1.E sunt prezentate valorile parametrilor măsurați în timpul testării.

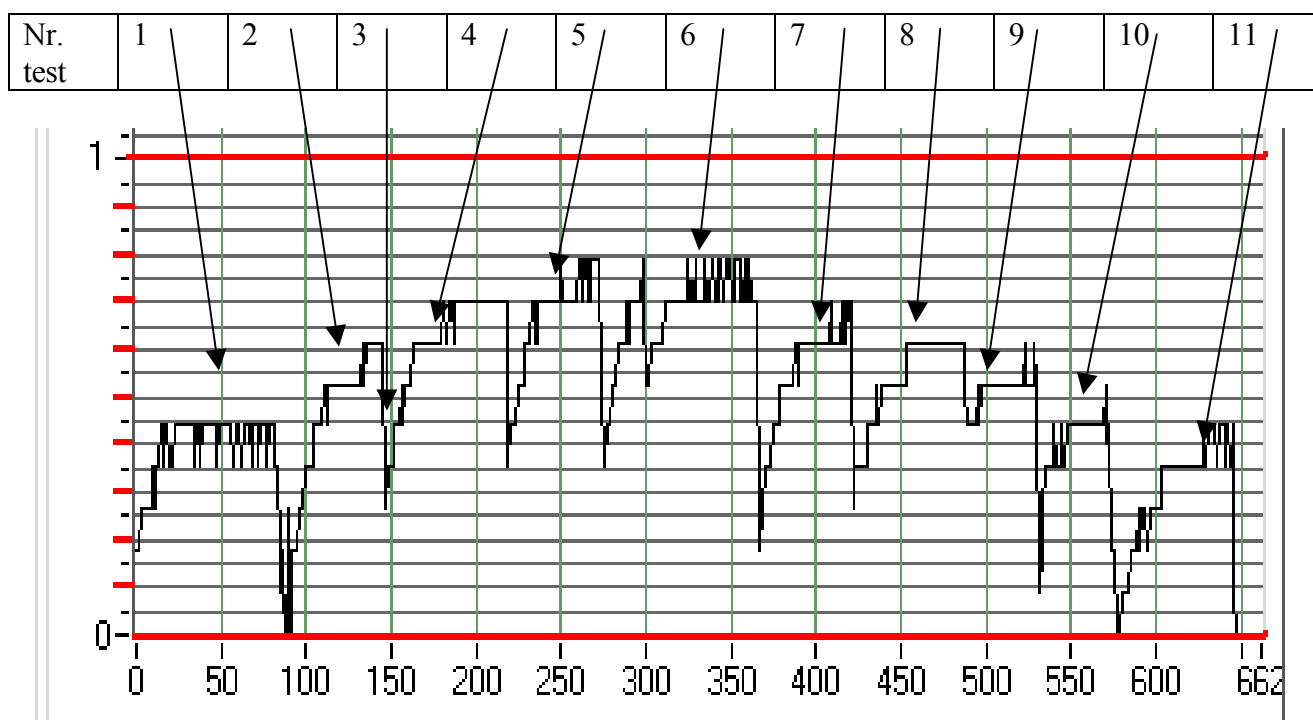


Fig. T1.E.1 Diagrama de variație a momentului de frecare pe inelul exterior, achiziționată cu programul Lab View

Nr. test	n_i , rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	T°C
1	500	0.26	0.35	22
2	600	0.35	0.44	23
3	700	0.53	0.62	24
4	800	0.62	0.62	25
5	900	0.70	0.70	26
6	1000	0.70	0.79	28
7	900	0.62	0.70	28
8	800	0.62	0.62	29
9	700	0.53	0.62	28
10	600	0.44	0.53	28
11	500	0.35	0.44	27

Tabel T1.E. Valori numerice ale parametrilor achiziționați

Pentru calculul teoretic al momentului de frecare s-au impus ca date de intrare:

- Temperatura lubrifianului $T=28^{\circ}\text{C}$
- Model de calcul al forței rezistente de rostogolire: Model Houpert [1985], ecuația 6.4.b., figura. T1.E.2
- Model de calcul al forței rezistente de rostogolire: Model Nelias [1991], ecuația 6.4.a., figura. T1.E.3

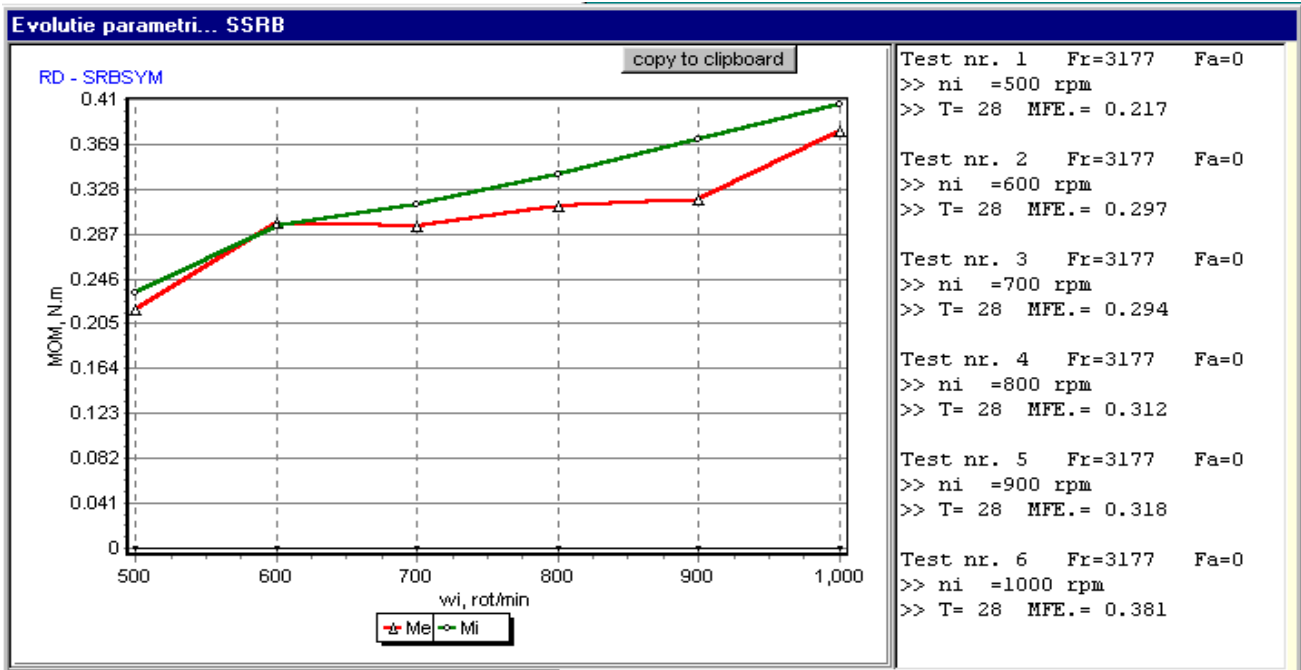


Fig.T1.E.2. Evoluția parametrului moment de frecare calculat folosind relația (6.4.b) „model Houpert

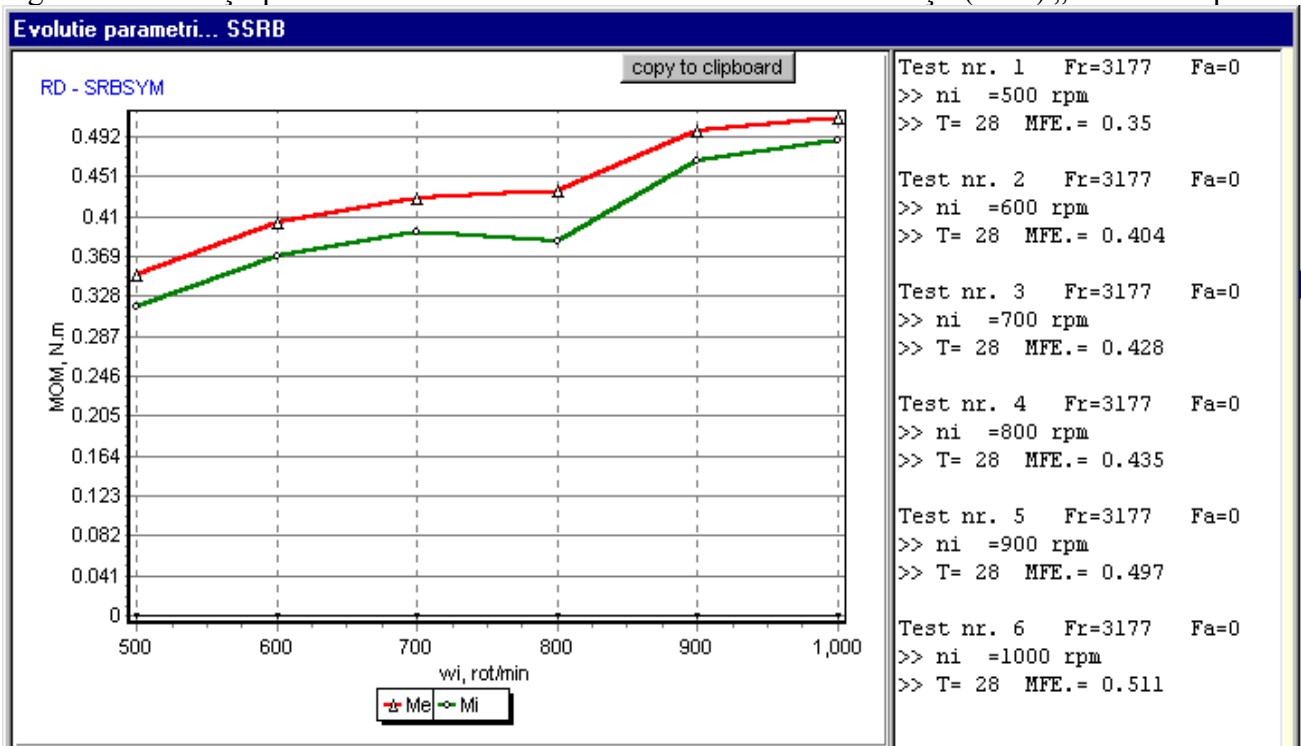


Fig. T1.E.3. Evoluția parametrului moment de frecare calculat, folosind ecuația (6.4.a) „modelul Nelias”

După cum rezultă din analiza figurilor T1.E.2 și respectiv T1.E.3, se observă că utilizarea „modelului

Nelias”, conduce la obținerea de valori mai mari ale momentului de frecare în raport cu cele obținute prin utilizarea modelului Houpert.

Deși valorile obținute prin utilizarea ecuației (6.4.a) sunt mai apropiate de cele măsurate, momentul de frecare la nivelulinelului interior este mai mică decât cea la nivelulinelului exterior. In modelul Houpert, momentul de frecare la nivelulinelului interior este mai mare decât cea calculată la nivelulinelului exterior. In figura T1.E.4 sunt prezentate în paralel valorile măsurate și cele calculate corespunzătoare momentului de frecare peinelul exterior.

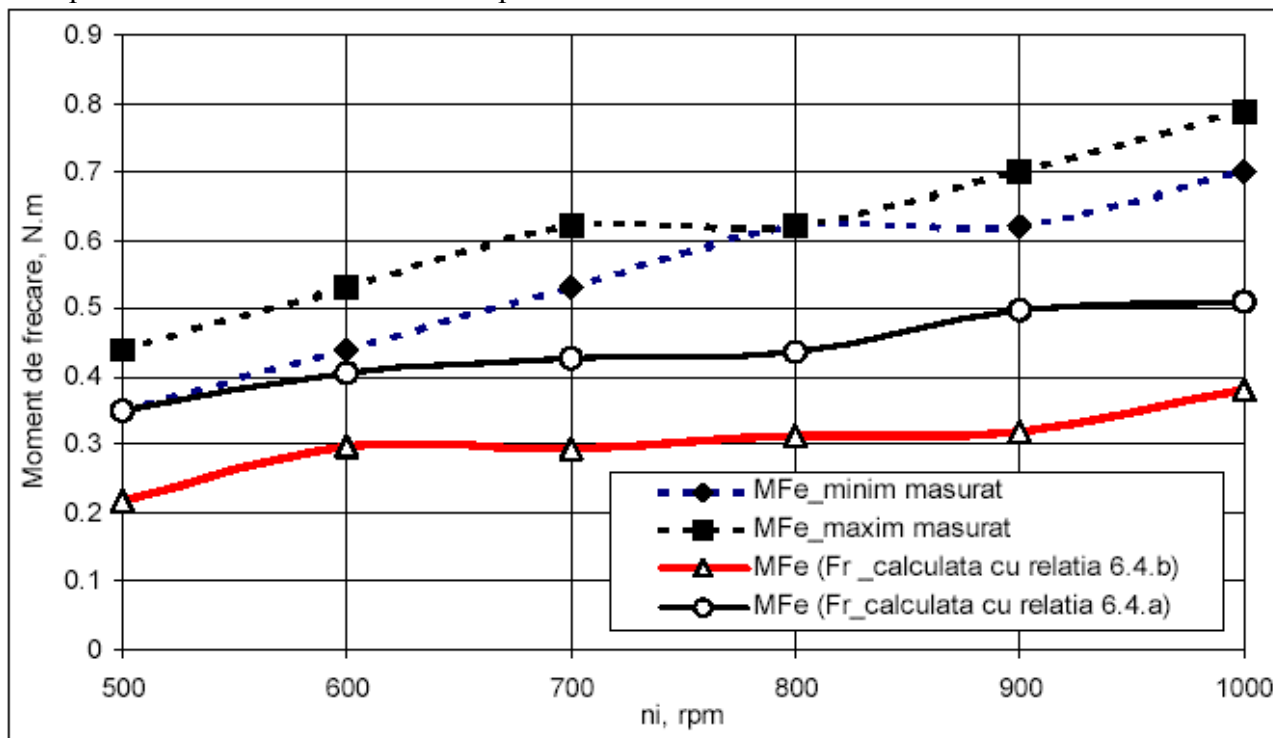


Fig. T1.E.4. Valori măsurate și calculate ale momentului de frecare.

6.7.6. Concluzii privind validarea modelului de calcul în cazul testelor de tip T1.

Utilizarea în paralel a două modele de calcul ale forțelor de rezistență de natură vâscoasă conduce la obținerea de valori ale momentelor de frecare ușor diferite, dar suficient de sunt apropiate de valorile măsurate.

Diferențele constatate sunt determinate de:

- Fenomene suplimentare neconsiderate, precum:
 - contactul între coliviile rulmentului;
 - contactul inel-flotant – cale de rulare interioară;
 - contactul inel-flotant – colivii.
- Utilizarea unei valori constante pentru coeficientul de frecare între colivie și role. Valoarea coeficientului de frecare a fost considerată 0.2, însă acesta depinde regimul de frecare-ungere efectiv atins la contactul rolă-colivie.
- Domeniul de valabilitate al ecuațiilor (6.4), adică domeniului de variație a parametrului λ , în care relațiile (6.4.a) și (6.4.b) au fost deduse.

6.8. Teste de tip T2. Rezultate numerice și experimentale obținute folosind o sarcină pur axială și turație variabilă

6.8.1. Test T2.A.

Condițiile de funcționare impuse structurii SRB-22212C, în cadrul testului T2.A sunt:

- Sarcină axială constantă $F_a=1328$ N;
- Sarcină radială redusă (greutatea proprie a rulmentului și a carcasei în care acesta se află poziționat). În cadrul acestui test se consideră $F_r=0$ N;
- Turație variabilă în intervalul 400 – 1250 rpm.

Valorile semnalului achiziționat, (moment de frecare pe inelul exterior) sunt prezentate în figura T2.A.1. În Tabelul T2.A sunt prezentate valorile minime și maxime înregistrate de sistemul de măsură, cât și temperatura corespunzătoare achiziției. Durata testului a fost de aproximativ 800×2 secunde.

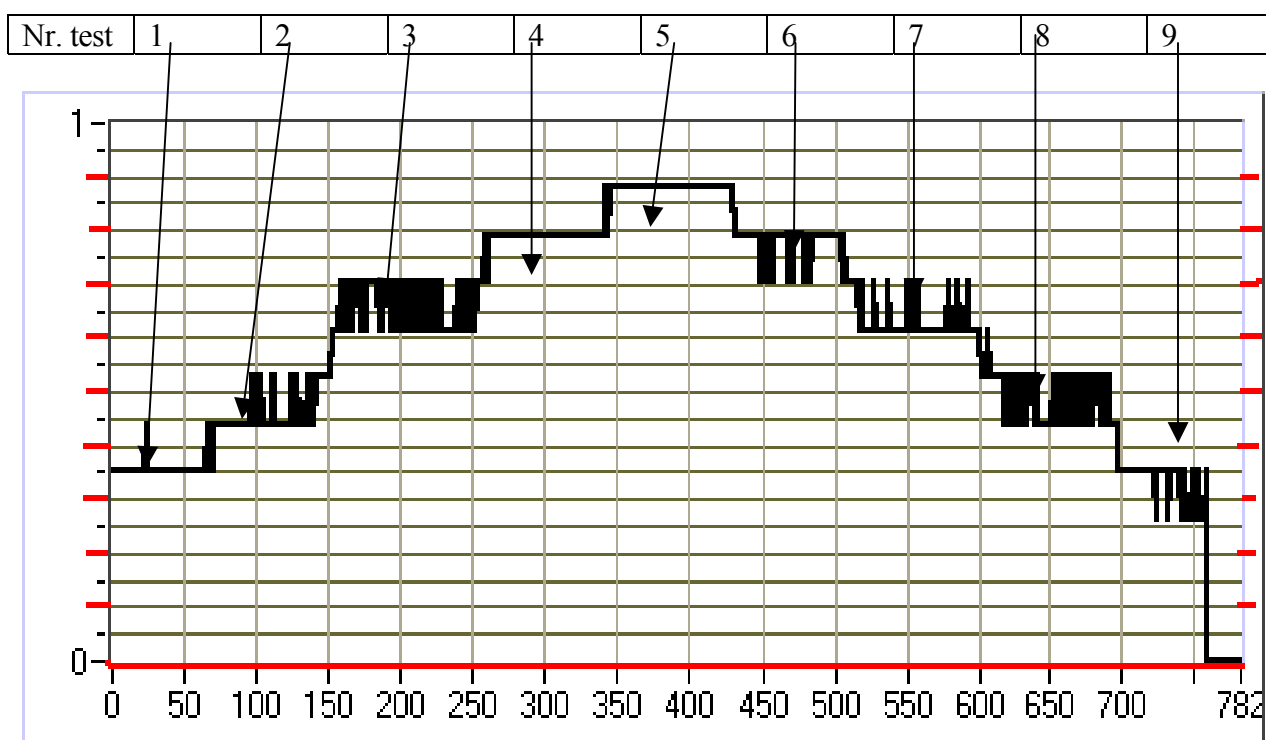


Fig.T2.A.1. Semnalul înregistrat de sistemul de măsură în cadrul testului. (Moment de frecare măsurat)

Nr. test	ni, rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	T°C
1	400	0.35	0.44	19
2	500	0.44	0.53	19
3	750	0.62	0.7	18
4	1000	0.79	0.79	21
5	1250	0.88	0.88	23
6	1000	0.70	0.79	24
7	750	0.62	0.70	23
8	500	0.44	0.53	22
9	400	0.26	0.35	22

Tabel. T2.A. Valorile minime și maxime ale momentului de frecare măsurat. Temperatura la care a avut loc înregistrarea.

In figura T2.A.2. este prezentată evoluția momentului de frecare obținută prin simulare pe calculator. In figura T2.A.3. sunt prezentate comparativ, datele măsurate și cele calculate în cadrul testului T2.A

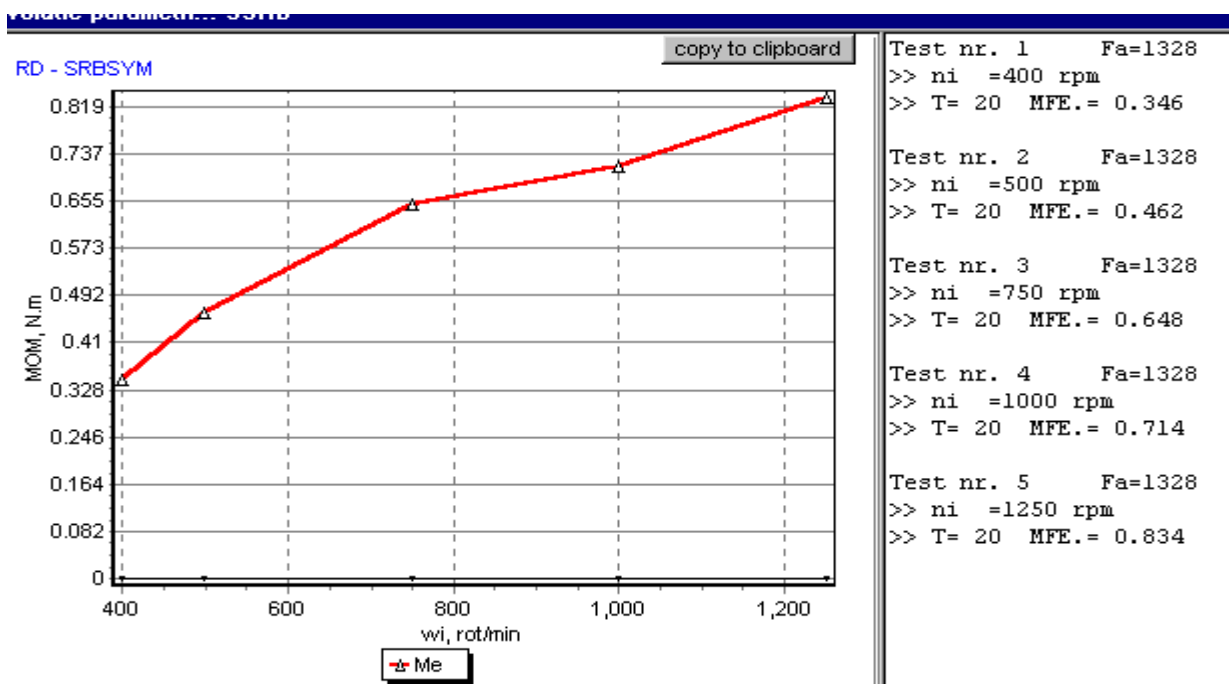


Fig. T2.A..2. Moment de frecare calculat incluzând ecuația 6.4.b

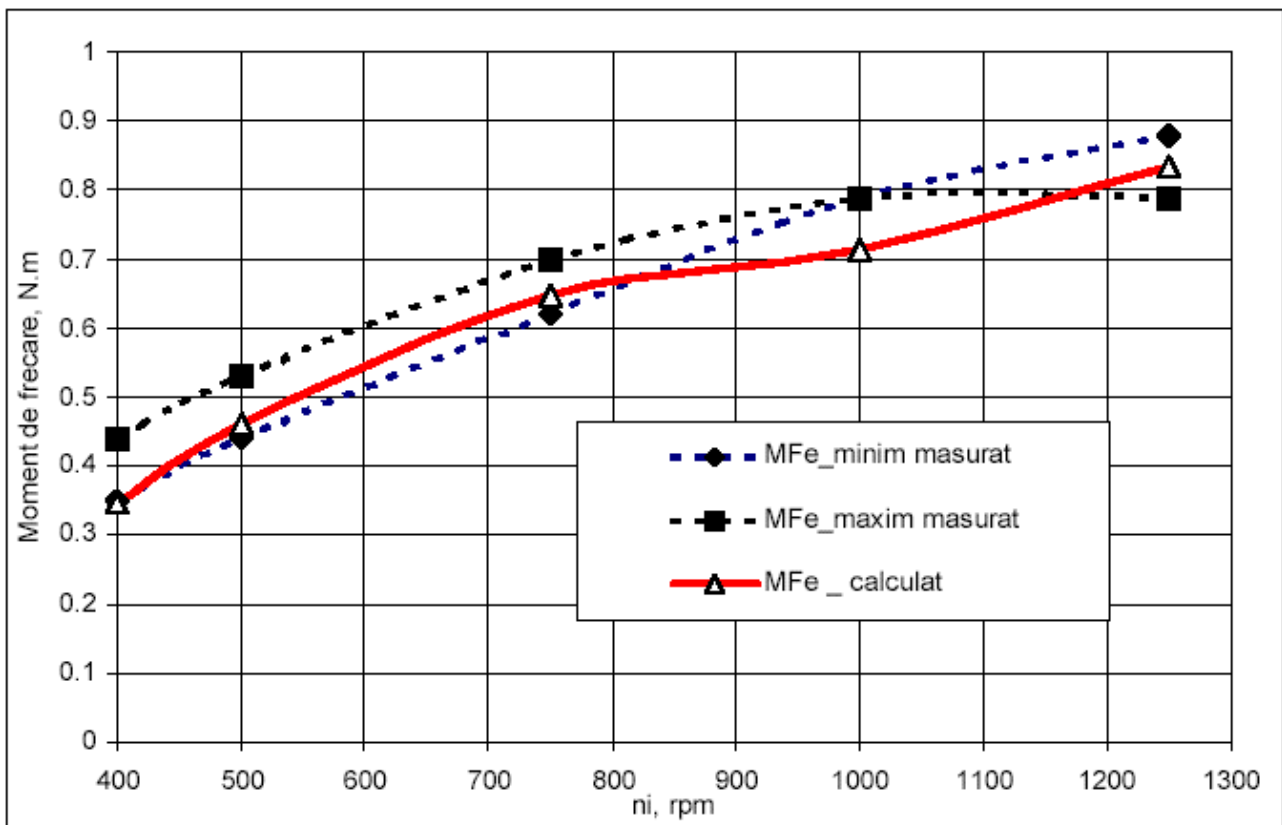


Fig.T2.A.3. Comparație între valorile calculate și cele măsurate ale momentului de frecare pe inelul exterior

6.8.2. Test T2.B.

Condițiile de funcționare impuse structurii SRB-22212C, în cadrul testului T2.A sunt:

- Sarcină axială constantă $F_a=868$ N;
- Sarcină radială nulă: $F_r=0$ N;
- Turație variabilă în intervalul 400 – 1250 rpm.

Valorile semnalului achiziționat (moment de frecare pe inelul exterior) sunt prezentate în figura T2.B.1. În Tabelul T2.B sunt prezentate valorile minime și maxime înregistrate de sistemul de măsură, cât și temperatura corespunzătoare achiziției. Durata testului a fost de aproximativ 700×2 secunde.

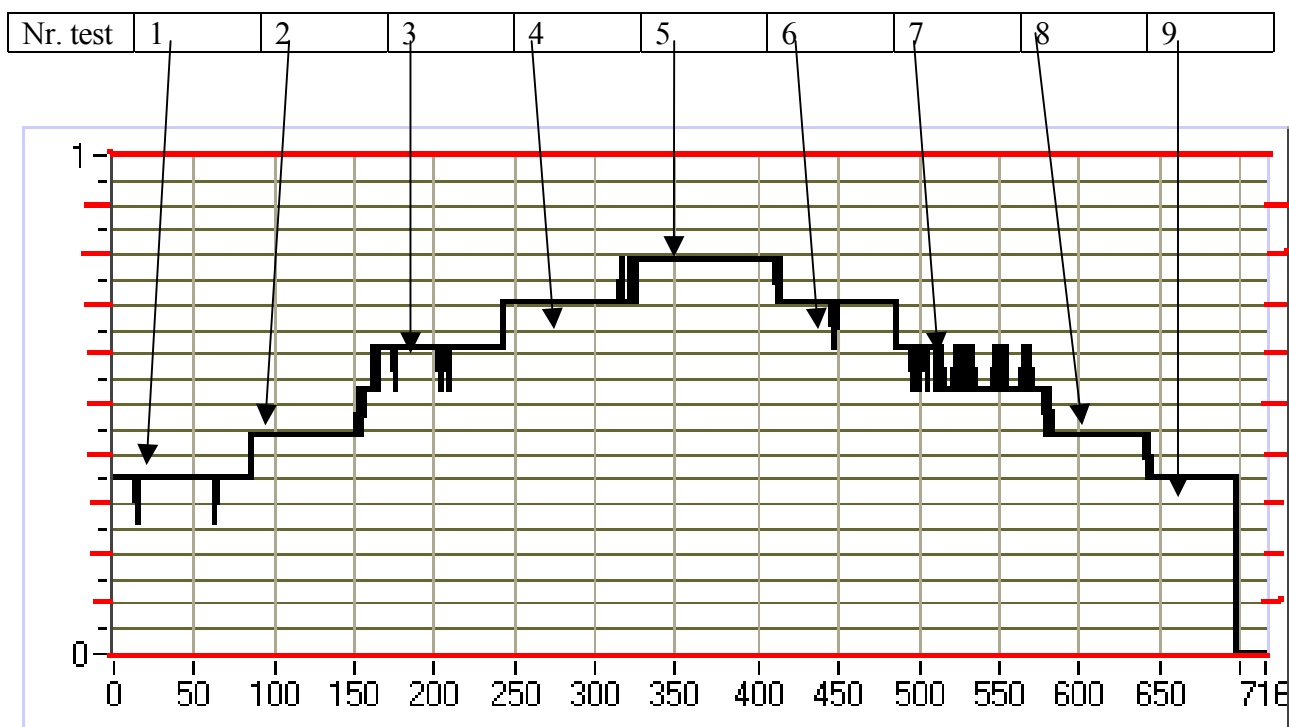


Fig. T2.B.1. Diagrama de variație a momentului de frecare pe inelul exterior.

Nr. test	n_i , rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	T°C
1	400	0.26	0.35	15
2	500	0.44	0.44	15
3	750	0.53	0.62	18
4	1000	0.70	0.70	14
5	1200	0.79	0.79	20
6	1000	0.62	0.70	22
7	750	0.53	0.62	21
8	500	0.44	0.44	21
9	400	0.35	0.35	20

Tabel. T2.B. Valorile minime și maxime ale momentului de frecare. Temperatura la care a fost realizată achiziția

Rezultatele simulării pe calculator sunt prezentate în figura T2.B.2 și corespund zonei ascendente a diagramei din figura T2.B.1. În figura T2.B.3. sunt prezentate în paralel valorile calculate și cele măsurate ale momentului de frecare

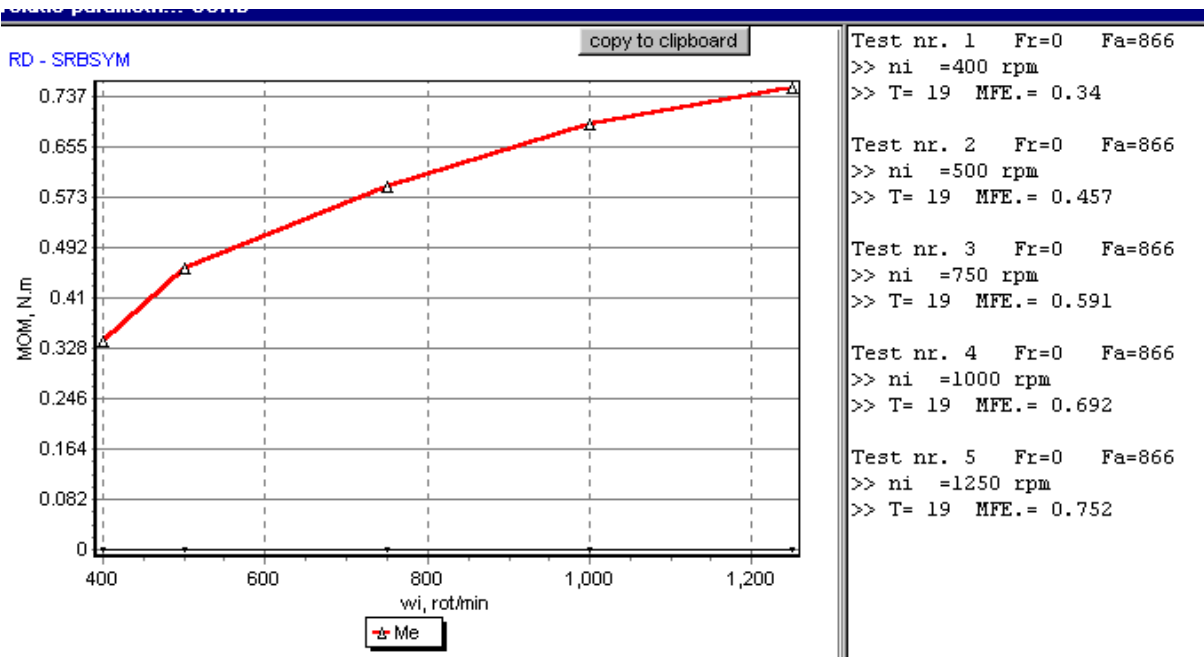
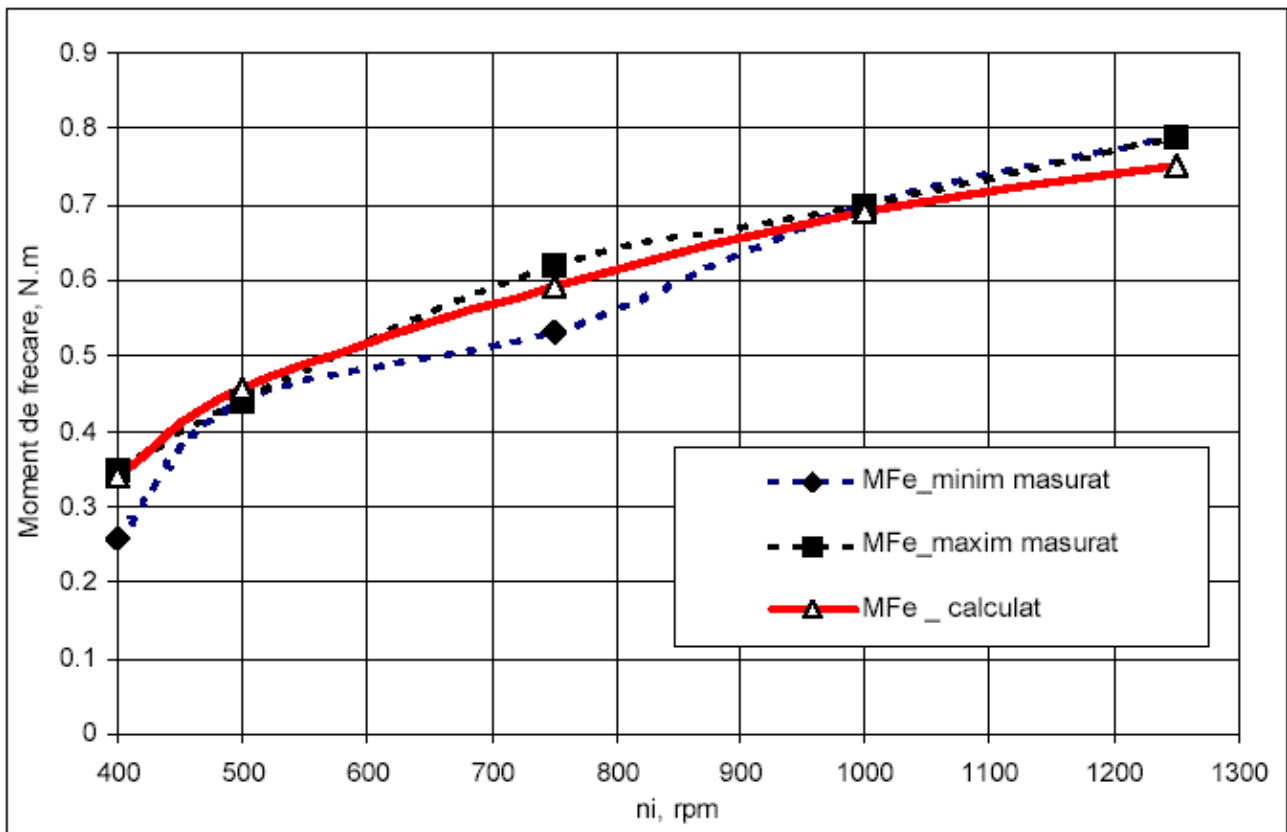


Fig. T2.B.2. Moment de frecare calculat, obținut prin simulare pe calculator.



T2.B.3. Valori comparative ale momentelor de frecare măsurate și respectiv calculate

6.8.3. Test T2.C

Condițiile de funcționare impuse structurii SRB-22212C, în cadrul testului T2.A sunt:

- Sarcină axială constantă $F_a=443$ N
- Sarcină radială : $F_r=0$ N
- Turație variabilă, având valori cuprinse în intervalul 400 – 1250 rpm

Valorile semnalului achiziționat (moment de frecare pe inelul exterior) sunt prezentate în figura T2.C.1. În Tabelul T2.C sunt prezentate valorile minime și maxime înregistrate de sistemul de măsură, cât și temperatura corespunzătoare achiziției. Durata testului a fost de aproximativ 740x2 secunde.

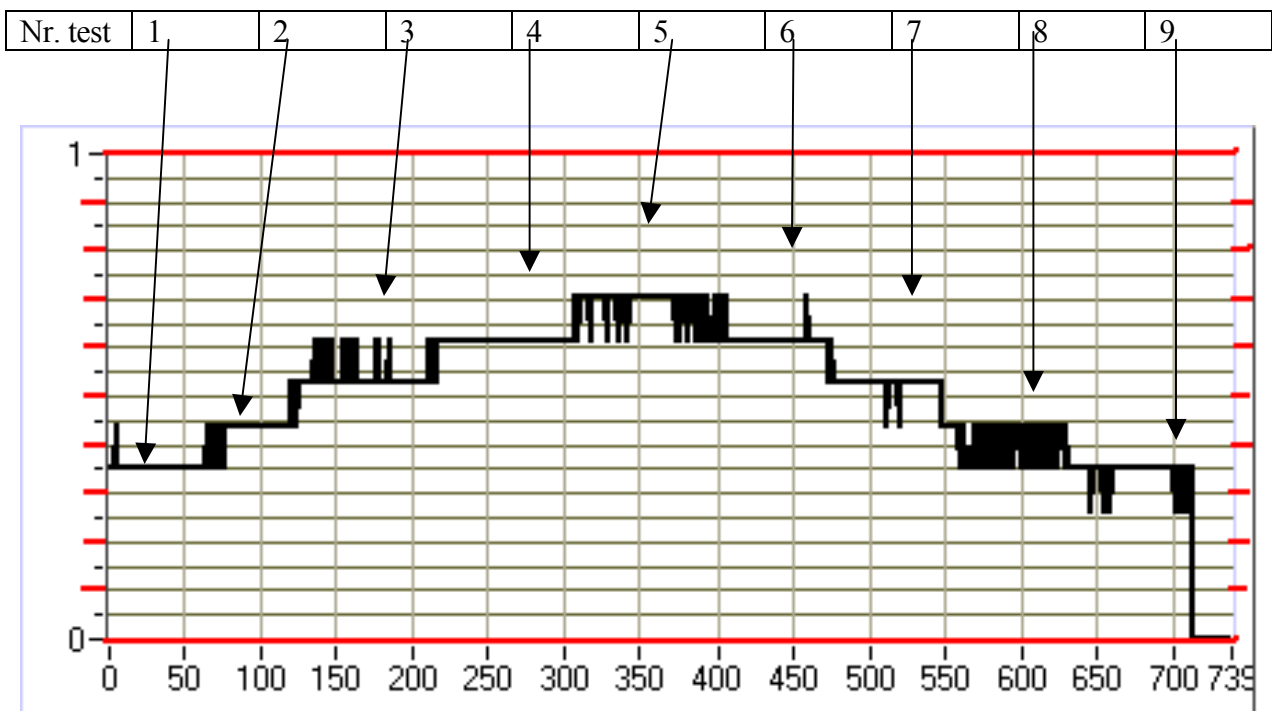


Fig. T2.C.1. Diagrama de variație a momentului de frecare, achiziționată folosind programul Lab View

Nr. test	n_i , rpm	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	T°C
1	400	0.35	0.35	13
2	500	0.44	0.44	13
3	750	0.53	0.62	14
4	1000	0.62	0.62	15
5	1250	0.62	0.70	18
6	1000	0.62	0.62	19
7	750	0.44	0.53	19
8	500	0.35	0.44	18
9	400	0.26	0.35	17

Tabel T2.C. Valorile minime și maxime indicate în figura T2.C.1. Temperatura la care a avut loc testul

Rezultatele simulării pe calculator sunt evidențiate în figura T2.C.2 și corespund zonei ascendente a diagramei prezentate în figura T2.C.1. În figura T2.C.3. sunt prezentate în paralel valorile calculate și

cele măsurate ale momentului de frecare.

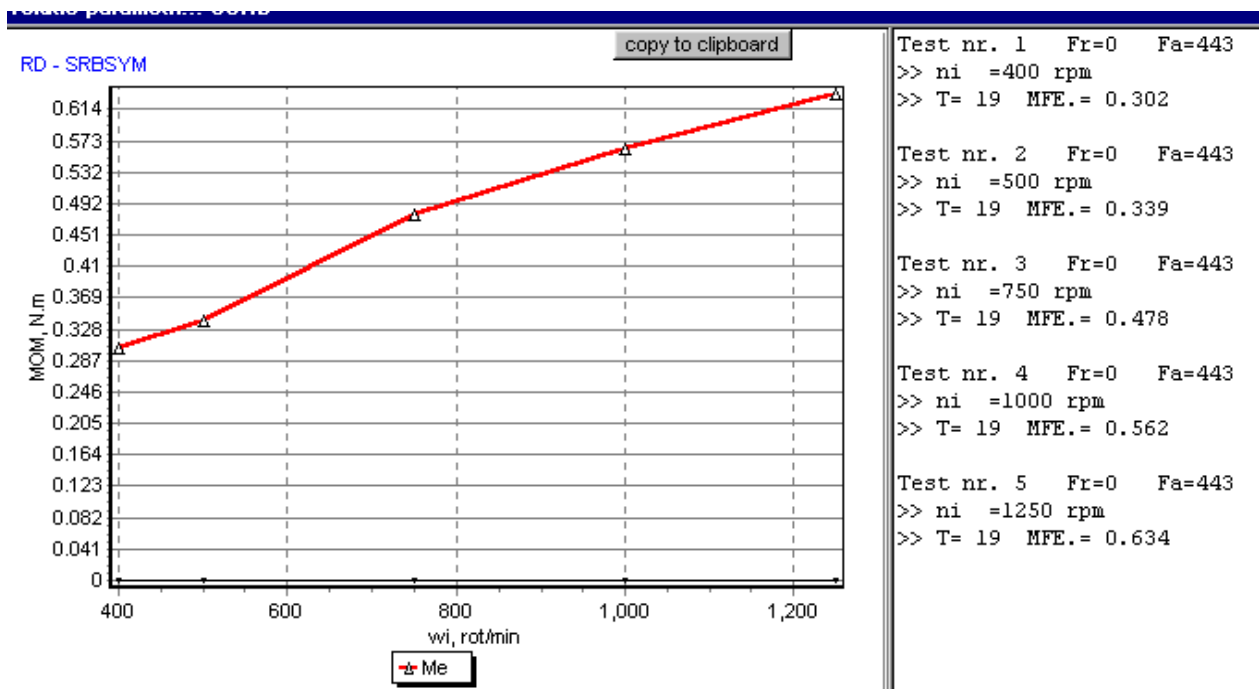
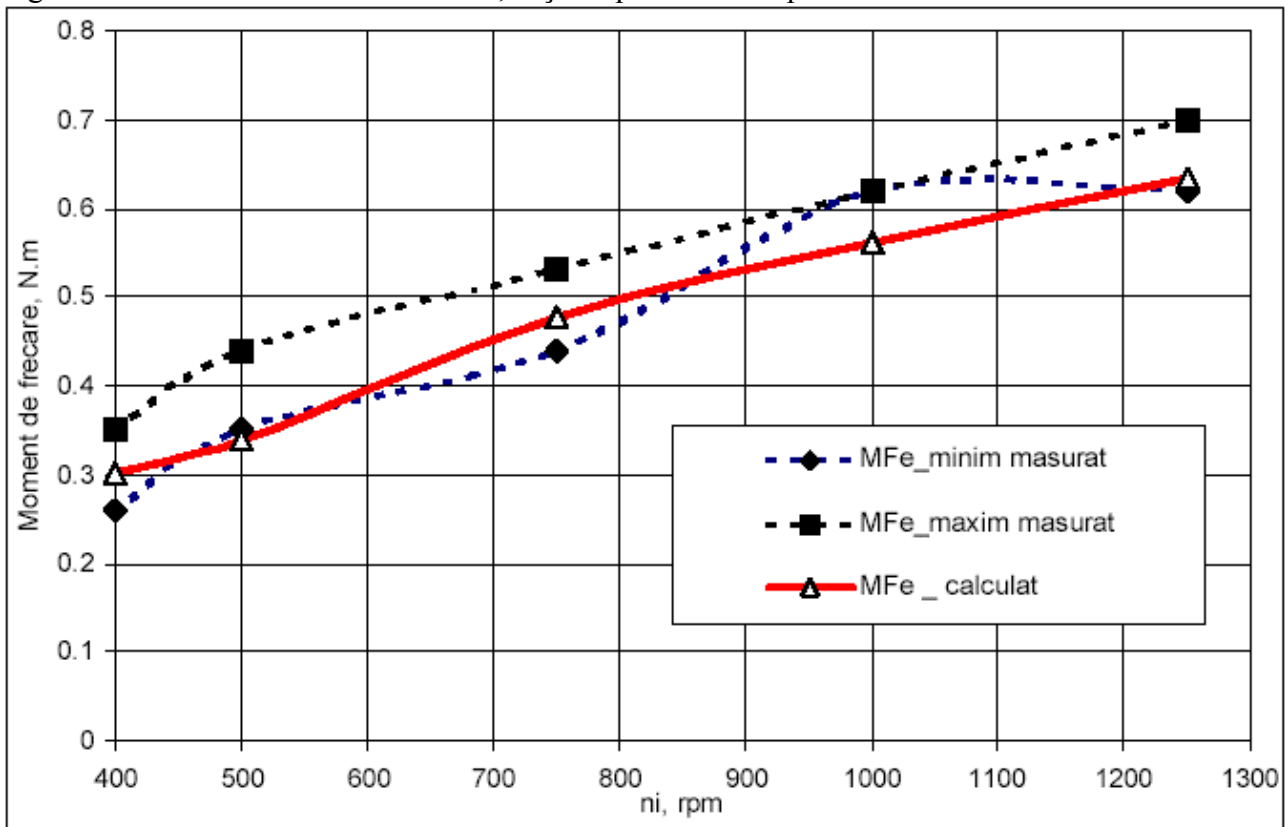


Fig. T2.C.2. Moment de frecare calculat, obținut prin simulare pe calculator.



T2.C.3. Valori comparative ale momentelor de frecare măsurate și respectiv calculate

6.9. Teste de tip T3. Rezultate numerice și experimentale obținute în cazul încărcării combinate

6.9.1. Test T3.A.

În cadrul acestui test s-a urmărit evoluția funcției care descrie momentul de frecare la nivelul căii de rulare exterioare a structurii SRB-22212C, impunându-se următoarele condiții de funcționare:

- Forță radială constantă: 1094 N;
- Turație constantă a inelului interior la valoarea $n_i=1500$ rpm;
- Sarcină axială variabilă în intervalul 443 ... 2188 N.

Diagrama de variație a funcției momentului de frecare înregistrată cu ajutorul lanțului de măsură utilizat este prezentată în figura T3.A1. Înregistrarea s-a efectuat pe durata a aproximativ (200×3) secunde. Valorile măsurate ale momentului de frecare $c\grave{a}$ t și temperatura corespunzătoare înregistrării sunt prezentate în tabelul T3.A.

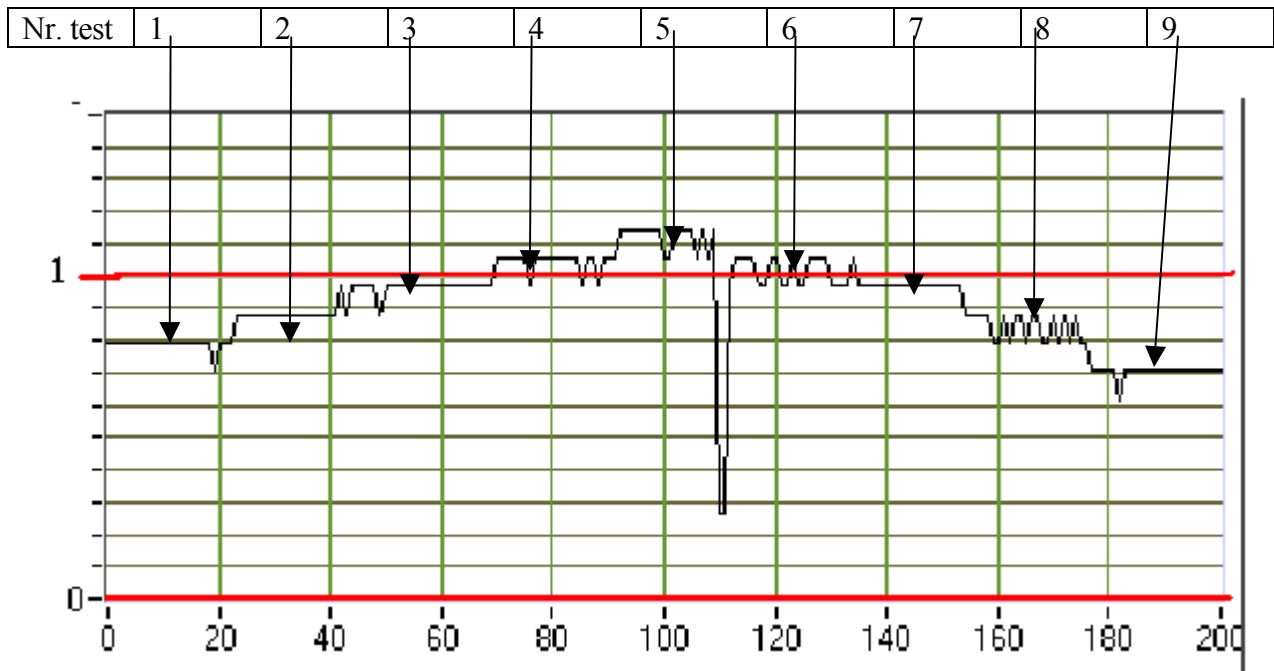


Fig.T3.A.1. Diagrama achiziționată corespunzătoare funcției moment de frecare

Nr. test	Fa, N, (bar)	MFe min., N.m	Mfe max., N.m	T°C
1	443 (0.4)	0.79	0.79	19
2	866 (0.8)	0.88	0.88	20
3	1328 (1.2)	0.88	0.97	20.4
4	1771 (1.6)	1.06	1.06	21.75
5	2188 (2.0)	1.06	1.14	22
6	1771 (1.6)	0.98	1.06	23.2
7	1328 (1.2)	0.97	0.97	24
8	866 (0.8)	0.79	0.88	24.3
9	443 (0.4)	0.7	0.7	24.5

Tabel T3.A. Valorile minime și maxime indicate în figura T3.A.1. Temperatura la care a avut loc testul.

Rezultatele simulării pe calculator sunt prezentate în figura T3.A.2 și corespund zonei descendente a procesului de achiziție.

În figura T3.A.3. sunt prezentate în paralel valorile calculate și cele măsurate ale momentului de frecare

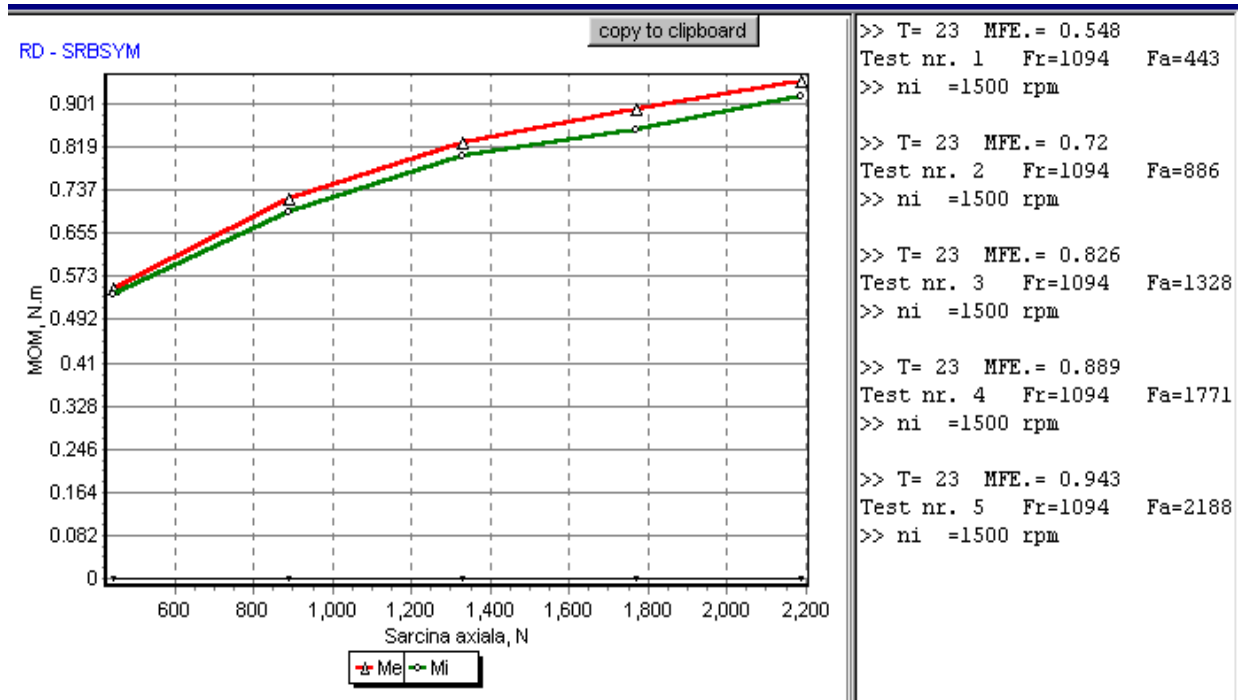


Fig.T3.A.2. Valori calculate ale momentului de frecare, parametrul variabil fiind sarcina axială

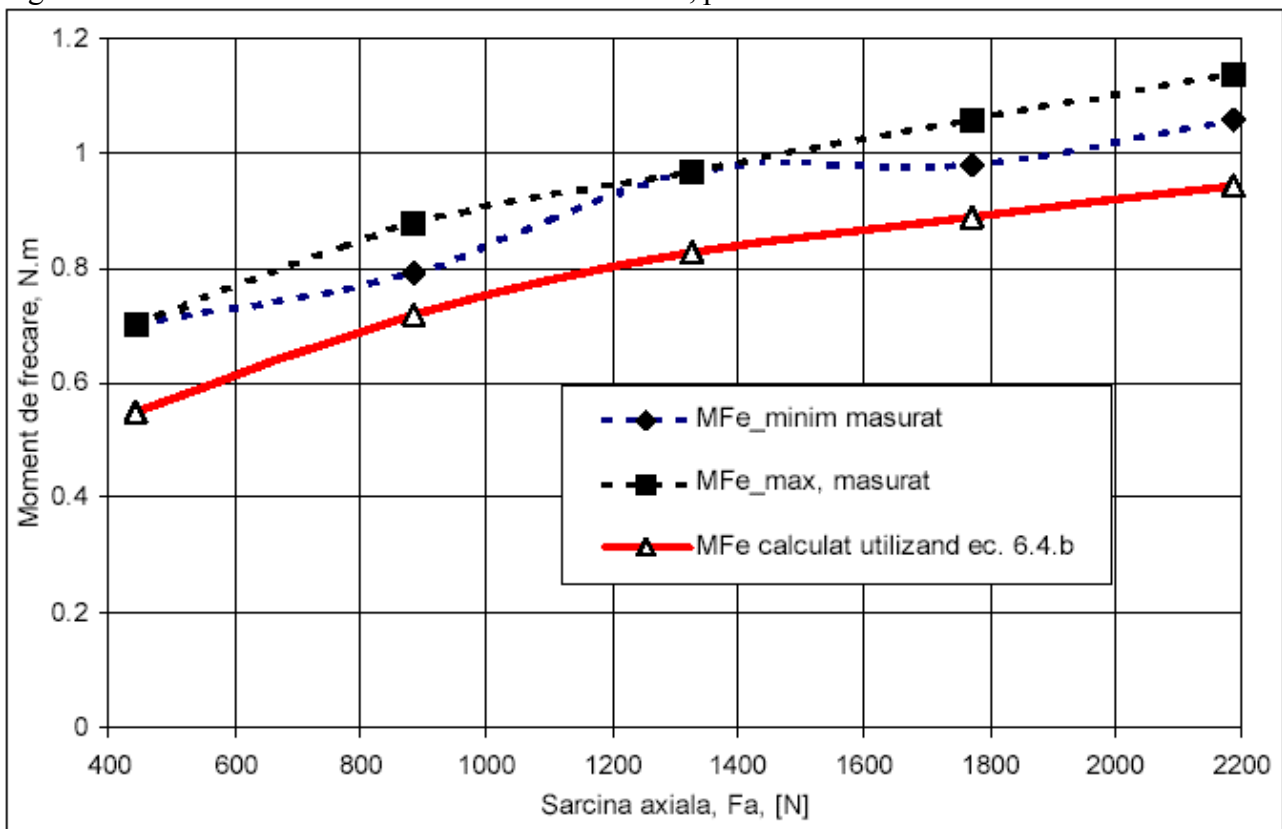


Fig. T3.A.3. Comparație între rezultatele experimentale și cele calculate corespunzătoare funcției $M_{fe}()=M_{fe}(F_a)$

6.9.2. Test T3.B.

În cadrul acestui test s-a urmărit evoluția momentului de frecare pe inelul exterior, impunându-se următoarele condiții de funcționare:

- Forță radială constantă: 1751 N;
- Turație variabilă ainelui interior în intervalul $n_i=500-1500$ rpm;
- Sarcină axială constantă $F_a=1107$ N.

Diagrama de variație a funcției $M_{fe}(t)$ înregistrată cu ajutorul lanțului de măsură utilizat este prezentată în figura T3.B1. Înregistrarea s-a efectuat pe durata a aproximativ (230×3) secunde. Valorile măsurate ale momentului de frecare M_{fe} și temperatura corespunzătoare înregistrării sunt prezentate în tabelul T3.B.

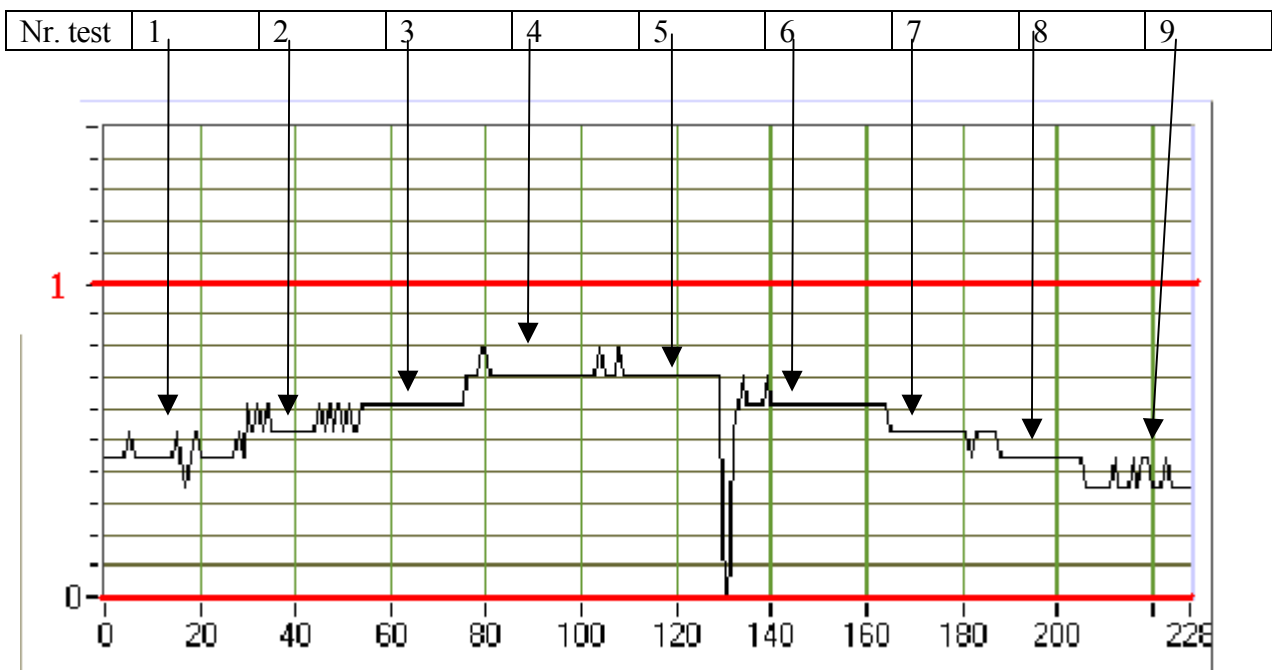


Fig. T3.B.1. Diagrama achiziționată

Nr. test	n_i , rpm	M_{Fe} min., N.m	M_{fe} max., N.m	$T^{\circ}C$
1	500	0.44	0.53	20
2	700	0.63	0.62	20
3	900	0.62	0.62	20
4	1300	0.70	0.70	21
5	1500	0.70	0.70	23
6	1300	0.62	0.62	23
7	900	0.53	0.53	23
8	700	0.44	0.44	23
9	500	0.35	0.44	23

Tabel T3.B. Valori minime și maxime înregistrate ale momentului de frecare. Temperatura la care a avut loc înregistrarea.

Rezultatele simulării pe calculator sunt evidențiate în figura T3.B.2 și corespund zonei descendentă a diagramei de achiziție. În figura T3.B.3. sunt prezentate în paralel valorile calculate și cele măsurate ale momentului de frecare

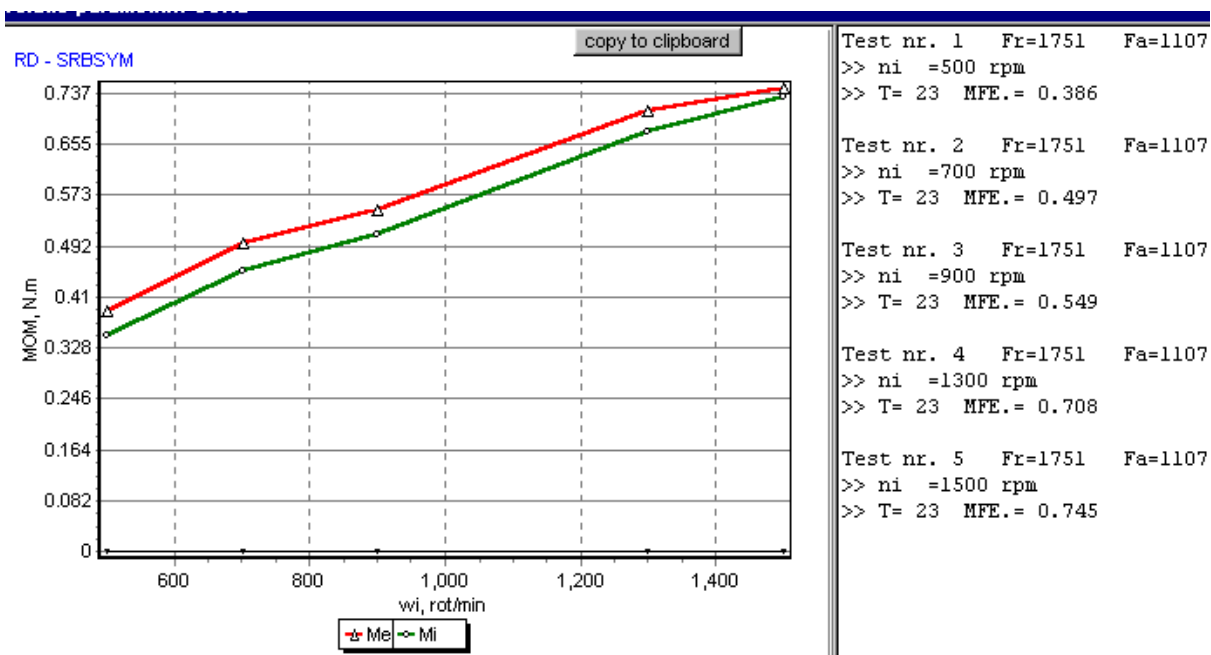


Fig. T3.B.2. Valori calculate ale momentului de frecare, parametrul variabil fiind în acest caz turațiainelului interior

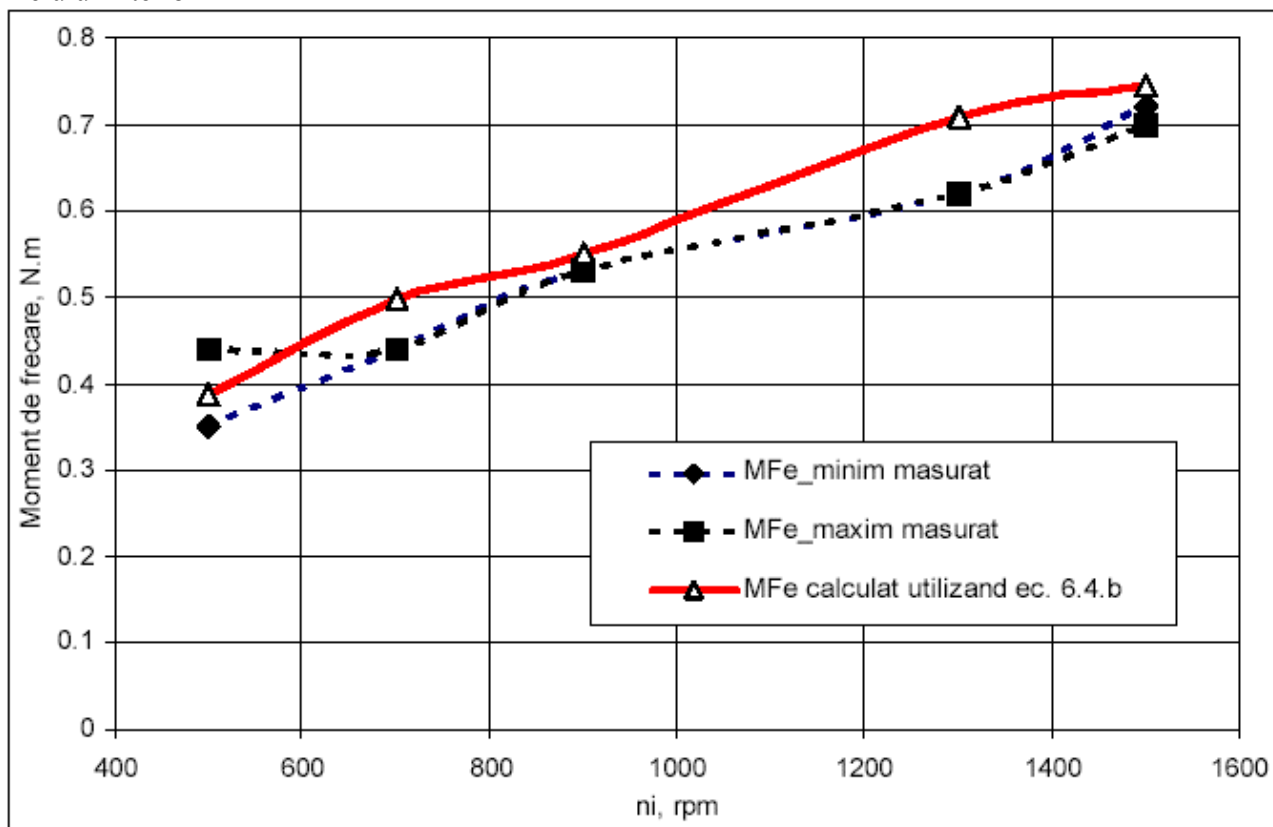


Fig. T3.B.3. Comparație între valorile măsurate și cele calculate, corespunzătoare testului T3.B

În figurile T3.B.4 și T3.B.5 sunt prezentate diagramele de evoluție ale turației roților rulmentului și ale forței de contact între roți și colivie.

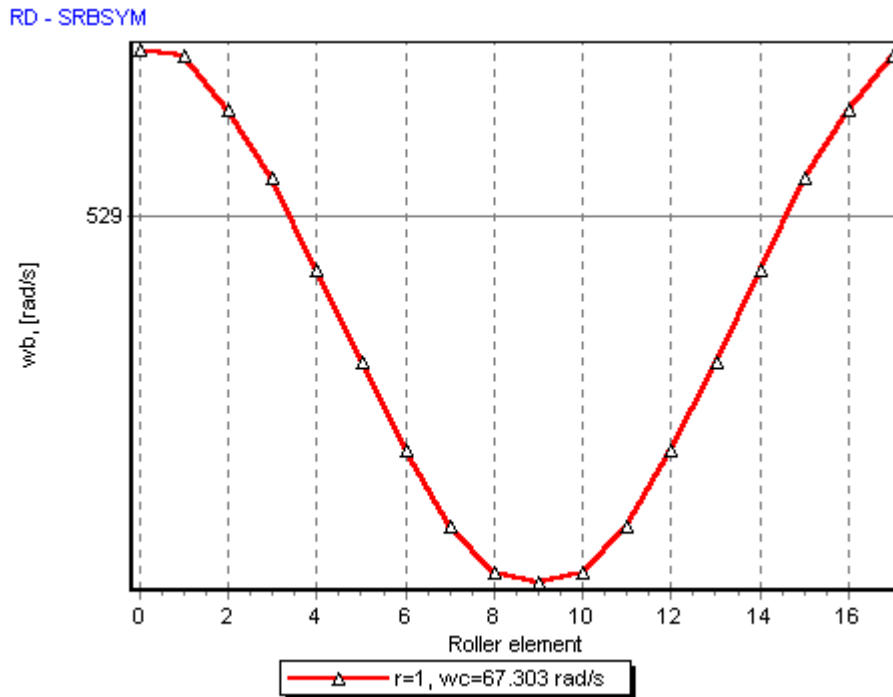


Fig. T3. B.3. Turațiile calculate ale roleurii SRB-22212C, corespunzătoare rândului $r=1$

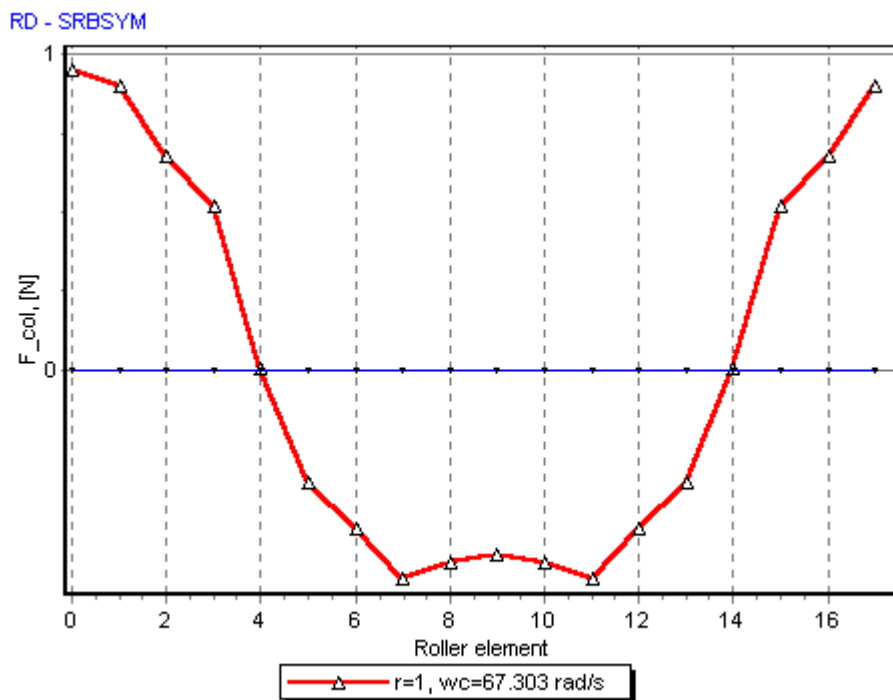


Fig. T3.B.4. Valori calculate ale forțelor de contact dintre roleurii și colivie

6.10. Variația momentului de frecare în funcție de temperatură. Test T4.

Pentru analiza evoluției momentului de frecare pe inelul exterior în funcție de temperatură, impunând următoarele condiții de funcționare:

- Forță radială: $F_r=2188$ N;
- Forță axială: $F_a=0$ N;
- Turația inelului interior $n_i=800$ rpm;
- Temperatura inițială a lubrifiantului utilizat 12°C .

Pe parcursul desfășurării testului, sistemul de achiziție a înregistrat pe parcursul a aproximativ o oră diagramele prezentate în figurile T5.1 și T5.2. Trebuie menționat că într-o diagramă, sistemul de măsurare poate stoca doar 1024 înregistrări, pentru valori mai mari de 1024, softul utilizat realizează translatarea informației înregistrate cu o unitate. În intervalul de timp considerat temperatura măsurată a lubrifiantului a evoluat de la 13°C la 31°C valoare de echilibru.

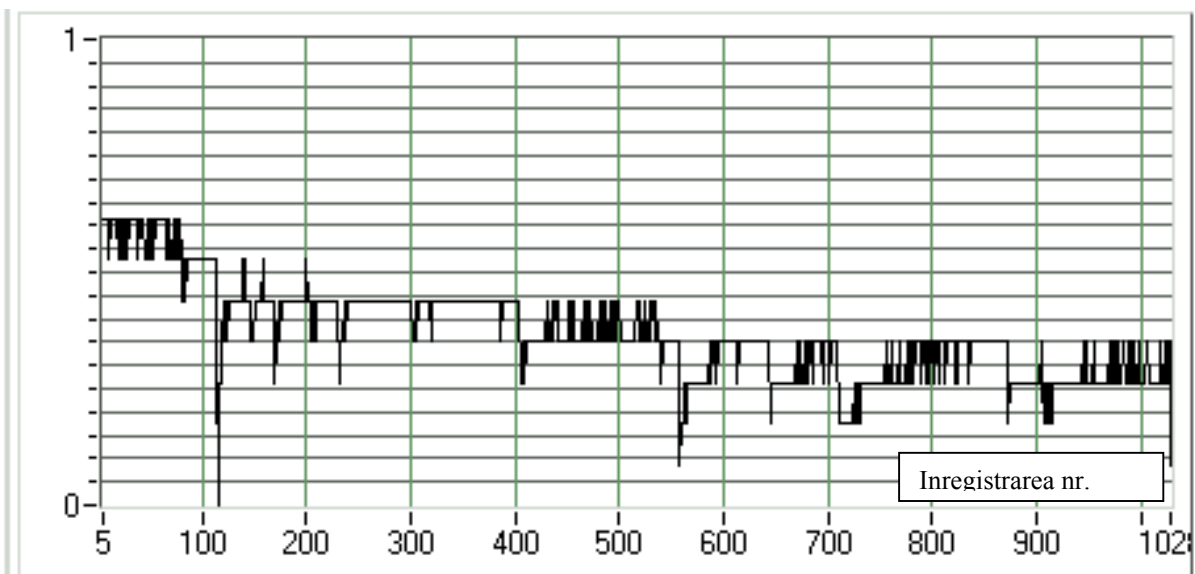


Fig. T5.1. Diagrama înregistrată în intervalul 0-30 minute

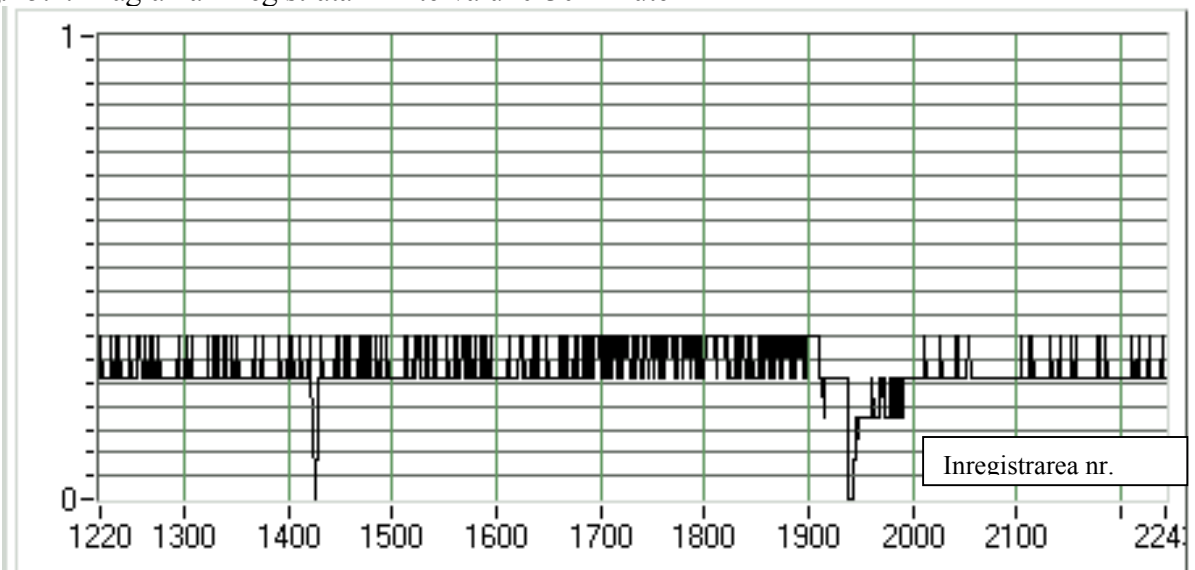


Fig. T5.2. Diagrama înregistrată în intervalul 30-60 minute

Conform figurii T5.2, valoarea achiziționată a semnalului (moment de frecare pe inelul exterior) a

rămas aproximativ constantă. Simularea pe calculator a evoluției momentului de frecare în funcție de temperatură este indicată în figura T5.3.

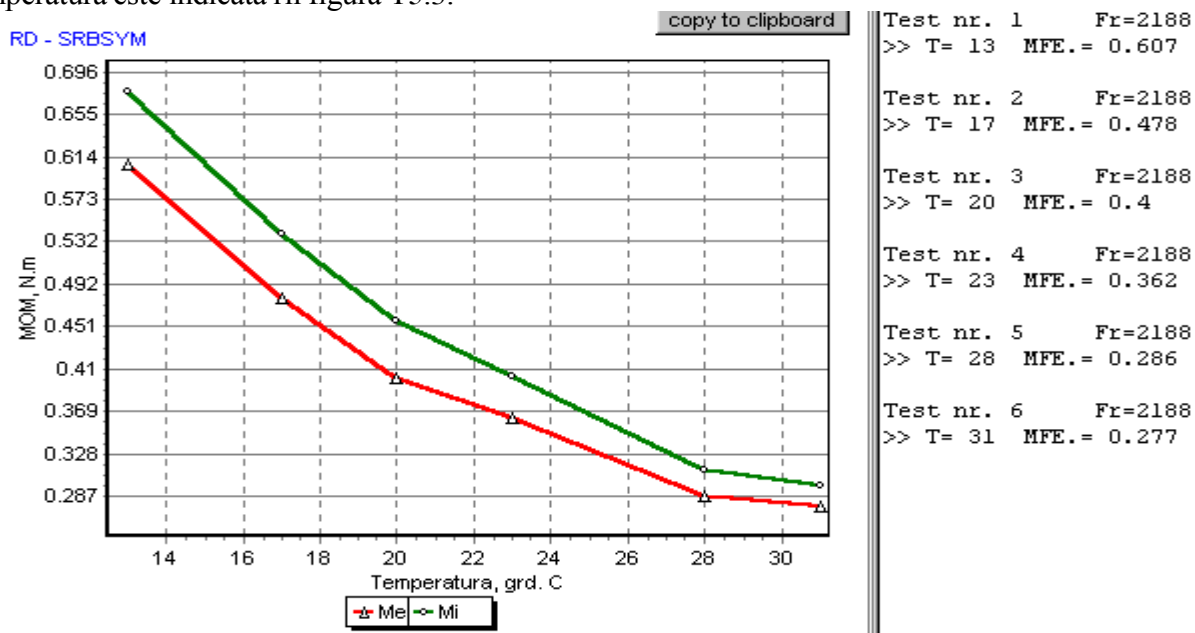


Fig.T5.3. Simulare a variației momentului de frecare pe inelul exterior în funcție de temperatură.

În tabelul T5 sunt prezentate valorile măsurate și cele calculate ale funcției $MFe = MFe(T^{\circ}C)$. Figura T5.4. corespunde valorilor indicate în tabelul T5.

Tabel T5. Valori achiziționate și valori calculate corespunzătoare funcției $MFe = MFe(T^{\circ}C)$

Nr. test	MFe min., N.m	MFe max., N.m	Moment calculat, N.m	T°C
1	0.53	0.62	0.607	13
2	0.44	0.53	0.478	17
3	0.35	0.44	0.400	20
4	0.26	0.35	0.362	23
5	0.26	0.35	0.286	28
6	0.26	0.35	0.277	31

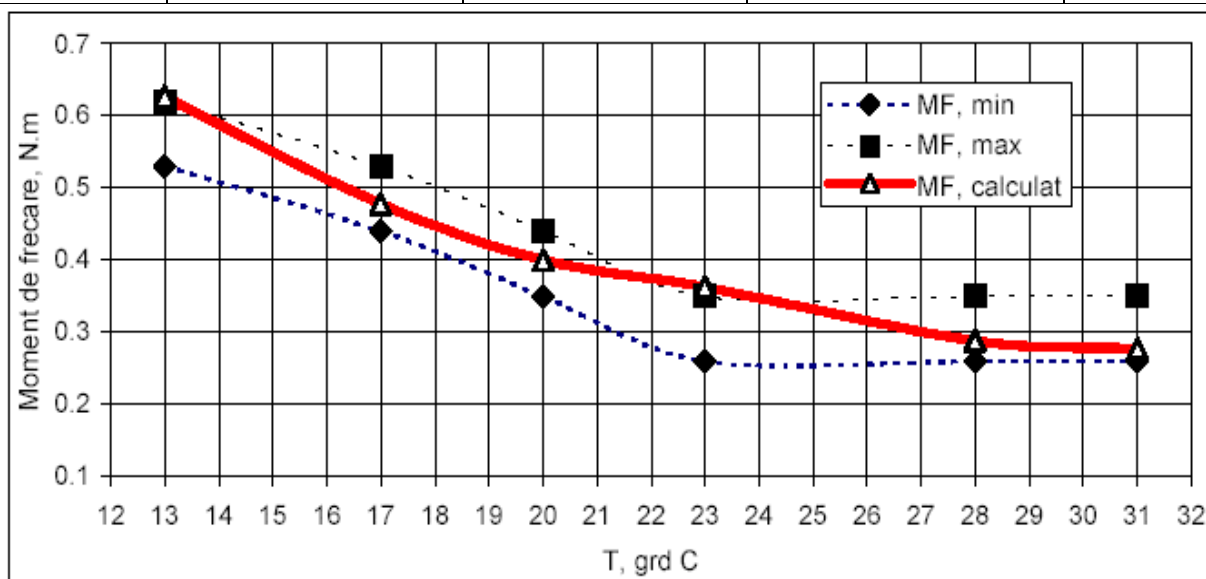


Fig.T5.4. Comparație între experiment și modelul de calcul

6.11. Calculul momentelor de frecare ale inelelor incluzând efectul momentului de rostogolire vâ scos.

În cazul considerării distribuției asimetrice de presiune existente la nivelul contactelor role – căi de rulare, ecuațiile care descriu momentele de frecare ale inelelor structurii devin.

$$M_i = \sum_r \sum_{j=1}^Z \sum_{idx=1}^2 \left[SF_{idx} \cdot \frac{di_{idx,j,r}}{2} + FR_{idx} \frac{dw_{idx,j,r}}{2} \right]_{j,r} = \sum_r \sum_{j=1}^Z \sum_{idx=1}^2 \left[SF_{idx} \cdot \frac{di_{idx,j,r}}{2} + MV_{idx} \right]_{j,r} \quad (6.16a)$$

$$M_e = \sum_r \sum_{j=1}^Z \sum_{idx=3}^4 \left[SF_{idx} \cdot \frac{de_{idx,j,r}}{2} + FR_{idx} \frac{dw_{idx,j,r}}{2} \right]_{j,r} = \sum_r \sum_{j=1}^Z \sum_{idx=3}^4 \left[SF_{idx} \cdot \frac{de_{idx,j,r}}{2} + MV_{idx} \right]_{j,r} \quad (6.16b)$$

În care

$MV_{idx} = dw/2 \cdot FR_{idx} = m_o, m_i$ (figura. 6.10)

FR_{idx} reprezintă forța rezistentă de rostogolire și este descrisă de relațiile 6.4.a sau respectiv 6.4.b.

F_o, F_i = rezultanta forțelor de tracțiune și a forțelor rezistente la nivelul contactelor role-căi de rulare

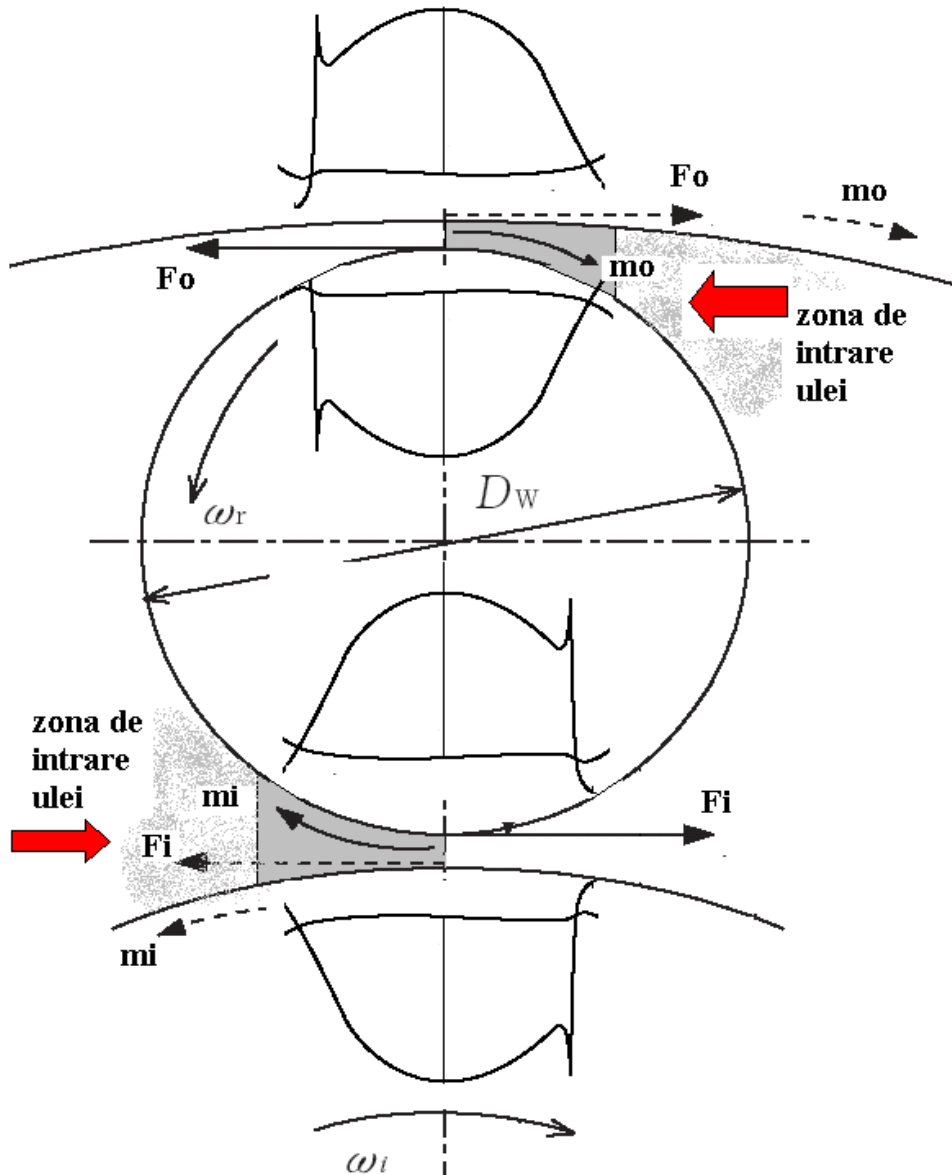


Fig.6.10. Forțe și momente de natură vâ scoasă care acționează asupra căilor de rulare

Rezultatele numerice prezentate în cadrul testelor T1...T4 au fost obținute folosind ecuațiile 6.14. Utilizarea ecuațiilor 6.16 conduce la obținerea de valori superioare celor obținute prin modelul descris de relațiile 6.14. Diferențele pentru momentul de frecare variază în cadrul testelor T1..T4 cu valori cuprinse în intervalul între 0,01-0,15 N.m. Spre exemplificare, în figurile 6.11 și 6.12 sunt prezentate diferențele obținute prin folosirea modelelor de calcul descrise de ecuațiile 6.14 și 6.16, care includ efectul ecuației 6.4.b, dezvoltată de Houpert [1985].

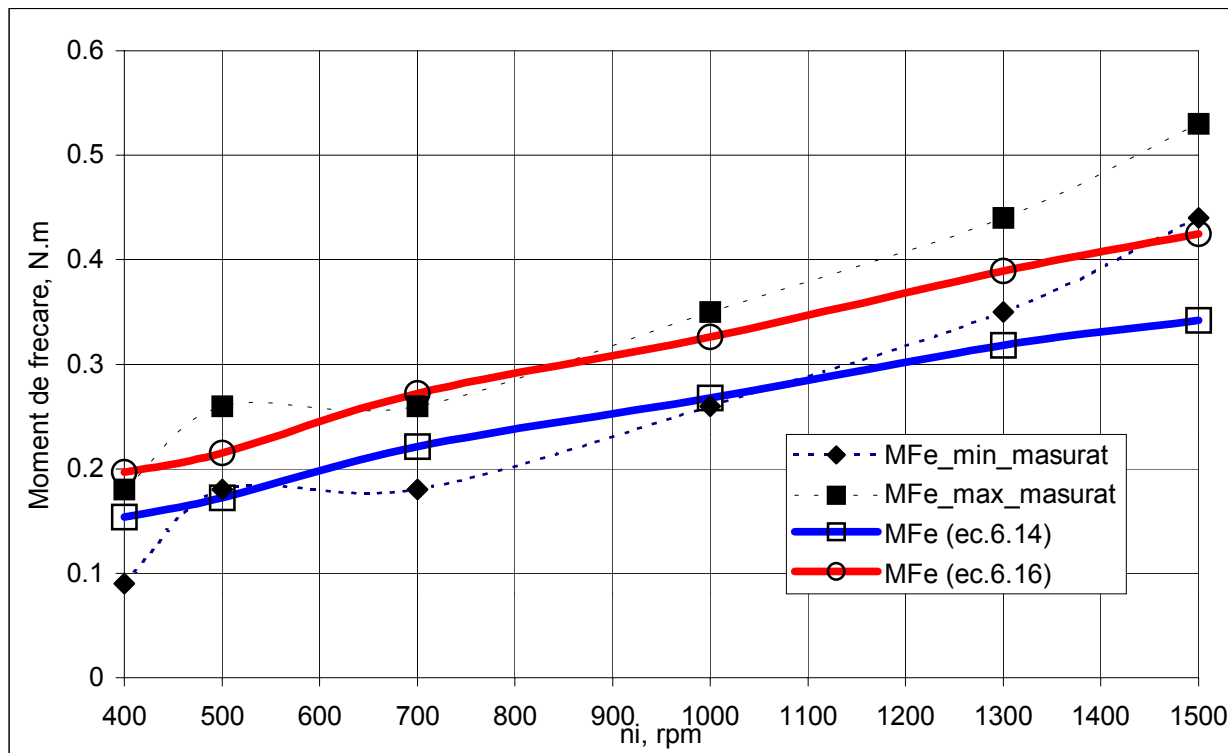


Fig. 6.11. Valori măsurate și valori calculate ale momentului de frecare pentru testul T1.A: Fr=656 N, turație variabilă

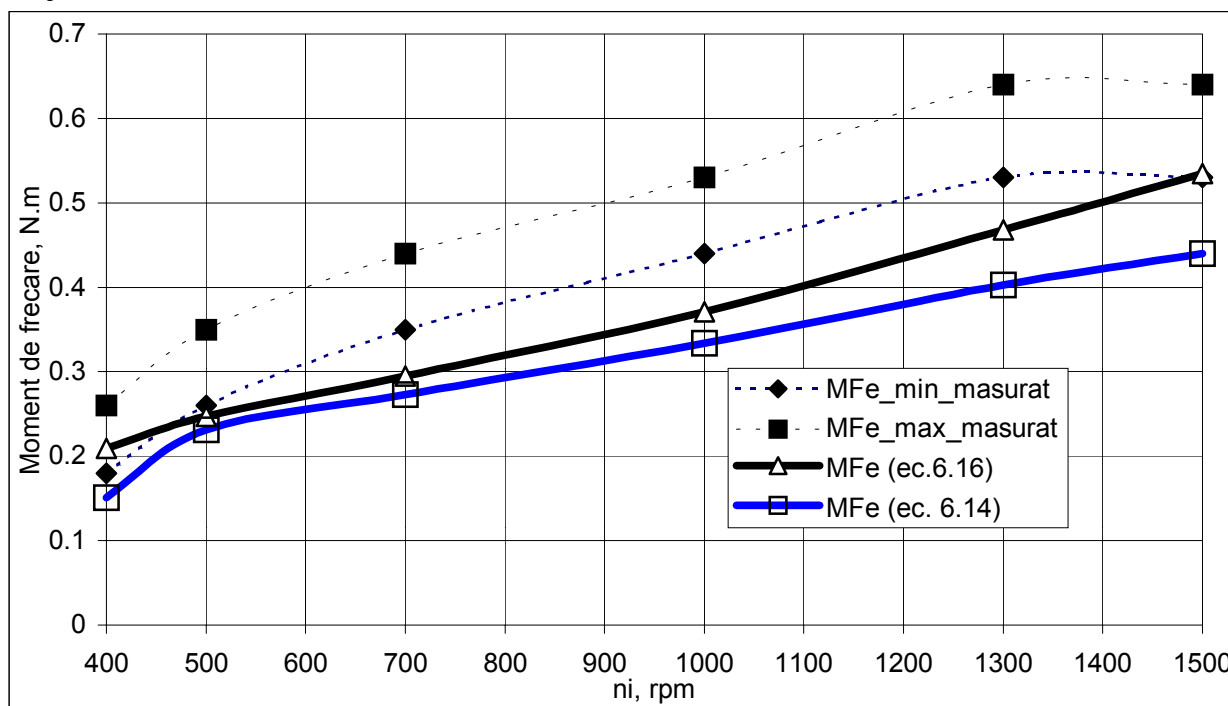


Fig. 7.7. Valori măsurate și valori calculate ale momentului de frecare pentru testul T1.D: Fr=2188 N, turație variabilă

Diferențele obținute prin utilizarea diverselor modele de calcul ale momentului de rostogolire de natură vâscoasă, prezentate în literatură, este rezultatul diferitelor valori utilizate pentru exponenții parametrilor adimensionali. Valorile acestor parametri sunt prezentate în tabelul următor:

Autor model de calcul	Exponentul parametrului adimensional		
	W	U	G
Houpert, L, 1985	0.47	0.66	0.022
Hamrock, 1986	-1.547	0.589	-0.421
Nelias D, 1999	-0.8673	0.656	0.022
Matsuyama, 2001	0.08	0.75	-0.04

6.12. Concluzii

A fost elaborat și validat experimental un model de calcul al parametrilor cvasi-dinamici specifici unei structuri SRB. Analizele numerice și cercetările experimentale desfășurate conduc la următoarele concluzii:

1. Temperatura de intrare a lubrifiantului în zona contactelor influențează semnificativ rezultatele impunând cunoașterea cu suficientă precizie
2. Includerea în algoritmul de calcul și a momentului de rostogolire de natură vâscoasă crește precizia rezultatelor furnizate de modelarea numerică.
3. Evoluția momentului de frecare total pe role și pe colivie (figurile 6.8 și 6.9) arată că stabilirea soluțiilor inițiale pentru algoritmul Runge-Kutta este greu de realizat. Implementarea unui cod de calculator pentru analiza parametrilor cvasi-dinamici, impune utilizarea metodei înjumătățirii intervalului pentru a evita eventualele cazuri de neconvergență.
4. Metoda de calcul dezvoltată permite determinarea momentului de frecare, a puterii consumate prin frecare și a turațiilor de echilibru ale roților și coliviilor unei structuri SRB.
5. Având un caracter parametrizat algoritmul este util pentru analize de caz și respectiv optimizări dimensionale sau funcționale.

O parte din rezultatele obținute sunt prezentate în raportul de dezvoltare a programului BB20 „Logiciel BB20. Convention de stage INSA de Lyon – SNECMA Moteur France” realizat în 2002 de Rezmires D., și Nelias D.

Metoda de calcul prezentată în cadrul capitolului 6 constituie subiectul unei lucrări intitulată „Analysis of Ball Bearings with 2, 3 or 4 contact points”, transmisă spre publicare în 2003, fiind realizată de Rezmires D, Nelias D, și Crețu Sp.

CAPITOLUL 7.

Stand și metodă de măsurare a momentului de
frecare pe inelul exterior al rulmentului.

7. Parametri constructivi ai standului de testare

Validarea experimentală a modelului de calcul al structurilor SRB a fost realizat utilizând un stand conceput în cadrul catedrei de Organe de Mașini din Iași, (Crețu Sp, Bodi Gh, Farcaș FL [1986]).

Construcția actuală a standului permite măsurarea următorilor parametri:

- momentul de frecare pe calea de rulare exterioară (prin utilizarea unui sistem de achiziție de date format din tijă + set de mărci tensometrice + program Lab View);
- temperatura medie a lubrifiantului din incinta rulmentului de testat. Traductorul utilizat este un termistor, pentru care a fost determinată o curbă de etalonare.

7.1. Elementele de acționare și control ale standului

Principale componente ale standului sunt :

- sistemul de acționare electrică;
- sistemul de încărcare cu sarcina de lucru (axială și / sau radială) ;
- sistemul de măsurare a momentului de frecare la nivelul inelului exterior al rulmentului.

7.1.1. Sistemul de acționare electrică

Antrenarea în mișcare de rotație a inelului interior se face prin intermediul unui motor asincron trifazat cu rotorul în scurt circuit, comandat de către un variator de turație de tip Electra ELVAR 3.0.care permite variația frecvenței de alimentare a motorului de antrenare în gama 1-100 Hz. Sistemul de comandă al frecvenței de excitație a motorului permite creșterea turației arborelui motorului comandat de la valoarea 0 Hz, la valoarea introdusă de la tastatură în intervalul de timp 1...100 s. Turația este afișată pe un display încorporat.

7.1.2. Sistemul de încărcare cu sarcina de lucru

Realizarea încărcării radiale și axiale a structurii SRB se realizează prin combinarea funcțiilor a două sisteme mecanice. Pentru ca sistemul de încărcare să nu perturbe sistemul de măsurare al momentului de frecare, între sistemul de încărcare cu sarcină și cel de poziționare al rulmentului de testat sunt interpus lagăre hidrostactice.

Caracteristicile funcționale ale acestor lagăre permit:

- transferarea sarcinii de lucru;
- rotirea inelului exterior al rulmentului.

Uleiul necesar funcționării lagărelor hidrostactice este adus în zona de lucru prin intermediul unei pompe cu roți dințate și a două distribuitoare. Atât pe direcție radială cât și axială sistemul de încărcare este mecanic și folosește elemente elastice (arcuri).

În figura 7.1. sunt prezentate principalele elemente componente ale dispozitivului de încărcare.

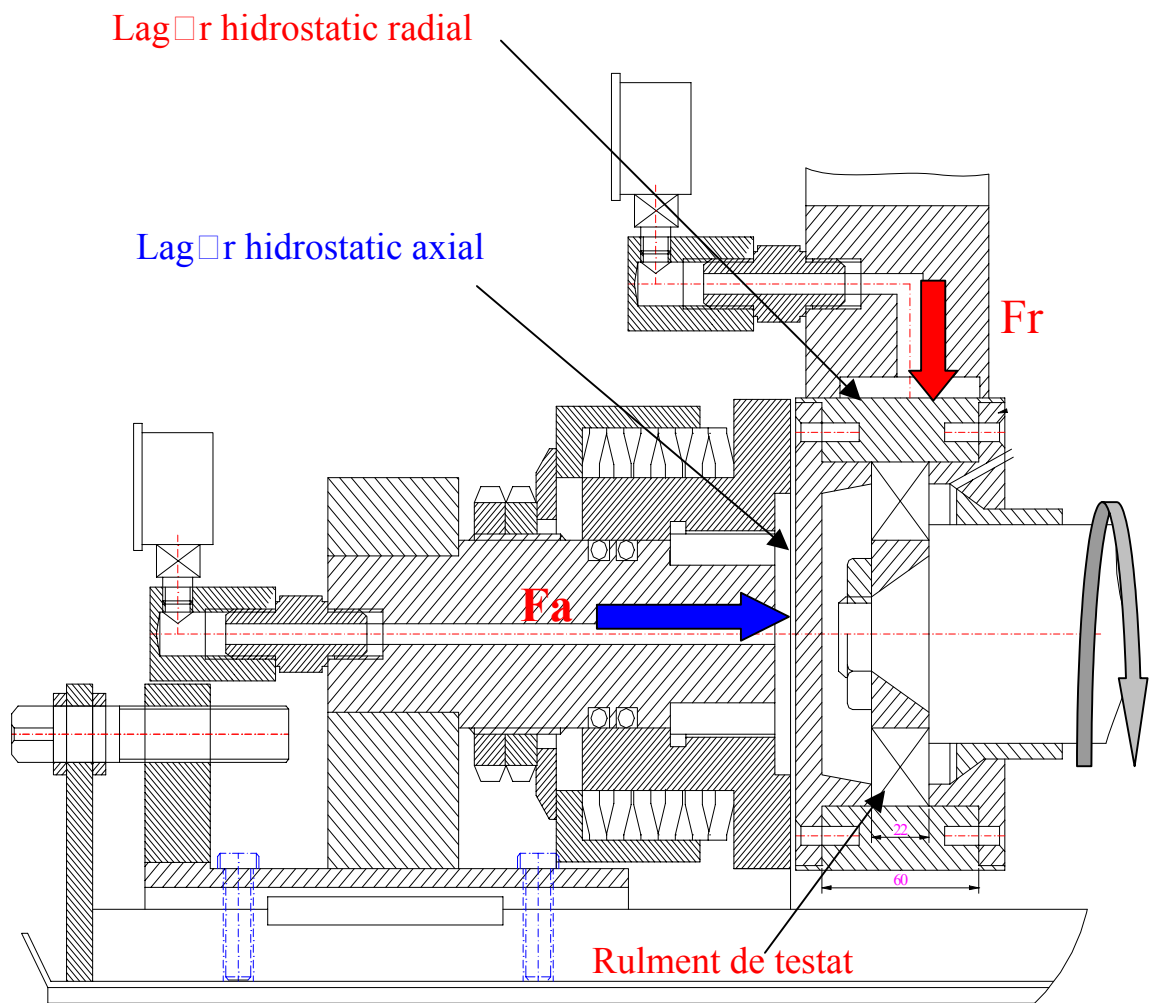


Fig.7.1. Schema de încărcare și aplicare a sarcinii de lucru

Sarcinile axială și radială aplicate rulmentului de testat sunt transmise prin intermediul arborelui unui set de rulmenți de reazem.

7.2. Elemente componente ale lanțului de măsură

Datele furnizate de către traductorii montați în cadrul lanțului de măsură permit măsurarea momentului de frecare la nivelul inelului exterior. Lanțul de măsură este compus din:

- traductori:
 - de deformăție (mărci tensometrice montate pe lamelă elastică);
 - de temperatură, (termistor);
- placă de achiziție de date interfațată cu o punte de achiziție;
- soft de prelucrare (programul Lab-View 5.0 al firmei National Instruments).

Determinarea momentului de frecare pe inelul exterior s-a realizat folosind schema prezentată în figura 7.2.

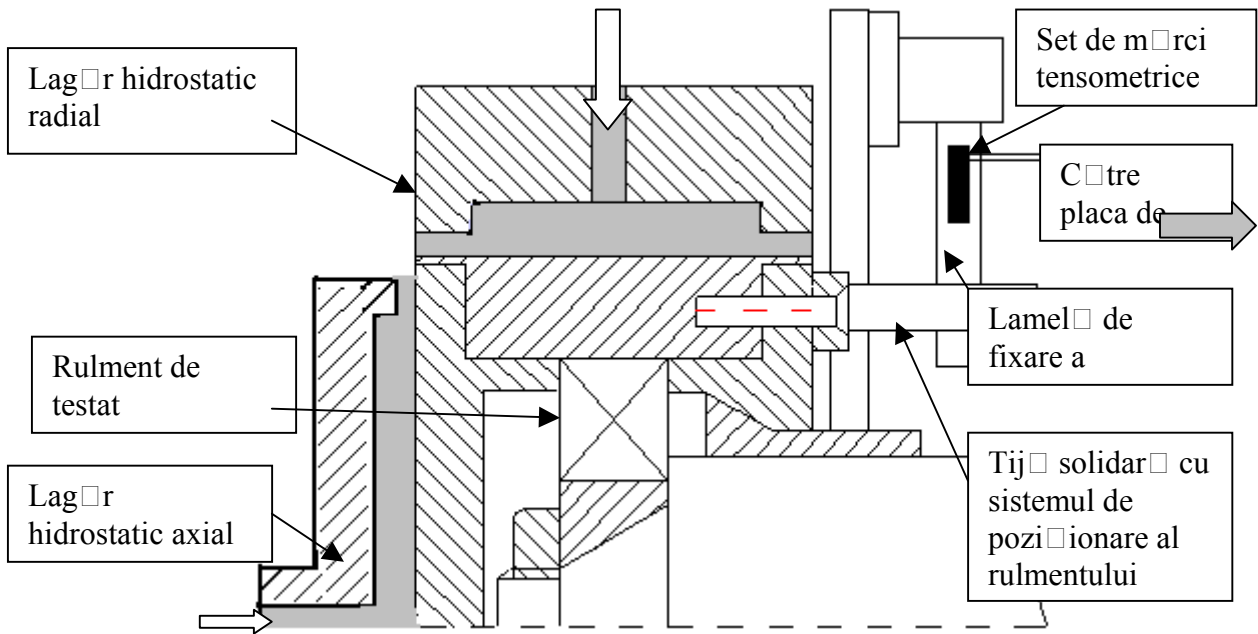


Fig.7.2. Sistemul de transmitere a momentului de frecare către placa de achiziție

7.3. Calibrarea traductorilor utilizați

7.3.1. Etalonarea sistemului de măsurare a momentului de frecare

Pentru etalonarea lanțului de măsurare a momentului de frecare a fost stabilită scară de conversie pentru semnalul oferit de ansamblul de mărci tensometrice. Semnalul transmis de mărcile tensometrice este transformat în unități „N.m” folosind modulul de calcul indicat în figura 7.3. Curba de etalonare rezultată este indicată în figura 7.4 rezultând o rezoluție de 0.08 N.m.

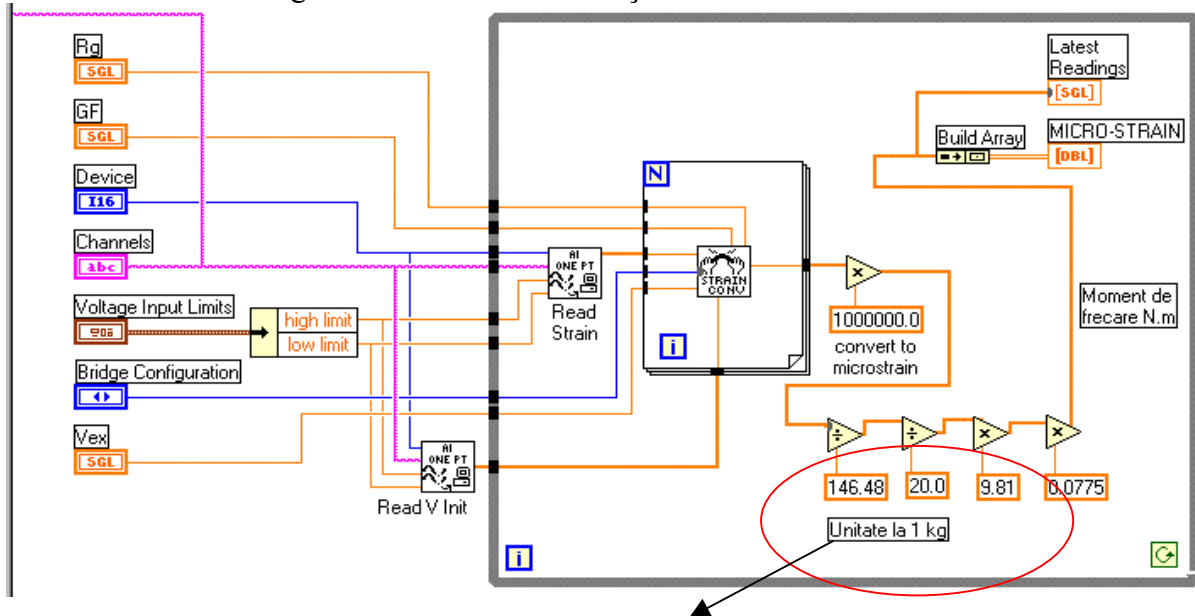


Fig.7.3. Unitate de conversie din semnal 'microstrain' în moment de frecare

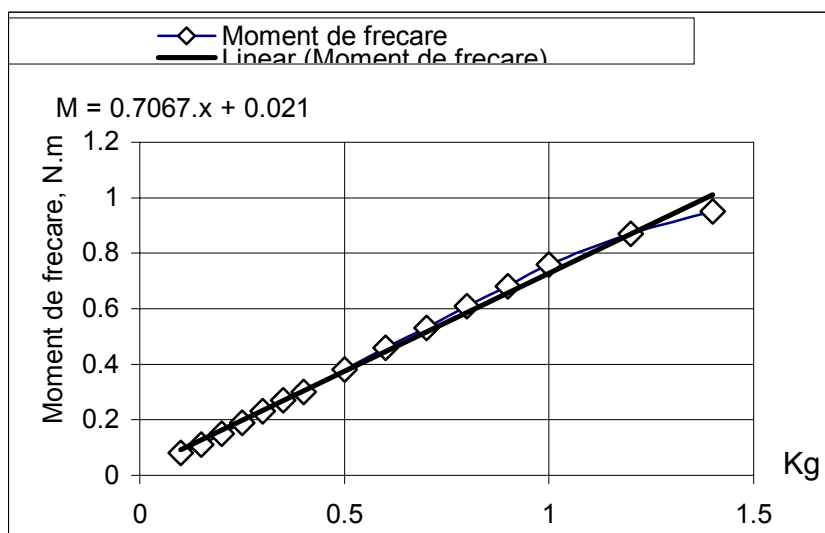


Fig.7.4. Funcția de etalonare pentru ansamblul tijă –set de mărci tensometrice

7.3.2. Etalonarea traductorului de temperatură

Pentru măsurarea temperaturii lubrifianului aflat în incinta rulmentului s-a folosit un termistor a cărui rezistență exprimată în funcție de temperatură variază după curba indicată în figura 7.5. Trasarea acestei curbe s-a realizat experimental.

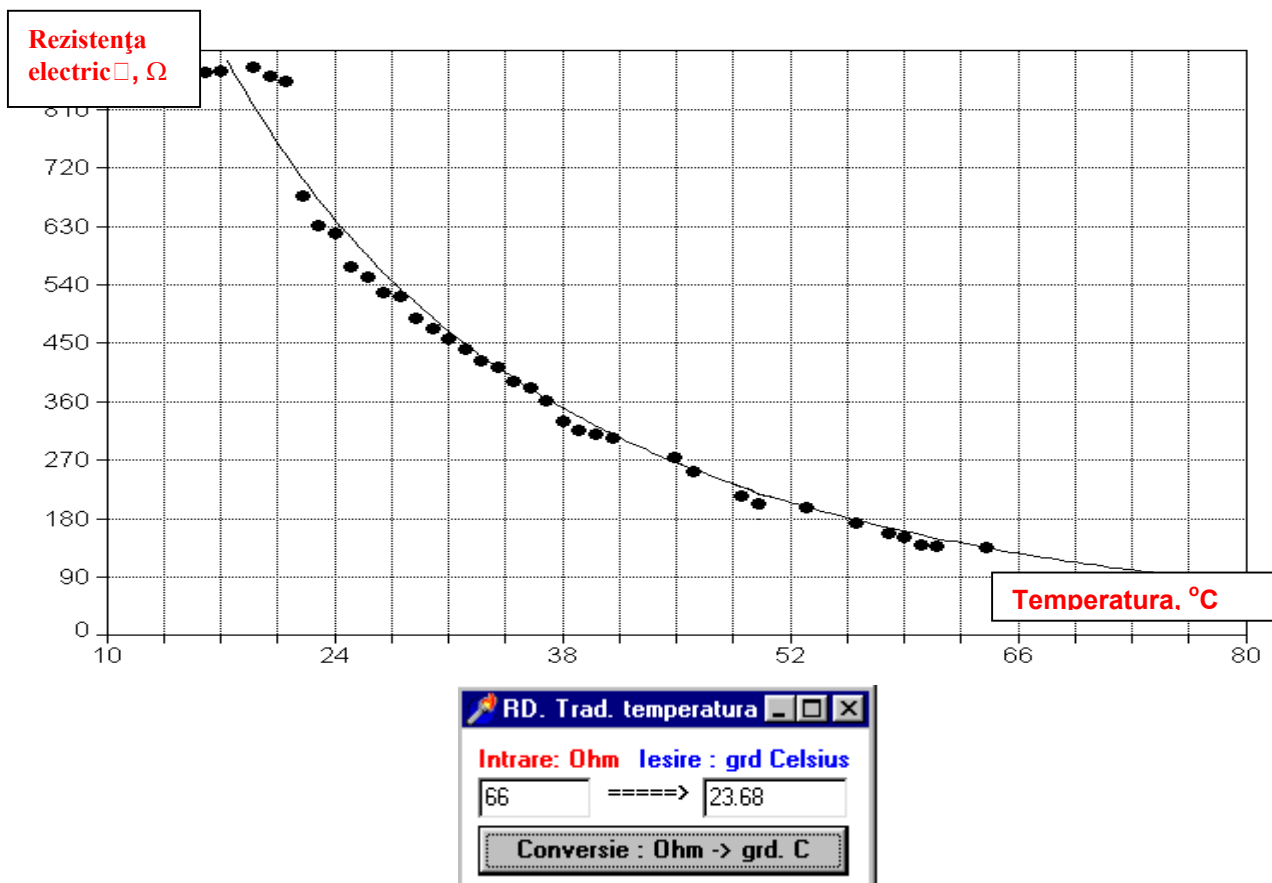


Fig. 7.5. Variația rezistenței electrice a traductorului în funcție de temperatură

7.3.3. Relația presiune – sarcină axială

Lagărul hidrostatic axial prin care se face transmiterea sarcinii axiale este alimentat de la o pompă cu roți dințate. Variația sarcinii axiale exprimată în funcție de presiunea indicată de AMC (manometru) este evident liniară, figura 7.6 (Stanciu S, Dumbravă M, Mazilu I, [1985]).

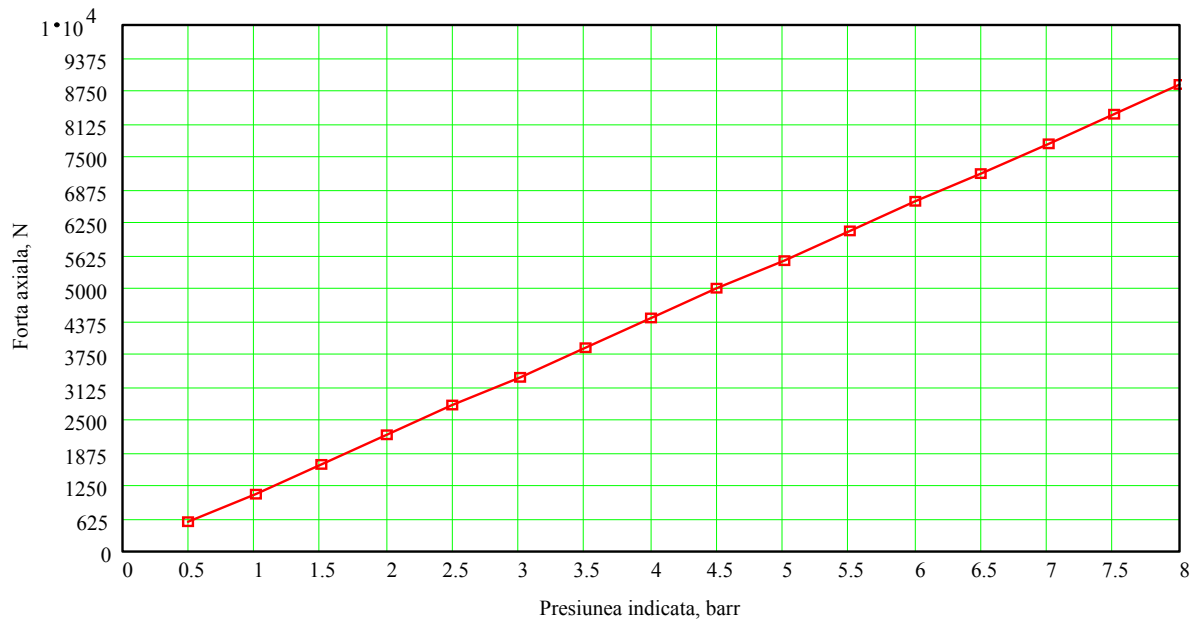


Fig.7.6. Variația sarcinii axiale în funcție de presiunea indicată de manometru

7.3.4. Relația presiune – sarcină radială

Relația presiune – forță radială este de asemenea liniară, figura 7.7.

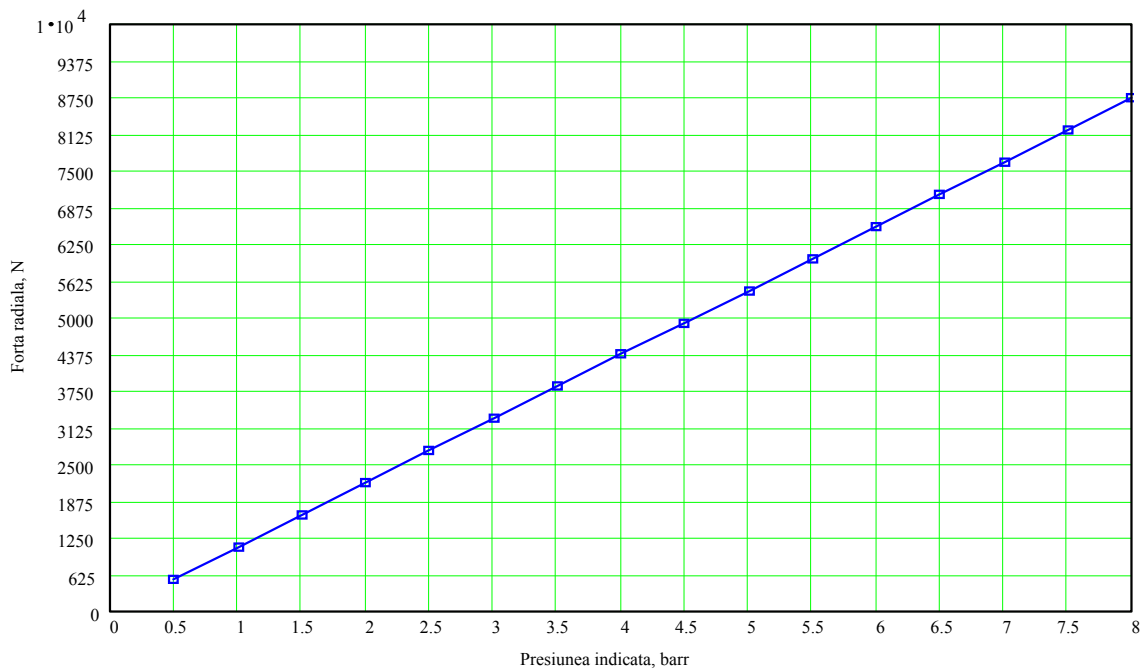


Fig. 7.7. Variația sarcinii radiale în funcție de presiunea indicată de manometru

CAPITOLUL 8.

Sinteza principalelor rezultate obținute.
Concluzii generale.

8.1. Sinteza rezultatelor.

Studiul de sinteză privind nivelul actual al cercetărilor în domeniul analizei cinematice și dinamice a rulmenților oscilanți cu role butoi a evidențiat necesitatea reanalizării atente a modelelor de calcul existente pentru studiul lagarelor cu rostogolire, rezultând obiectivele tezei:

- Definirea pe structura rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri a unei clase de funcții din care prin derivare să poată fi descris, din punct de vedere geometric și funcțional orice tip de lagăr cu rostogolire.
- Realizarea unui model de calcul general, parametrizat, capabil a fi utilizat în optimizării geometrice și funcționale ale rulmenților și respectiv ale sistemelor de rulmenți

Pentru atingerea obiectivelor activitatea depusă în cadrul tezei a fost axată pe următoarele direcții de cercetare:

1. Definirea unei clase de funcții destinată descrierii unitare a geometriei rulmenților.
2. Definirea parametrilor cinematici ai rulmenților cu role sau cu bile care conțin două sau mai multe contacte principale
3. Stabilirea unei metode de analiză cvasi-statică a contactelor punctuale și punctuale modificate.
4. Stabilirea unei metode de calcul pentru determinarea parametrilor cvasi-statici ai rulmenților și ai sistemelor de rulmenți.
5. Definirea parametrilor care stabilesc comportarea lubrifianțului la nivelul tribocontactelor din rulmenți.
6. Stabilirea unui algoritm de calcul pentru analiza cvasi-dinamică a rulmenților.
7. Validarea algoritmului dezvoltat

Pe parcursul capitolelor 2, 3, 4, 5 și 6 s-a urmărit realizarea unui model de calcul general al parametrilor cvasi-statici și cvasi-dinamici definit pe structura rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri. Pentru descrierea proceselor tribologice de la nivelul tribocontactelor dintr-un rulment s-a optat pentru o metodă de analiză de tip „Programare Orientată pe Obiecte” (OOP). Prin exploatarea facilităților oferite de acest tip de analiză s-a ajuns la concluzia că există posibilitatea de a realiza o clasă de funcții de bază care să permită descrierea geometriei și a parametrilor funcționali a oricărui tip de rulment.

8.1.1. Rezultate privind modelarea geometriei rulmenților oscilanți cu role butoi

- Clasa de funcții primitivă este descrisă „mecanic” de obiectul rolă butoi simetrică. Modelarea parametrizată a geometriei unei role SRB a permis transformarea geometriei unei role butoi simetrice în următoarele tipuri de corpuri de rostogolire: rolă butoi asimetrică, rolă conică, rolă cilindrică și bilă.
- Extinderea abstractizării clasei de funcții „rolă SRB” a permis descrierea elementelor geometrice componente ale diverselor tipuri de rulmenți (numiți și structuri derivate).
- Concatenarea proprietăților structurilor de tip SRB-4PCBB-13 și SRB-4PCBB-24, derivate din clasa de funcții SRB-SRB, permite descrierea rulmenților având corpurile de rostogolire (role sau bile) dispuse pe două sau mai multe rânduri. Câteva exemple de structuri derivate sunt prezentate în figura 2.9.

- Pentru asigurarea generalității clasei de funcții dezvoltate s-a stabilit o modalitate de descriere simultană a proprietăților necesare descrierii structurilor cu mai mult de două contacte principale. În acest sens se amintesc structurile tip SRB-4PCBB și structurile SRB-DBB (prezentate în anexa 5)
- Un parametru important, utilizat pentru descrierea funcțională a rulmenților este „jocul în rulment”. Analiza matematică a modalității de repartiție a „jocului local” între role și căile de rulare arată că ipoteza larg acceptată de distribuire uniformă a jocului nivelul contactelor, nu reprezintă cea mai bună soluție. A fost stabilită o nouă modalitate de abordare a repartiției jocului.

8.1.2. Rezultate privind modelarea cinematicii rulmenților

- Deoarece ipoteza ghidării rolei pe una din căile de rulare nu asigură un grad ridicat de generalitate și nici continuitatea transferului ghidării între căile de rulare a fost necesară adoptarea unei alte ipoteze de lucru. S-a dezvoltat un model de calcul pentru determinarea unghiului vitezei unghiulare al unei role (bile), exprimat în raport cu vectorul viteză unghiulară al inelului interior. Condiția utilizată pentru rezolvarea acestei probleme a fost „minimizarea puterii consumate prin frecare” (ec. 3.12.), de la nivelul contactelor rolă (bilă) - căi de rulare.
- Rezultatele numerice obținute pentru determinarea unghiului vectorului viteză unghiulară a bilei (rolei) sunt similare cu cele obținute experimental de Nelias D în 1988. Pentru determinarea vitezelor de rostogolire $câ t$ și a vitezelor de alunecare de la nivelul interfețelor role - căi de rulare au fost dezvoltate relații care includ atât influența geometriei căilor de rulare și a parametrilor cvasi-statici $câ t$ și influența unghiului vectorului viteză unghiulară al rolei (ec. 3.9c și 3.9d).

8.1.3. Rezultate privind modelarea parametrilor cvasi-statici

- Pentru analiza parametrilor cvasi-statici au fost considerate sisteme cu 5 grade de libertate și respectiv cu 9 grade de libertate. În acest scop au fost dezvoltate relațiile necesare pentru matricele de rigiditate a unui sistem de rulmenți în 9 DOF (grade de libertate) $câ t$ și a unui rulment în 5 DOF. Pentru obținerea componentelor matricei de rigiditate s-a impus determinarea deplasării centrului de masă al corpului de rostogolire. În acest scop componentele deplasării au fost determinate prin rezolvarea ecuațiilor de echilibru ale corpului de rostogolire pentru toate tipurile de contacte (punctuale, punctual modificate) care pot apare simultan la nivelul interfețelor rolă-căi de rulare.
- A fost evidențiată posibilitatea obținerii simultane de contacte punctuale și de contacte punctual modificate pentru orice tip de rulment cu role $câ t$ și cu bile. Pornind de la această observație a fost dezvoltată o metodă de calcul pentru analiza contactelor de tip neherztian (incluzând cazul rulmenților cu bile).
- Relațiile matematice dezvoltate permit scrierea matricei de rigiditate a unei role prin derivarea ecuațiilor de echilibru ale rolelor în raport cu vectorii deplasare ai rolelor și căilor de rulare.
- În raport cu alte metode utilizate, funcțiile de interpolare dezvoltate pentru analiza trecerii de contacte punctuale herztiane la contacte neherztiane, asigură continuitatea trecerii de la contacte punctuale la contactele de tip punctual modificate, verificând integral contactul punctual.

- Metoda de modelare dezvoltată, asigură tratarea unitară a parametrilor cvasi-dinamici ai oricărui tip de rulment, fără a se dezvolta modele de calcul specifice rulmenților cu role și respectiv cu bile. Combinarea elementelor prezentate în capitolele 2, 3 și 4 și anexele 2 și 5, permite descrierea unitară a parametrilor cvasi-dinamici ai structurilor SRB, pentru cele trei cazuri de rigiditate descrise de parametrii IRR, ORR și IOE (figurile. 4.12...4.14).

8.1.4. Rezultate privind modelarea parametrilor lubrifiantilor utilizați în structurile SRB

- Determinarea parametrilor cvasi-dinamici ai structurilor SRB a implicat definirea comportării lubrifiantului în funcție de temperatură și presiune. Pornind de la valorile cunoscute ale vâscozității la două temperaturi s-au dezvoltat relații originale de calcul a coeficienților care intervin în relația vâscozitate – temperatură. Se evită astfel utilizarea coeficienților A1, A2, B1, B2, C1, C2 din modelul WLF modificat de Yatsutomi.
- Aplicarea modelului de calcul dezvoltat pe parcursul capitolelor 2-6 a permis o primă validare prin verificare cu datele numerice și experimentale obținute în literatura de specialitate.

8.1.5. Rezultate privind modelarea parametrilor cvasi-dinamici ai structurilor SRB

- A fost dezvoltat un model de analiză a parametrilor cvasi-dinamici care consideră interacțiunile între corpurile de rostogolire și colivie, fără a apela la metoda de integrare numerică. Modelul de calcul ia în considerare fenomenele de „drag” și de ghidare a coliviei pe căile de rulare.
- Rezultatele experimentale obținute și prezentate în finalul capitolului sunt destinate „validării experimentale” a modelului de calcul propus. Teoria și experimentul prezintă o bună concordanță; trebuie totuși remarcat că utilizarea unor relații diferite de calcul pentru aprecierea momentului de rostogolire de natură vâscoasă, conduce la obținerea de rezultate diferite. Cea mai bună concordanță s-a obținut considerând efectul distribuției asimetrice de presiune asupra căilor de rulare.
- Metoda de calcul prezentată pe parcursul capitolelor 2-6 s-a concretizat în principal prin realizarea a două programe de calcul destinate analizei structurilor SRB-SRB și SRB-4PCBB.

Programul SRB-SYM este destinat în principal analizei rulmenților de tip oscilanți cu role butoi de tip C și a fost validat experimental pe parcursul capitolului 6. Totodată au fost dezvoltate o serie de module de calcul independente, cum sunt :

- modul de calcul unitar destinat analizei distribuției de presiune pe domeniul de contact, pentru contactele hertziene contactelor nehartziene ;
- modul de calcul pentru analiza parametrilor cvasi-statici ai sistemelor de rulmenți;
- modulul de calcul destinat analizei parametrilor cvasi-dinamici ai rulmenților cu cale de rulare secționată, program numit BB20.
- modulul de calcul destinat analizei stării de tensiuni în cazul contactelor liniare reale.

Algoritmul dezvoltat a fost validat teoretic prin comparații cu date prezentate în literatura de specialitate și cu programe similare de calcul destinate analizei următoarelor tipuri de rulmenți:

- rulmenți oscilanți cu role butoi, (program dezvoltat de Stirbu în 1998).
- rulmenți cu bile cu două puncte de contact (program BB10 dezvoltat de Nelias D. la INSA de Lyon France);
- rulmenți cu bile cu cale de rulare secționată (program RBL4 –dezvoltat de Legrand în 1997), și programul dezvoltat de Hamrock în 1973 și 1975.

Algoritmul a fost validat experimental prin măsurători proprii ale momentului de frecare pe inelul

exterior și prin comparații cu datele experimentale prezentate în literatura de specialitate.

8.2. Elemente de noutate aduse în cadrul tezei

Pentru îndeplinirea obiectivelor propuse în cadrul tezei au fost dezvoltate unele modele și relații de calcul originale.

În capitolul 2., denumit „Contribuții privind modelarea geometriei rulmenților radial oscilanți cu role butoi” au fost introduse următoarele modele de analiză originale:

1. Model de analiză unitară a geometriei rulmenților;
2. Metodă numerică de stabilire a soluției inițiale a rotirii libere a rolei în locașul coliviei.
3. Metodă de calcul a repartiției jocului dintr-un rulment la nivelul contactelor rolă cale de rulare.

Modelele introduse în capitolul 2 au următoarele proprietăți:

- Definesc rulmentul radial oscilant cu role butoi pe două rânduri ca fiind clasă principală de funcții din care, prin derivare OOP, se poate descrie geometria oricărui alt tip de rulment.
- Definesc clasei de obiecte „rola SRB” și stabilesc metodele de derivare de proprietăți rezultând role simetrice și role asimetrice.
- Definesc metodele (funcțiilor OOP) care realizează legătura între diferite tipuri de structuri SRB.
- Definesc modalitățile de obținere a diverselor tipuri de rulmenți folosind metoda concatenării proprietăților unor structuri simple derivate din clasa SRB-SRB (rulment radial oscilant cu role butoi).
- Stabilesc relația de calcul a valorii maxime a rotirii rolei în locașul coliviei în funcție de geometria acesteia.
- Corectează relația de calcul a repartiției jocului în rulmenții cu bile prezentată de Harris [1991]
- Stabilesc elementele necesare pentru calculul repartiției jocului în rulmenții cu cale de rulare secționată considerând „jocul efectiv măsurat” și respectiv „jocul din rulmentul primitiv”.
- Stabilesc relațiile de calcul destinate analizei repartiției jocului în rulmenții radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri.
- Asigura verificarea datelor de intrare primite de la un furnizor (cazul compatibilității între unghiul de cale și jocul în rulmentul primitiv în cazul structurilor SRB-4PCBB).
- Identifică parametrii care conduc la modificarea jocului funcțional în rulmenți sub efectul expansiunii centrifugale, a fretajului și a temperaturii de funcționare, în funcție de condițiile de rigiditate impuse inelelor structurii analizate.
- Definesc soluțiile inițiale de deplasare ale inelelor și rolelor, utilizate în calculul parametrilor cvasi-statici ai unui rulment sau / și sistem de rulmenți. Sunt utile pentru asigurarea convergenței algoritmilor de tip Newton-Raphson aplicabili în cazul analizei rulmenților.

În capitolul 3 intitulat „Contribuții privind analiza cinematicii structurilor SRB butoi” au fost introduse următoarele modele de analiză originale:

1. Model de analiză simplificată a cinematicii rulmenților cu 2, 3 sau 4 puncte de contact.
2. Model de calcul a unghiului vitezei unghiulare a bilelor din rulmenții cu 2, 3 sau 4 puncte de contact folosind „minimizarea puterii consumate prin frecare”, eliminând discontinuitatea introdusă de ipoteza ghidării bilei pe una din căile de rulare.

Modelele de calcul introduse în capitolul 3 au condus la obținerea următoarelor noi relații de calcul:

- ecuațiile de apreciere a modulului vitezei unghiulare ale corpurilor de rostogolire și ale

coliviilor structurii obținute prin egalarea vitezelor absolute ale punctelor de contact corespunzătoare rolurilor și căilor de rulare (3.3a și 3.3b);

- ecuația utilizată pentru determinarea unghiului vitezei unghiulare al unei bile (ecuația 3.6 cu soluția 3.12);
- relație de apreciere a razei echivalente a două corpuri în contact (ecuația 3.9b).

În capitolul 4, intitulat „Analiza parametrilor cvasi-statici ai structurilor SRB” au fost create următoarele modele de calcul originale:

1. Model de calcul pentru analiza structurilor SSRB (sisteme de rulmenți) considerând 9 grade de libertate.
2. Model de calcul pentru analiza structurilor SRB considerând 5 grade de libertate.
3. Model de calcul al rigidității unui rulment în funcție de condițiile limită impuse inelelor rulmentului.
4. Model de calcul pentru determinarea deplasării centrului de masă al unui corp de rostogolire considerând două grade de libertate.
5. Model de calcul pentru analiza contactelor neherziene între înite în cazul rulmenților cu role câ t și în cazul rulmenților cu bile (elipse trunchiate).
6. Model de calcul unitar al echilibrului cvasi-static al unui corp de rostogolire considerând 3 grade de libertate. Modelul este aplicabil rulmenților cu 2 sau mai multe contacte simultane cu căile de rulare asigurând continuitatea trecerii de la contacte punctuale la contacte punctual modificate.

Modelele de calcul introduse în capitolul 4 au condus la obținerea următoarelor relații de calcul originale:

- matricele de rigiditate pentru structurile SRB și SSRB, exprimate în noua și respectiv cinci grade de libertate;
- deplasările centrului de masă al rolurilor unei structuri SRB cu contacte punctuale sub acțiunea sarcinii externe. Ecuațiile 4.10 sunt destinate analizei contactelor punctuale și punctual modificate prin funcții liniare de deplasarea centrului de masă al rolei. Asigură trecerea prin funcții continue de la contactele de tip punctual la contactele punctual modificate (contacte neherziene). Prezintă avantajul realizării unui Jacobian mult simplificat în raport cu cel obținut pentru contactele punctuale;
- relația de calcul a rigidității unui contact punctual;
- matricea de rigiditate a unei role cu contacte punctuale exprimată analitic, în 2 grade de libertate, incluzând și efectul momentului giroscopic. Includerea momentului giroscopic se face prin funcții continue, în funcție de valoarea determinată a unghiului vitezei unghiulare a rolei.
- matricea de rigiditate în 5 grade de libertate a inelelor mobile ale unui rulment cu cale de rulare secționată sau neseționată, exprimată analitic;
- deplasarea centrului de masă al unei role în raport cu centrul de curbură al căii de rulare considerate și respectiv valoarea semiaxei mari a elipsei de contact pentru un contact punctual. Prezintă avantajul că nu utilizează integralele eliptice;
- deplasarea centrului de masă al unei role în 3 grade de libertate, asigurând nealunecarea nodurilor de discretizare ale profilelor deformate ale rolurilor și căilor de rulare.
- Ecuațiile necesare calculului iterativ al echilibrului unei role incluzând efectul forțelor tangențiale incluse în unghiul vectorului vitezei unghiulare al corpului de rostogolire.

În capitolul 5, intitulat „Elemente de lubrificație a structurilor SRB” a fost determinate soluțiile analitice ale ecuației care exprimă variația viscozității unui lubrifiant în funcție de temperatură putând

fi aplicata pentru calculul vâscozității uleiurilor minerale cât și pentru cele sintetice.

În capitolul 6 intitulat „Contribuții privind analiza parametrilor cvasi-dinamici ai structurilor SRB. Validare” au fost dezvoltat un nou model de calcul al parametrilor cvasi-dinamici. Elementele de originalitate ale modelului, pe lângă cele amintite, se considera a fi:

- nu utilizează integrarea ecuațiilor de mișcare;
- consideră efectul contactului dintre corpurile de rostogolire și colivie.

8.3. Concluzii privind validarea teoretică și experimentală

Validitatea modelului de calcul propus a fost realizată prin comparații cu datele teoretice și experimentale prezentate în literatură cât și prin experiment propriu.

8.3.1. Validare model de calcul prin comparații cu datele teoretice prezentate în literatură.

Rezultatele numerice obținute cu ajutorul modelului de calcul propus (programele SRBSYM și BB20) au fost comparate cu rezultatele obținute cu diverse programe și modele matematice între care:

1. modelul de calcul dezvoltat pentru rulmenții radial axiali cu bile (programul BB10) dezvoltat de Nelias D, la INSA de Lyon – Franța.;
2. programul de calcul dezvoltat de Legrand E [1997], numit RBL4 și utilizat în cadrul firmei SNECMA din Franța – pentru rulmenții cu cale de rulare secționată;
3. modelul de calcul realizat de Hamrock [1975], Coe H și Hamrock B. [1977] - pentru rulmenții cu cale de rulare secționată;
4. modelul de calcul realizat de Stirbu în 1998 – pentru rulmenții radial oscilanți cu role butoi;
5. modelul de calcul al analizei contactelor punctual modificate a fost validat în cazul rulmenților cu role cilindrice prin comparații cu rezultatele obținute de Krwzeminiski s.a, [1996] și Crețu Sp [1996, 2002a, 2002b];

Comparațiile realizate cu programele amintite anterior a validat teoretic modelul de calcul propus pentru analiza parametrilor cvasi-statici și cvasi-dinamici ai structurilor SRB

8.3.2. Verificarea modelului de calcul cu rezultate experimentale proprii și întâlnite în literatură.

1. Rezultatele experimentale publicate de Nelias D, [1998] au fost verificate cu ajutorul programului BB20, rezultând o bună corelație între teorie și experiment;
2. Pentru aceleași condiții funcționale rezultatele numerice obținute pentru momentul de frecare pe inelul exterior, folosind programul SRBSYM sunt în concordanță cu valorile determinate experimental în cadrul tezei.

8.4. Rezultate publicate și în curs de publicare. Rapoarte tehnice.

În perioada pregătirii tezei de doctorat au fost efectuate două stagii la INSA de Lyon- Franța și un stagiu la firma Timken din Colmar Franța. Cu aceste ocazii au fost dezvoltate modele de calcul pentru analiza rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri și pentru rulmenții cu bile cu cale de rulare secționată. Următoarele rapoarte au fost dezvoltate și prezentate:

1. „Theoretical investigation on the deformation of a thin double row ball bearing and its housing by the mean of the finite element method.” – Bursă Socrates 1999 – INSA de Lyon - France;

2. „Calcul de skewing dans les roulements a rouleaux speheriques en passant par le calcul des forces de frottement dans le contact et l'equilibre des rouleaux” – Bursă Leonardo da Vinci - 2002 – Timken Colmar – France
3. „Calcul des forces de reaction dans un systeme a l'aide de matrices raideur liniarisees” – Bursă Leonardo da Vinci -2000 Timken Colmar – France
4. „Logiciel BB20, Convention de stage Insa de Lyon – SNECMA Moteur”- Rezmires D, Nelias D,- Bursă Egide – 2002 – INSA de Lyon - France. Urmare a dezvoltării programului BB20 în 2003 va apare lucrarea: - „Analysis of Ball Bearings with 2, 3 or 4 contact points”

In perioada 2000-2001 a fost realizat în calitate de director de proiect, proiectul de tip T, intitulat “Analiza cinematică și dinamică a sistemelor de rulmenți radial oscilanți cu role butoi”, 6617 GR/2000, temele B34/2000 și A37/2001.

O parte din rezultatele numerice obtinute au fost publicate in 6 lucrari stiintifice: [19, 21, 85, 117, 118, 119]

O parte din rezultatele numerice obținute prin folosirea modelului de calcul propus s-au concretizat prin trimiterea și acceptarea spre publicare a următoarelor articolelor, [137-143], urmând ca într-o perioadă apropiată acestea să apară în revista „Buletin U.T. Iași”.

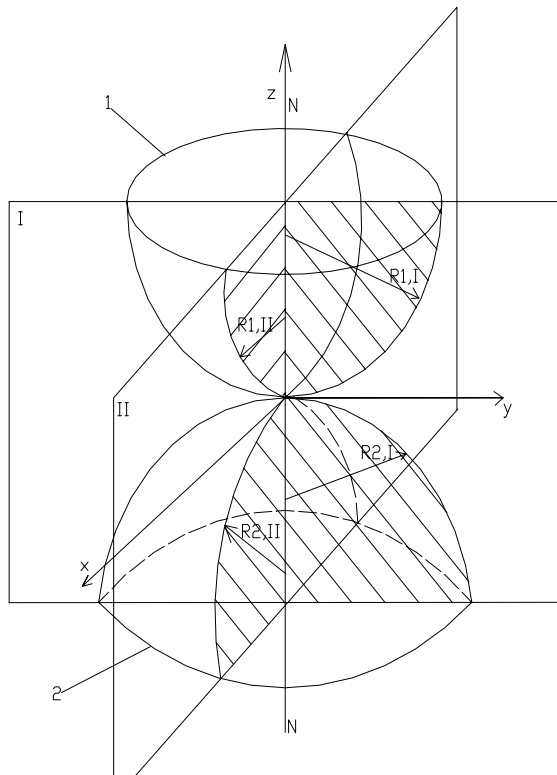
8.5. Concluzie finală

Definirea unei clase de funcții informatice care înglobează modelele de calcul prezentate pe parcursul tezei a constituit scopul tezei, rezultând că prin derivarea logică a proprietăților rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri pot fi descriși geometric și funcțional toate tipurile de lagăre cu rostogolire câ t și sistemele din care acestea fac parte.

Parametrizarea asigurată de clasa de funcții SRB permite optimizarea constructiva și funcțională a lagărelor cu rostogolire și a sistemelor din care fac parte.

ANEXE

Anexa 1. Parametrii cvasi-statici ai unui contact punctual hertzian



Elementele necesare descrierii parametrilor cvasi-statici ai unui contact punctual Hertzian, sunt prezentate în monografiile precum: Johnson K.L [1985], Hamrock [1983], Crețu [2002], s.a. Elementele geometrice, indicate în figura A1.1, sunt:

- direcția normalei la contact: N-N;
- sarcina normală la contact, 'Q' având direcția N-N
- planele principale, notate I și II intersectate după normala N-N
- razele de curbură ale corpurilor în contact ($R_{1,I}$, $R_{1,II}$, $R_{2,I}$, $R_{2,II}$), exprimate în planele I și II.

În figura A1.1. se definesc:

- y indică direcția principală de mișcare
- x indică direcția axială
- z indică direcția normalei la contact

Fig. A1.1. Razele principale de curbură care descriu două corpuri aflate în contact

Pornind de la elementele generale anterioare, Harris [1991] a introdus o serie de elemente geometrice și notațiile specifice contactelor din rulmenți larg acceptate în literatura de specialitate:

Tabel A1.1. Elemente specifice contactului

Osculația,	Φ	raportul dintre raza de curbură a rolei \tilde{O} raza de curbură a cîi de rulare. Pentru structurile SRB-SRB $\Phi \in [0.96-0.98]$.
Curbură	ρ	Reprezintă inversul razei de curbură având valori pozitive pentru suprafețe convexe și negative pentru suprafețe concave.
Suma curburilor	$\Sigma\rho$	$\Sigma\rho = \rho_{1,I} + \rho_{1,II} + \rho_{2,I} + \rho_{2,II}$
Funcția curburilor	$F(\rho)$	$F(\rho) = \frac{(\rho_{1,I} - \rho_{1,II}) + (\rho_{2,I} - \rho_{2,II})}{\Sigma\rho}$
Raza de curbură echivalentă	$R_{ech}(I,II,1,2)$	$\frac{1}{R_{ech}(I,II,1,2)} = \rho_{1,I(2)} + \rho_{II,1(2)}$

Introducând funcțiile $sduz_{idx}$ (definite în paragraful 2.1.4), se definesc pentru structurile SRB-SRB:

Razele de curbură echivalente ale contactelor:

$$Ry_{idx} = Dw \cdot (1 - \gamma \cdot sduz_{idx}) / 2, \quad Rx_{idx} = (1/Rw - 1/R_{idx})^{-1}$$

Suma curburilor

$$\Sigma\rho_{idx} = 2 / (1 - \gamma \cdot sduz_{idx}) \cdot Dw^{-1} + (1/Rw - 1/R_{idx})$$

Funcția curburilor

$$F\rho_{idx} = \frac{2/(1 - \gamma \cdot sduz_{idx}) - Dw \cdot (1/Rw - 1/R_{idx})}{2/(1 - \gamma \cdot sduz_{idx}) + Dw \cdot (1/Rw - 1/R_{idx})}$$

Calculul parametrilor cvasi-statici (PCS) ai contactului punctual descris de perechea (r,j,idx), se realizează folosind elementele specifice contactului lastic Hertzian punctual. Principalii parametri și relațiile de calcul sunt prezentate în tabelul A.1.2.

Tabel. A.1.2. Funcții utilizate pentru calculul parametrilor cvasi-statici ai contactului punctual elastic

Parametrul	Relație de calcul	Observații
Modulul de elasticitate echivalent al corpurilor aflate în contact	$\frac{2}{E0} = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)$	$E_{1,2}$ = modulul de elasticitate al corpului 1 respectiv 2 $\nu_{1,2}$ = coeficientul lui Poisson, corespunzător corpului 1 și / sau 2
Integralele eliptice de prima și a doua speță	$E(e) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi} \cdot d\varphi,$ $F(e) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - e^2 \cdot \sin^2 \varphi}}$	$F(e)$ = integrala eliptică de prima speță $E(e)$ = integrala eliptică de a doua speță
Elipticitatea domeniului de contact	$e = \sqrt{1 - \frac{1}{k^2}},$ $k = 1.0339 \left[\frac{Ry}{Rx} \right]^{0.636}$	$Ry_{idx} \equiv Ry$ $Rx_{idx} \equiv Rx$
Semi-lungimea elipsei de contact	$a = a^* \cdot \left[\frac{3 \cdot Q}{E0 \cdot \sum \rho} \right]^{\frac{1}{3}}$	$a^* = \left[\frac{2}{\pi \cdot (1 - e^2)} \cdot E(e) \right]^{\frac{1}{3}}$
Semi-lățimea elipsei	$b = b^* \cdot \left[\frac{3 \cdot Q}{E0 \cdot \sum \rho} \right]^{\frac{1}{3}}$	$b^* = \left[\frac{2 \cdot (1 - e^2)}{\pi} \cdot E(e) \right]^{\frac{1}{3}}$
Deformația elastică centrală	$\delta = \delta^* \cdot \left[\frac{3 \cdot Q}{E0 \cdot \sum \rho} \right]^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{\sum \rho}{2}$	$\delta^* = \frac{2}{\pi} \cdot F(e) \cdot \left[\frac{\pi \cdot (1 - e^2)}{2 \cdot E(e)} \right]^{\frac{1}{3}}$
Presiunea în centrul elipsei de contact	$\sigma_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q}{\pi \cdot a \cdot b}$	Q = sarcina normală în contact
Legea distribuției de presiune	$p(\xi, \eta) = \sigma_0 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\xi}{a} \right)^2 - \left(\frac{\eta}{b} \right)^2}$	punct de coordonate ξ, η aflat în interiorul domeniului de contact

Pentru calculul integralelor eliptice, în programul RBL4, Legrand [1997], utilizează următoarele funcții de interpolare:

$$F(x) = (a_0 + a_1 \cdot x^1 + a_2 \cdot x^2 + a_3 \cdot x^3 + a_4 \cdot x^4) - (b_0 + b_1 \cdot x^1 + b_2 \cdot x^2 + b_3 \cdot x^3 + b_4 \cdot x^4) \cdot \ln(x)$$

$$E(x) = (c_0 + c_1 \cdot x^1 + c_2 \cdot x^2 + c_3 \cdot x^3 + c_4 \cdot x^4) - (d_0 + d_1 \cdot x^1 + d_2 \cdot x^2 + d_3 \cdot x^3 + d_4 \cdot x^4) \cdot \ln(x)$$

unde: $x = 1/k^2$,

Valorile coeficienților din ecuațiile $F(x)$ și $E(x)$ sunt indicate în tabelul A.1.3.

Tabel A.1.3. Coeficienți utilizați în calculul integralelor eliptice (Legrand [1997])

Coeficientul	0	1	2	3	4
a	1.38629436	0.0966634436	0.035900238	0.0374256371	0.014511962
b	0.5	0.124985936	0.0688024858	0.0332835535	0.00441787012
c	1.0	0.443251415	0.0626060122	0.0475738255	0.0173650645
d	0.0	0.249983683	0.0920017004	0.0406969753	0.00526449639

Funcțiile de interpolare prezentate anterior sunt utilizate la INSA Lyon în aplicații precum BB10, RBL4, Quasar+ și BB20. Deoarece relația de calcul utilizată pentru determinarea rigidității unui contact punctual, prezentată de Harris [1991] nu este aplicabilă tuturor tipurilor de structuri SRB (spre exemplu: rulmenți cu role ceramice), s-a dezvoltat o nouă relație de calcul aplicabilă oricărui tip de rulment cu contacte punctuale sau lineare.

$$K_{idx} = \frac{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{E(e)} \cdot E0}{k \cdot 3 \cdot F(e) \cdot \sqrt{F(e)} \cdot (1 - e^2) \cdot \sqrt{\sum \rho}} \Bigg|_{idx} \quad (A1)$$

Anexa 2. Matricea de rigiditate a unei structuri SRB cu contacte punctuale cu inelul exterior rigid

Anexa 2.1. Componentele matricei de rigiditate neconsierând efectului momentului giroscopic

Rigiditatea unei structuri SRB este funcție de componentele vectorilor „deplasare a centrului de masă al corpului de rostogolire”(DCMR_j). Matricea de rigiditate a structurii se obține prin derivarea ecuațiilor de echilibru ale roților și inelelor mobile ale structurii în raport cu deplasările individuale specifice. Aceste deplasări sunt funcții de perechea (r,j,idx,da,dr,ux_j,uz_j). În scopul simplificării scrierii componentelor matricelor de rigiditate perechea (r,j,idx,da,dr,ux_j,uz_j) a fost notată (...).

Notă: Notățiile introduse sunt valabile numai în cadrul anexei 2 (fiind variabile locale pentru un cod de calculator)

Pentru o rolă j, având contacte punctuale ecuațiile de echilibru de forțe sunt:

$$ECFA = \sum_{idx} Q(\dots) \cdot \sin(\beta(\dots)) \cdot sdux_{idx} = 0$$

$$ECFR = \sum_{idx} Q(\dots) \cdot \cos(\beta(\dots)) \cdot sdz_{idx} + FC = 0 \quad (A1)$$

Utilizând elementele prezentate în figura 4.12, au fost definiți următorii parametri:

$$da \leftarrow dx$$

$$dr = dz \cdot \cos(\psi) + dy \cdot \sin(\psi)$$

$$R_{1,2} = \overline{P_{1,2} O_w};$$

$$R_{3,4} = 0;$$

$$U_{0,1,2} = \sphericalangle(OZ, \overline{P_{1,2} O_w});$$

$$U_{0,3,4} = 0;$$

$$U_{1,2} = U_{0,1,2} - sdx_{1,2} \cdot (\gamma_z \cdot \sin(\psi) + \gamma_y \cdot \cos(\psi));$$

$$U_{1,2} = 0;$$

$$rot = \gamma_z \cdot \sin(\psi) + \gamma_y \cdot \cos(\psi);$$

$$UT_{idx} = U_{0,idx} - rot;$$

$$L_{j,idx} = \overline{P_{j,idx} O_w}.$$

Folosind elementele definite anterior se poate scrie relația sarcină deformație:

$$Q(\dots) = K_{j,idx} \cdot \delta(\dots)^{1.5}$$

în care:

$$\delta(\dots) = \sqrt{X(\dots)^2 + Z(\dots)^2} - L_{j,idx}$$

$$X(\dots) = (L_{j,idx} - SDL_{j,idx}) \cdot \sin(\alpha_{idx}) + da \cdot sdx_{idx} - ux_j \cdot sdux_{idx} - sdx_{idx} \cdot R_{idx} \cdot [\sin(U_{0,idx}) - \sin(UT_{idx})]$$

$$Z(\dots) = (L_{j,idx} - SDL_{j,idx}) \cdot \cos(\alpha_{idx}) + dr \cdot sdz_{idx} - uz_j \cdot sdz_{idx} - sdx_{idx} \cdot R_{idx} \cdot [\cos(U_{0,idx}) - \cos(UT_{idx})]$$

Se calculează unghiul de contact cu relația:

$$\beta(\dots) = \arctan\left(\frac{X(\dots)}{Z(\dots)}\right)$$

Prin derivarea ecuațiilor A1 în raport cu (ux,uz)_j rezultă matricea de rigiditate a rolei j:

$$M[j] = \begin{bmatrix} \frac{\partial EFCA}{\partial ux} & \frac{\partial EFCA}{\partial uz} \\ \frac{\partial EFCR}{\partial ux} & \frac{\partial EFCR}{\partial uz} \end{bmatrix}_j \quad (A2)$$

în care:

$$\begin{aligned} \frac{\partial EFCA}{\partial ux} &= \sum_{idx} \frac{K_{idx} \cdot \delta_{idx}^{0.5} \cdot sdux_{idx}^2}{\sqrt{XZ}} \cdot sdux_{idx} \left[-\frac{1,5 \cdot X \cdot T}{(\ddot{a} + L) \cdot Z} - \frac{\ddot{a}_{idx}}{Z} + \frac{\ddot{a}_{idx} \cdot T^2}{Z \cdot XZ} \right]_j \\ \frac{\partial EFCA}{\partial uz} &= \sum_{idx} \frac{K_{idx} \cdot sdux_{idx} \cdot sdz_{idx} \cdot \delta_{idx}^{0.5}}{\sqrt{XZ}} \left[-\frac{1,5 \cdot X}{(\delta + L)} + \frac{\delta_{idx} \cdot T}{Z} - \frac{\delta_{idx} \cdot T^3}{Z \cdot XZ} \right]_j \\ \frac{\partial EFCR}{\partial ux} &= \sum_{idx} \frac{K_{idx} \cdot sdz_{idx} \cdot sdux_{idx} \cdot \delta_{idx}^{0.5}}{\sqrt{XZ}} \left[-\frac{1,5 \cdot X}{(\delta + L)} + \frac{\delta_{idx} \cdot T}{Z \cdot XZ} \right]_j \\ \frac{\partial EFCR}{\partial uz} &= \sum_{idx} \frac{K_{idx} \cdot sdz_{idx}^2 \cdot \delta_{idx}^{0.5}}{\sqrt{XZ}} \left[-\frac{1,5 \cdot Z}{(\delta + L)} - \frac{\delta_{idx} \cdot T^2}{Z \cdot XZ} \right]_j \end{aligned}$$

$$T = X / Z, \quad XZ = 1 + T^2 \text{ cu } X = X(\dots), \quad Z = Z(\dots) \text{ și } \delta_{idx} = \delta(\dots)$$

Rezolvarea sistemului de ecuații A1 având matricea de rigiditate A2 s-a realizat utilizând metoda Newton-Rapson, Valeriu I. [1996], rezultând lista (ux, uz). Pentru cazul ORR, într-un sistem cu cinci grade de libertate (5 DOF), sistemul de ecuații de echilibru al inelului interior este:

$$\begin{aligned} F_a &= \sum_{j=0}^{Z-1} \sum_{idx=1}^2 Q(\dots) \cdot \sin(\beta(\dots)) \cdot sdx_{idx} \\ F_{rz, y} &= \sum_{j=0}^{Z-1} \sum_{idx=1}^2 Q(\dots) \cdot \cos(\beta(\dots)) \cdot \cos(\psi_j) \cdot sdz_{idx} \\ M_z &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 F_x(\dots) \cdot b_y(\dots) \cdot sdx_{idx} + \sum_j \sum_{idx=1}^2 F_z(\dots) \cdot b_x(\dots) \cdot sdx_{idx} \\ M_y &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 F_x(\dots) \cdot b_z(\dots) \cdot sdx_{idx} + \sum_j \sum_{idx=1}^2 F_y(\dots) \cdot b_x(\dots) \cdot sdx_{idx} \end{aligned} \quad (A3)$$

unde :

$$\begin{aligned} F_x(\dots) &= K_{idx} \cdot \delta(\dots)^n \cdot \sin(\beta(\dots)) \cdot sdx_{idx} \\ F_y(\dots) &= K_{idx} \cdot \delta(\dots)^n \cdot \cos(\beta(\dots)) \cdot \sin(\psi(j)) \cdot sdz_{idx} \\ F_z(\dots) &= K_{idx} \cdot \delta(\dots)^n \cdot \cos(\beta(\dots)) \cdot \cos(\psi(j)) \cdot sdz_{idx} \\ b_x(\dots) &= \frac{Dw}{2} \cdot \sin(\beta_{idx}(\dots)) \\ b_z(\dots) &= \left[\frac{dm}{2} - \frac{Dw}{2} \cdot \cos(\beta_{idx}(\dots)) \right] \cdot \cos(\psi_j) \\ b_y(\dots) &= \left[\frac{dm}{2} - \frac{Dw}{2} \cdot \cos(\beta(\dots)) \right] \cdot \sin(\psi_j) \end{aligned}$$

Pentru o structură SRB – apreciată în 5 DOF, matricea de rigiditate a inelului interior corespunzătoare rândului r este:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\partial Fa}{\partial da} & \frac{\partial Fa}{\partial dz} & \frac{\partial Fa}{\partial dy} & \frac{\partial Fa}{\partial \gamma z} & \frac{\partial Fa}{\partial \gamma y} \\ \frac{\partial Frz}{\partial da} & \frac{\partial Frz}{\partial dz} & \frac{\partial Frz}{\partial dy} & \frac{\partial Frz}{\partial \gamma z} & \frac{\partial Frz}{\partial \gamma y} \\ \frac{\partial Fry}{\partial da} & \frac{\partial Fry}{\partial dz} & \frac{\partial Fry}{\partial dy} & \frac{\partial Fry}{\partial \gamma z} & \frac{\partial Fry}{\partial \gamma y} \\ \frac{\partial Mz}{\partial da} & \frac{\partial Mz}{\partial dz} & \frac{\partial Mz}{\partial dy} & \frac{\partial Mz}{\partial \gamma z} & \frac{\partial Mz}{\partial \gamma y} \\ \frac{\partial My}{\partial da} & \frac{\partial My}{\partial dz} & \frac{\partial My}{\partial dy} & \frac{\partial My}{\partial \gamma z} & \frac{\partial My}{\partial \gamma y} \end{bmatrix} \quad (A4)$$

Componentele matricei M sunt:

$$\begin{aligned} & \overline{\frac{\partial Fa}{\partial \left\{ \delta_{dx,dz,dy,\gamma z,\gamma y} \right\}}} \\ \frac{\partial Fa}{\partial da} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 \frac{K_{idx} \cdot sdx_{idx}^2 \cdot \delta_{idx}^{0.5}}{Z_{idx} \cdot \sqrt{XZ_{idx}}} \left[\frac{1.5 \cdot X_{idx}^2}{(\delta_{idx} + L_{idx})} + \delta_{idx} - \frac{\delta_{idx} \cdot T_{idx}^2}{XZ_{idx}} \right] \\ \frac{\partial Fa}{\partial dz, dy} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 \frac{K_{idx} \cdot sdx_{idx}}{\sqrt{XZ_{idx}}} \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5} \cdot X_{idx} \cdot sdz_{idx}}{(\delta_{idx} + L_{idx})} - \frac{\delta_{idx}^{1.5} \cdot T_{idx} \cdot sdz_{idx}}{Z_{idx}} + \frac{\delta_{idx}^{1.5} \cdot T_{idx}^3 \cdot sdx_{idx}}{Z_{idx} \cdot XZ_{idx}} \right] \cdot \cos, \sin(\psi_j) \\ \frac{\partial Fa}{\partial \gamma z, \gamma y} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 \frac{K_{idx} \cdot sdx_{idx} \cdot R}{\sqrt{XZ_{idx}} \cdot Z_{idx}} \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5} \cdot T_{idx} \cdot Z_{idx}^2}{\delta_{idx} + L_{idx}} (\sin(UT) - T_{idx} \cos(UT)) + CTS \cdot \delta_{idx}^{1.5} \left(\frac{T_{idx}^2}{XZ_{idx}} - 1 \right) \right] \cdot \sin^2, \cos^2(\psi_j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \overline{\frac{\partial Fz}{\partial \left\{ \delta_{dx,dz,dy,\gamma z,\gamma y} \right\}}} \\ \frac{\partial Fz}{\partial da} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 \frac{K_{idx} \cdot sdz_{idx}}{\sqrt{XZ_{idx}}} \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5} \cdot X_{idx} \cdot sdx_{idx}}{(\delta_{idx} + L_{idx})} - \frac{\delta_{idx}^{1.5} \cdot T_{idx} \cdot sdx_{idx}}{Z_{idx} \cdot XZ_{idx}} \right] \cdot \cos(\psi_j) \\ \frac{\partial Fz}{\partial dz, dy} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 \frac{K_{idx} \cdot sdz_{idx}^2}{\sqrt{XZ_{idx}}} \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5} \cdot Z_{idx}}{(\delta_{idx} + L_{idx})} + \frac{\delta_{idx}^{1.5} \cdot T_{idx}^2}{Z_{idx} \cdot XZ_{idx}} \right] \cdot \cos, \sin(\psi_j) \\ \frac{\partial Fz}{\partial \gamma z, \gamma y} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 K_{idx} \cdot sdx_{idx} \cdot \frac{R \cdot \cos(\psi)}{\sqrt{XZ_{idx}} \cdot Z_{idx}} \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5}}{\delta_{idx} + L_{idx}} (-X_{idx} \cdot \cos(UT) + Z_{idx} \sin(UT)) + CTS \cdot \frac{\delta_{idx} \cdot T_{idx}}{Z_{idx} \cdot XZ_{idx}} \right] \cdot \sin, \cos(\psi_j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \overline{\frac{\partial Fy}{\partial \left\{ \delta_{dx,dz,dy,\gamma z,\gamma y} \right\}}} \\ \frac{\partial Fy}{\partial da} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 K_{idx} \cdot sdz_{idx} \cdot \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5} \cdot X_{idx} \cdot sdx_{idx}}{(\delta_{idx} + L_{idx}) \cdot \sqrt{XZ_{idx}}} - \frac{\delta_{idx}^{1.5} \cdot T_{idx} \cdot sdx_{idx}}{Z_{idx} \cdot XZ_{idx} \cdot \sqrt{XZ_{idx}}} \right] \cdot \sin(\psi_j) \\ \frac{\partial Fy}{\partial dz, dy} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 \frac{K_{idx} \cdot sdz_{idx}^2}{\sqrt{XZ_{idx}}} \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5} \cdot Z_{idx}}{(\delta_{idx} + L_{idx})} + \frac{\delta_{idx}^{1.5} \cdot T_{idx}^2}{Z_{idx} \cdot XZ_{idx}} \right] \cdot \sin(\psi_j) \cdot \cos, \sin(\psi_j) \\ \frac{\partial Fy}{\partial \gamma z, \gamma y} &= \sum_j \sum_{idx=1}^2 K_{idx} \cdot sdx_{idx} \cdot \frac{R \cdot \sin(\psi)}{\sqrt{XZ_{idx}} \cdot Z_{idx}} \left[\frac{1.5 \cdot \delta_{idx}^{0.5}}{\delta_{idx} + L_{idx}} (-X_{idx} \cdot \cos(UT) + Z_{idx} \sin(UT)) + CTS \cdot \frac{\delta_{idx} \cdot T_{idx}}{Z_{idx} \cdot XZ_{idx}} \right] \cdot \sin, \cos(\psi_j) \end{aligned}$$

Componentele $\partial M_{y,z} / \partial \{\delta\}$ sunt scrise in funcție de următorii parametri:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \mathbf{b}_x}{\partial dx} \right|_{idx} &= \frac{sdx}{Z\sqrt{XZ}} \left(1 - \frac{T^2}{XZ} \right) \frac{Dw}{2} \Big|_{idx} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{b}_x}{\partial dz, y} \right|_{idx} &= \frac{sdz.T.\cos, \sin(\psi)}{Z\sqrt{XZ}} \left(\frac{T^2}{XZ} - 1 \right) \frac{Dw}{2} \Big|_{idx} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{b}_x}{\partial dyy, \gamma z} \right|_{idx} &= \frac{R.sdx.\cos, \sin(\psi)}{Z\sqrt{XZ}} .CTS \left(\frac{T^2}{XZ} - 1 \right) . \frac{Dw}{2} \Big|_{idx} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{b}_{z,y}}{\partial dx} \right|_{idx} &= \frac{T.Dw.sdx}{2.XZ.Z.\sqrt{XZ}} . \cos, \sin(\psi) \Big|_{idx} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{b}_z}{\partial dz, y} \right|_{idx} &= \frac{-T^2.Dw.sdz.\cos(\psi)}{2.XZ.Z.\sqrt{XZ}} . \cos, \sin(\psi) \Big|_{idx} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{b}_y}{\partial dz, y} \right|_{idx} &= \frac{-T^2.Dw.sdz.\sin(\psi)}{2.XZ.Z.\sqrt{XZ}} . \cos, \sin(\psi) \Big|_{idx} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{b}_{z,y}}{\partial dyy} \right|_{idx} &= \frac{-T.R.Dw.sdx.\cos(\psi)}{2.XZ.Z.\sqrt{XZ}} .CTS.\cos, \sin(\psi) \Big|_{idx} \\ \left. \frac{\partial \mathbf{b}_{z,y}}{\partial d\gamma y} \right|_{idx} &= \frac{-T.R.Dw.sdx.\sin(\psi)}{2.XZ.Z.\sqrt{XZ}} .CTS.\cos, \sin(\psi) \Big|_{idx} \end{aligned}$$

unde :

$$CTS = \cos(UT) + T.\sin(UT)$$

OBS: In descrierea componentelor matricei de rigiditate a unei structuri SRB cu un singur rând de corpuri de rostogolire având idx contacte s-a folosit notația (.). Modalitatea de scriere adoptată se datorează diferențelor relativ reduse între componentele matricei de rigiditate, asigurând lizibilitatea relațiilor prezentate.

In cazul analizelor corespunzătoare cazurilor IRR și IOE, scrierea matricei de rigiditate se face în mod asemănător, diferențele care apar fiind datorându-se vectorilor DCMR_j și vectorilor deplasare ale căilor de rulare. Utilizând metoda de descriere prezentată și modalitatea de formare a geometriei rulmenților cu două rânduri de corpuri de rostogolire, (cap.2) se poate descrie matricea de rigiditate în 9DOF a unei structuri SSRB.

Anexa 2.2. Componentele matricei de rigiditate ale unei role considerând momentul giroscopic

In cazul în care există condiții de apariție a mișcării giroscopice a unei bile, ecuațiile de echilibru ale acesteia devin:

$$\begin{aligned} ECFA &= \sum_{idx} Q(j, idx, da, dr, ux, uz) . [\sin(\beta(j, idx, \dots)) . sdux_{idx} + \mu . \cos(j, idx) . smgx_{idx}] = 0 \\ ECFR &= \sum_{idx} Q(j, idx, da, dr, ux, uz) . [\cos(\beta(j, idx, \dots)) . sdz_{idx} + \mu . \sin(j, idx, \dots) . sgmz_{idx}] + FC = 0 \quad (2.1) \end{aligned}$$

unde

$$\begin{aligned} smgx_{idx} &= [-1, -1, 1, 1] \\ sgmz_{idx} &= [1, -1, -1, 1] \end{aligned}$$

$$\mu \cdot Q(j, \text{idx}, \dots) = \frac{2 \cdot \text{MG}}{dw} \cdot \frac{Q(\dots)}{\sum_{\text{idx}} Q(j, \text{idx}, \dots)} = \lambda \cdot \frac{2 \cdot \text{MG}}{dw}$$

$$\mu = \frac{2 \cdot \text{MG}}{\sum_{\text{idx}} Q(j, \text{idx}, \dots) \cdot dw}$$

$$\text{idx} = 1..4$$

Matricea de rigiditate a bilei, devine :

$$M[j] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \text{EFCA}}{\partial u_x} & \frac{\partial \text{EFCA}}{\partial u_z} \\ \frac{\partial \text{EFCR}}{\partial u_x} & \frac{\partial \text{EFCR}}{\partial u_z} \end{bmatrix}_j$$

unde:

$$A1 = K_{\text{idx}} \cdot \left[-\frac{1,5 \ddot{a}^{0,5} \cdot X \cdot T \cdot \text{sdux}}{(\ddot{a} + L) \cdot \sqrt{XZ}} - \frac{\ddot{a}^{1,5} \cdot \text{sdux}}{Z \cdot \sqrt{XZ}} + \frac{\ddot{a}^{1,5} T^2 \cdot \text{sdux}}{Z \cdot XZ \cdot \sqrt{XZ}} \right]_{j, \text{idx}}$$

$$A2 = K_{\text{idx}} \cdot \left[-\frac{1,5 \delta^{0,5} \cdot X \cdot \text{sduz}}{(\delta + L) \cdot \sqrt{XZ}} + \frac{\delta^{1,5} \cdot T \cdot \text{sduz}}{Z \cdot \sqrt{XZ}} - \frac{\delta^{1,5} T^3 \cdot \text{sduz}}{Z \cdot XZ \cdot \sqrt{XZ}} \right]_{j, \text{idx}}$$

$$R1 = K_{\text{idx}} \cdot \left[-\frac{1,5 \delta^{0,5} \cdot X \cdot \text{sdux}}{(\delta + L) \cdot \sqrt{XZ}} + \frac{\delta^{1,5} \cdot T \cdot \text{sdux}}{Z \cdot XZ \cdot \sqrt{XZ}} \right]_{j, \text{idx}}$$

$$R2 = K_{\text{idx}} \cdot \left[-\frac{1,5 \delta^{0,5} \cdot Z \cdot \text{sduz}}{(\delta + L) \cdot \sqrt{XZ}} - \frac{\delta^{1,5} T^2 \cdot \text{sduz}}{Z \cdot XZ \cdot \sqrt{XZ}} \right]_{j, \text{idx}}$$

→

$$\frac{\partial \text{EFCA}}{\partial u_x}_j = \sum_{\text{idx}} A1_{\text{idx}} \text{sdux} + \mu \cdot \sum_{\text{idx}} R1_{\text{idx}} \text{smgx}$$

$$\frac{\partial \text{EFCA}}{\partial u_z}_j = \sum_{\text{idx}} A2_{\text{idx}} \text{sduz} + \mu \cdot \sum_{\text{idx}} R2_{\text{idx}} \text{smgz}$$

$$\frac{\partial \text{EFCR}}{\partial u_x}_j = \sum_{\text{idx}} R1_{\text{idx}} \text{sduz} + \mu \cdot \sum_{\text{idx}} A1_{\text{idx}} \text{smgx}$$

$$\frac{\partial \text{EFCR}}{\partial u_z}_j = \sum_{\text{idx}} R2_{\text{idx}} \text{sdux} + \mu \cdot \sum_{\text{idx}} A2_{\text{idx}} \text{smgz}$$

Anexa 3. Parametri suplimentari utilizați în modelul cvasi-dinamic (cu considerarea prezenței lubrifianțului)

Anexa 3.1. Parametri adimensionali

Parametrii adimensionali de sarcină, de viteză și de material, descriși de Dowson [1961] sunt necesari pentru calculul grosimii centrale și a grosimii minime a filmului de lubrifianț. Cercetările inițiate de Dowson [1961 și 1966], au fost continuate pe parcursul următoarelor patru decenii de numeroși cercetători, nume consacrate fiind :Hamrock [1976, 1977], Zhu și Hu [2000, 2001, 2002] și au condus la stabilirea relațiilor de legătură între grosimea filmului de lubrifianț în funcție de sarcină, viteza de rostogolire și materialul copurilor în contact, cu considerarea și a unor influențe precum, lipsa de lubrifianț (starvare), regim termic.

Sunt astfel consacrați următorii parametri adimensionali:

- parametrul adimensional de material
 - $G = \alpha_p \cdot E_0$
- parametrul adimensional de viteză
 - $U = \eta(T, 0) \cdot u / (E_0 \cdot R_y)$
- parametrul adimensional de sarcină
 - $W = Q / (E_0 \cdot R_y^2)$

Anexa 3.2. Parametri utilizați în calcul tensiunilor de forfecare din lubrifianț

Parametrii lubrifianților utilizați în calculul coeficienților de corecție ai filmului de lubrifianț și a tensiunii de forfecare în lubrifianț sunt prezentați în tabelul următor

Parametrul	Notăție	unitate de măsură
conductivitatea termică a uleiului	K_L	$W/m(^{\circ}C)$
conductivitatea termică a suprafețelor solide,	K_s	$W/m(^{\circ}C)$
densitatea suprafețelor solide	ρ_s	Kg/m^3
căldura specifică a suprafețelor metalice	C_s	$J/Kg^{\circ}C$
semilățimea benzii de contact	b	m
viteza medie în contact a suprafețelor în mișcare relativă	$v=(v_1+v_2)/2$	m/s
tensiunea tangențială a lubrifianțului „inițială”	τ_0	Pa

Anexa 3.3. Vâscozitatea lubrifianului utilizat pentru validările experimentale ale analizei cvasi-dinamice.

A fost utilizată relația (5.2), reprezentarea gradică fiind dată în figura A.3.1.

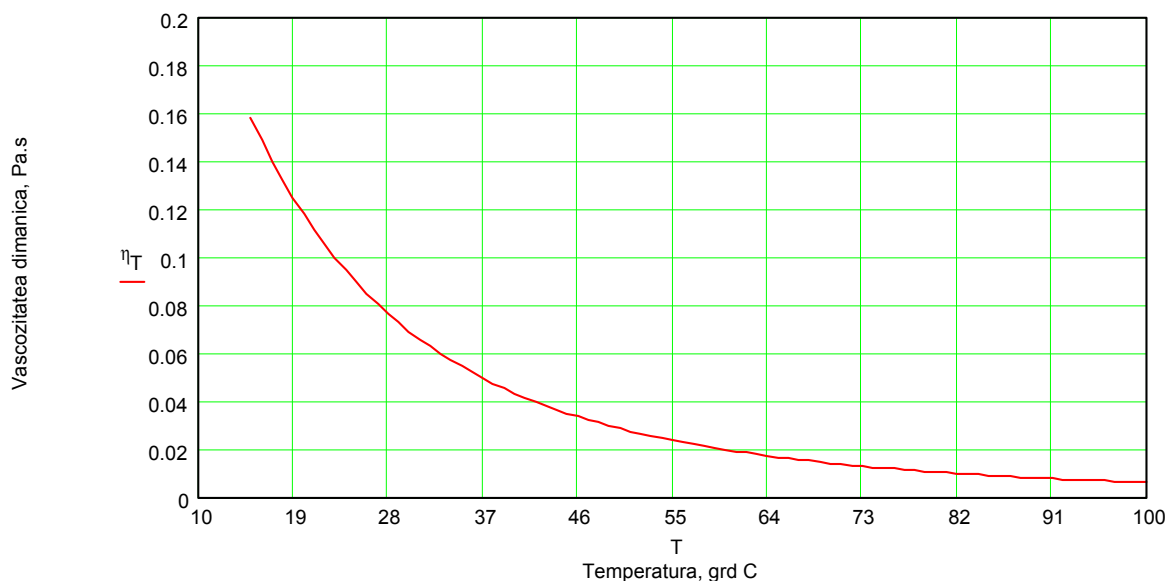


Fig. A.3.1. Variația cu temperatura a vâscozității dinamice pentru lubrifianul H46

Variația coeficientului de piezovâscozitate cu temperatura și presiunea este prezentată în figura A.3.2.

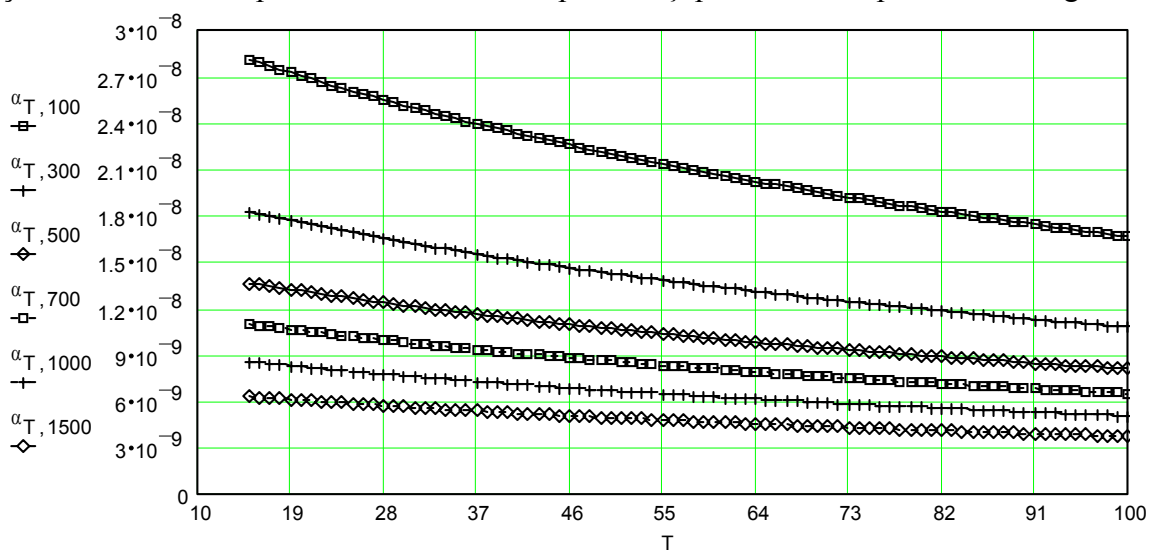


Fig. A.3.2. Variația cu temperatura și presiunea a coeficientului de piezovâscozitate

Anexa 4. Elemente geometrice ale rulmenților utilizați în analize numerice și experimentale

Elemente geometrice ale rulmenților cu bile, (utilizați pentru validarea modelului de calcul a cinematicii structurilor SRB)

Tabel A4.1. Parametri geometrici ai structurilor 4PCBB-13 și 4PCBB-1234

Parametru / tip structură	4PCBB-13	4PCBB-1234
Număr de bile, Z	16	20
Diametrul bilei, d_w , mm	7.938	19.05
Diametrul mediu, d_m , mm	50	149
Joc diametral, μm	79	150
Conformitatea inelului interior, f_i	0.525	0.525
Conformitatea inelului exterior, f_e	0.51	0.51
Unghiul de cale interior, deg	-	20
Unghiul de cale exterior, deg	-	30
Starea suprafeței bilei, μm	0.15	0.15
Rugozitatea căilor de rulare, μm	0.05	0.05

Elemente geometrice ale rulmentului radial oscilant cu role butoi pe două rânduri (utilizat în analizele numerice și în validările experimentale).

Tabel A4.2. Elementele geometrice ale structurii SRB22212C:

Parametru / tip structură	SRB-22212C
Număr rânduri	2
Număr de role / rând, Z	18
Diametrul mediu al rolei, d_w , mm	12.5
Diametrul mediu, d_m , mm	85.077
Rază profil inel interior, R_i	50
Rază profil inel exterior, R_o	79.75
Rază profil rolă, R	48.8
Unghiul de contact geometric	9.21
Starea suprafeței rolei, μm	0.16
Rugozitatea căilor de rulare, μm	0.32

Anexa 5. Detalii privind punctele caracteristice considerate în analiza structurilor SRB-DBB

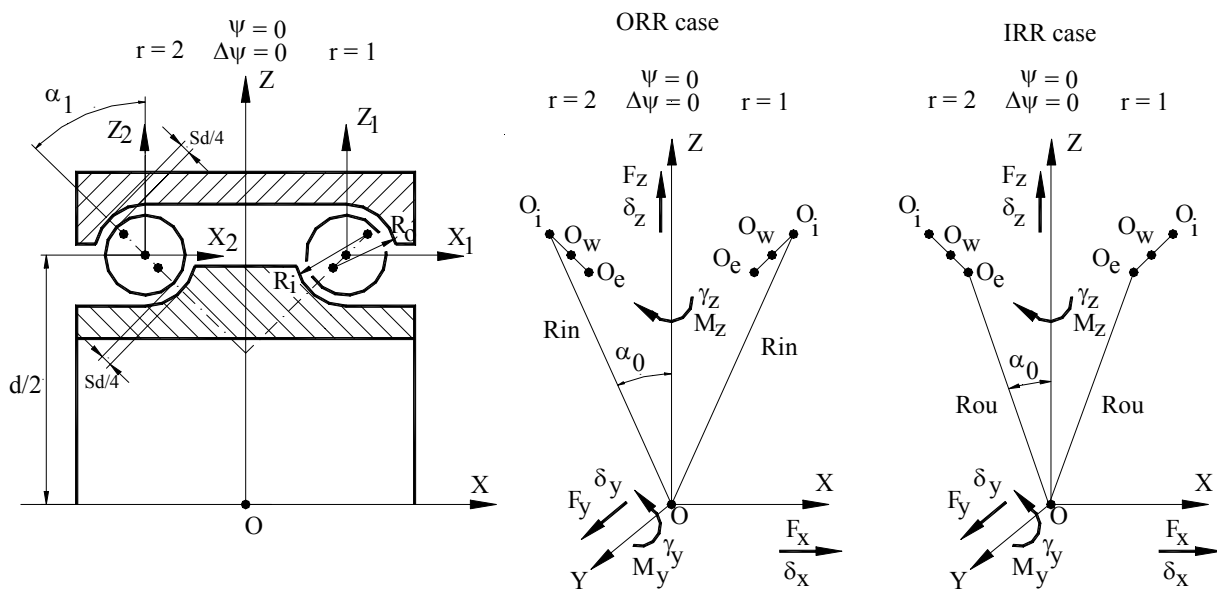


Fig.A5.1. Puncte caracteristice specifice structurii SRB-DBB1

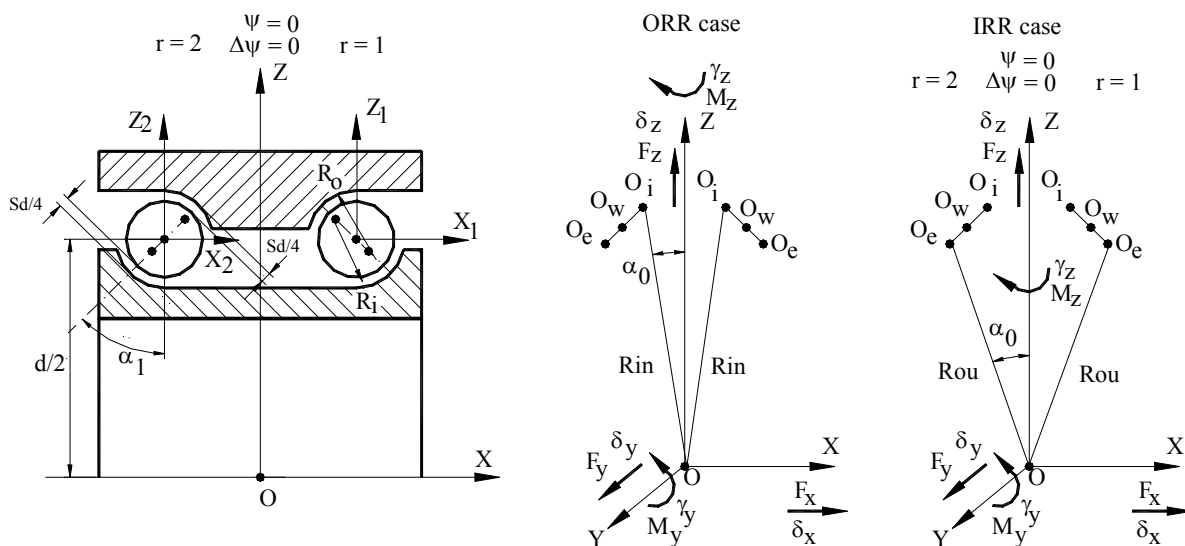


Fig.A5.2. Puncte caracteristice specifice structurii SRB-DBB2

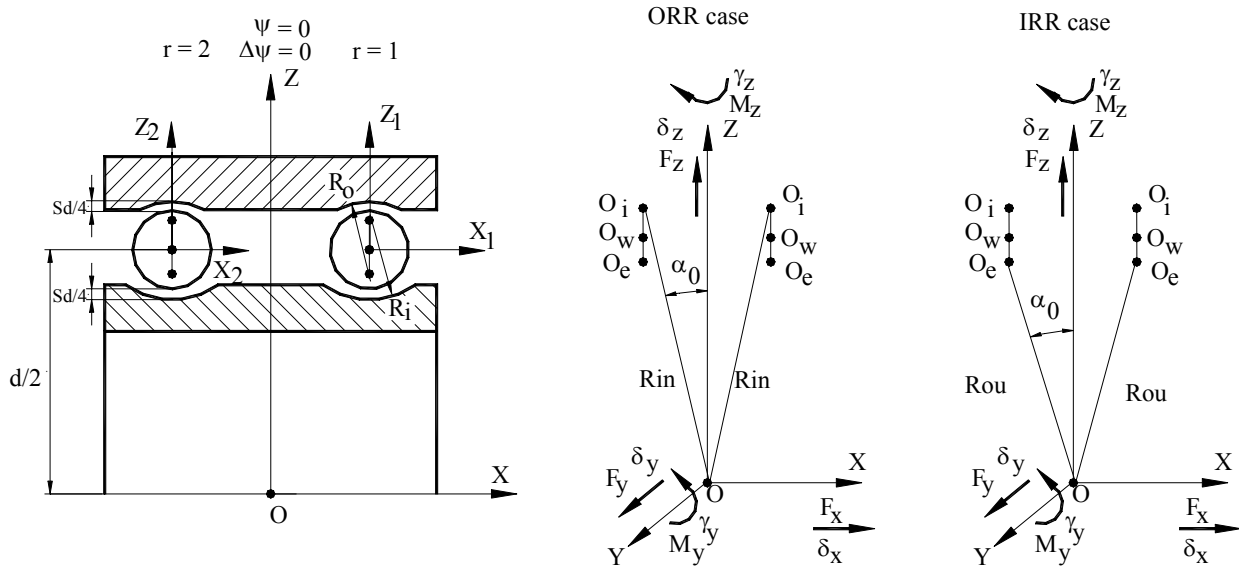


Fig.A5.3. Puncte caracteristice specifice structurii SR- DBB3

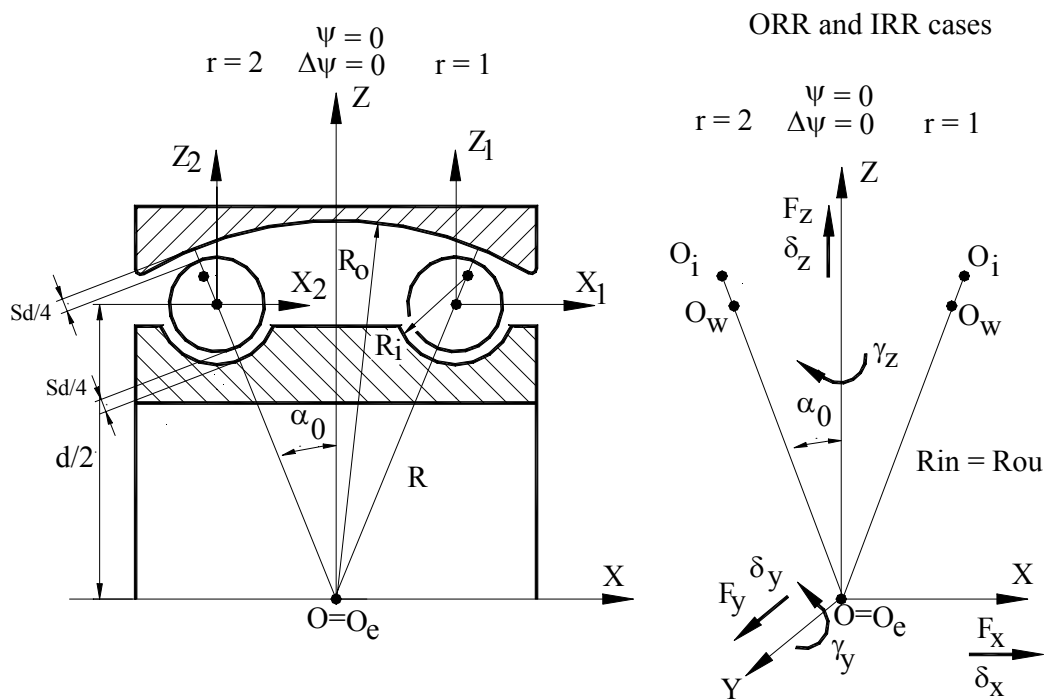


Fig.A5.4. Puncte caracteristice specifice structurii SRB-DBB4

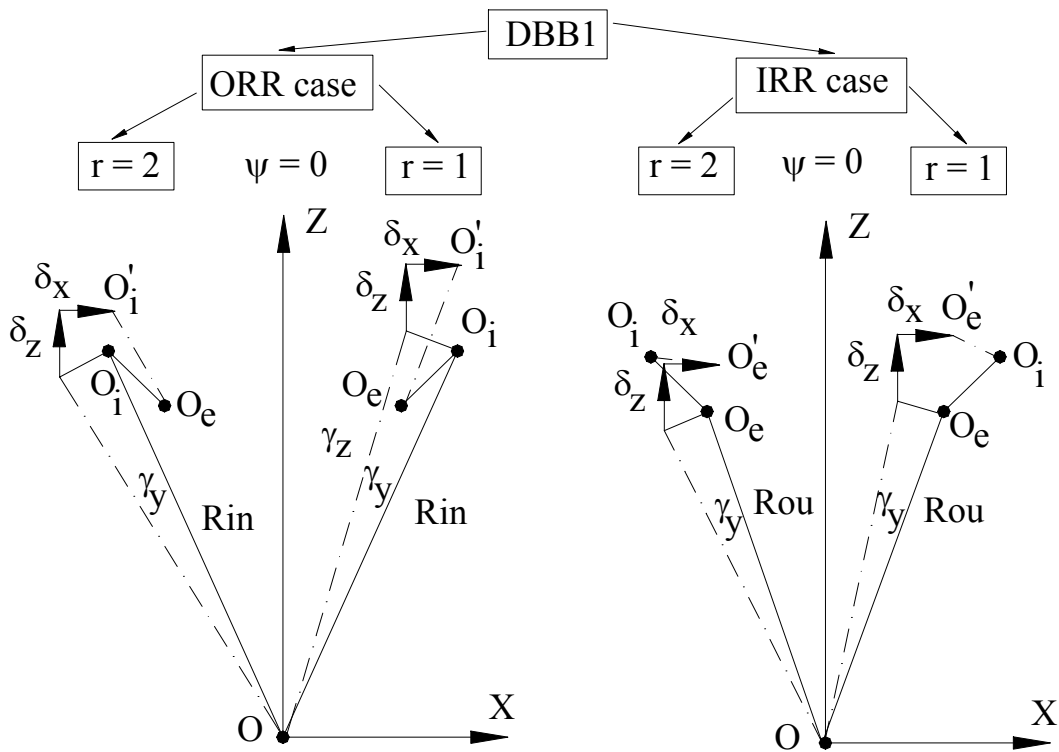


Fig.A5.5. Elemente geometrice considerate în calculul rigidității structurii SRB-DBB1, specifice cazurilor "ORR" și "IRR"

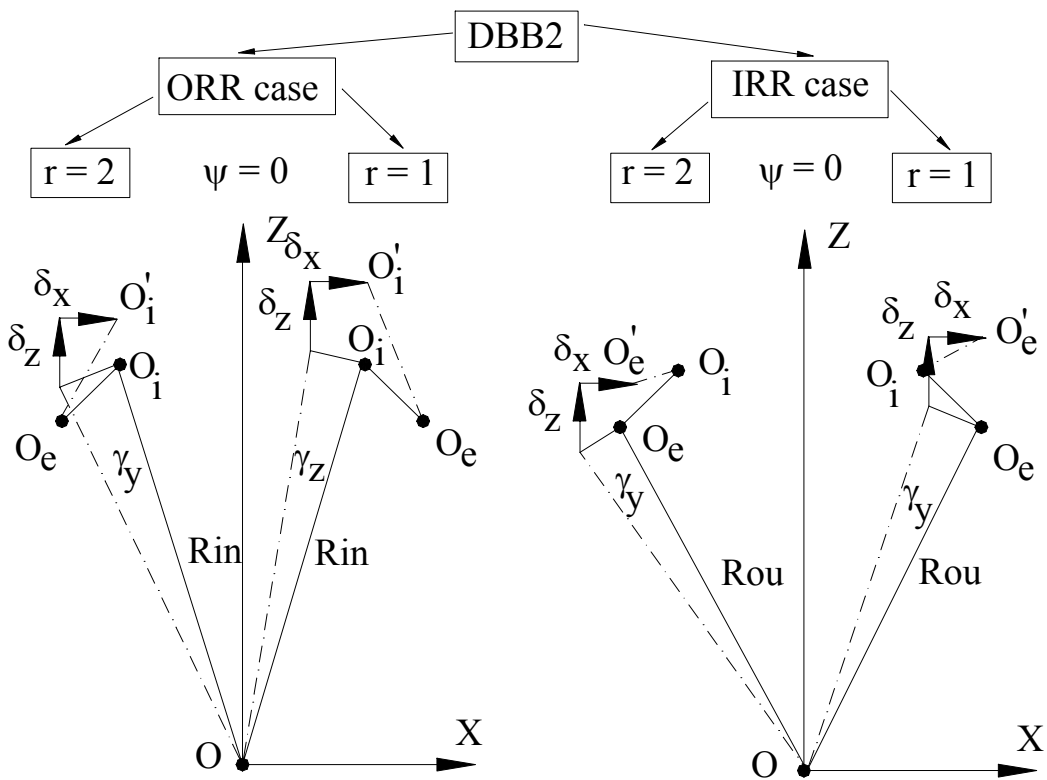


Fig. A5.6. Elemente geometrice considerate în calculul rigidității structurii SRB-DBB2, specifice cazurilor "ORR" și "IRR"

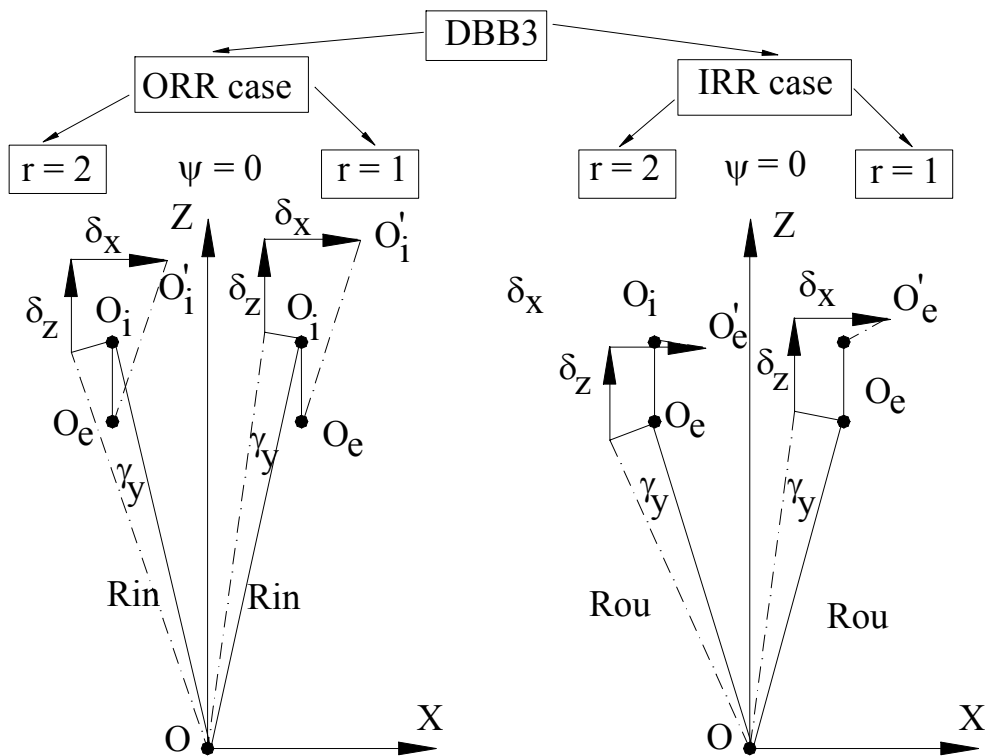


Fig.A5.7. Elemente geometrice considerate în calculul rigidității structurii SRB-DBB3, specifice cazurilor "ORR" și "IRR"

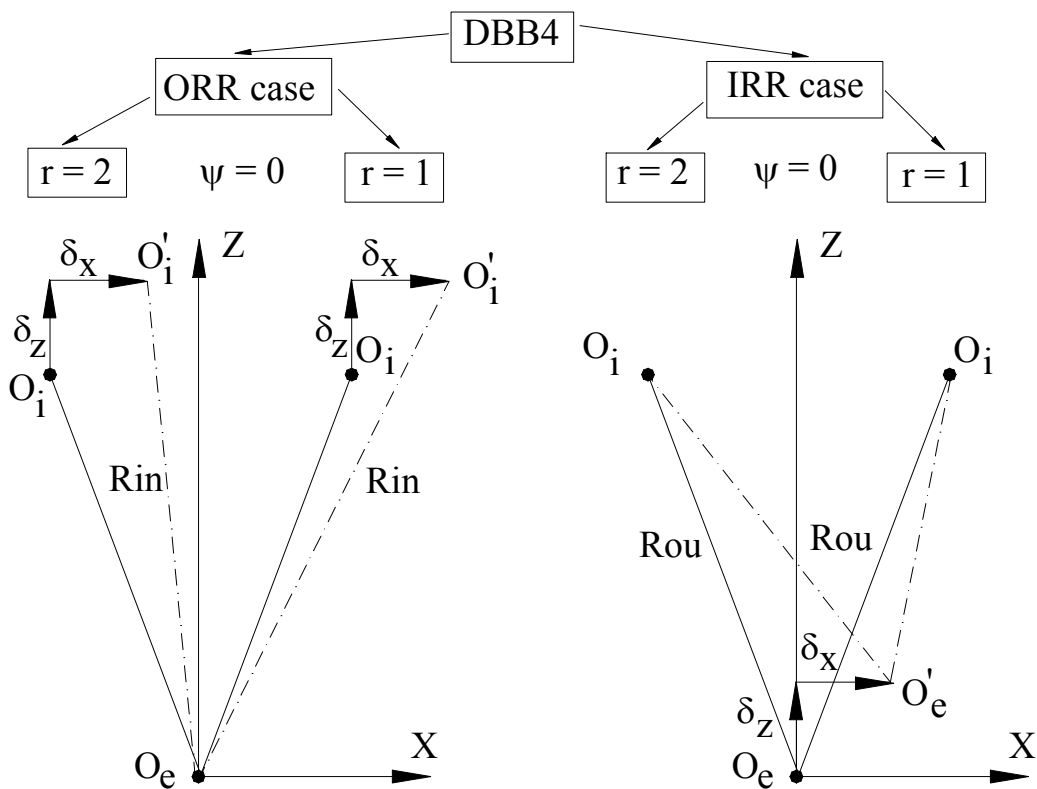


Fig.A5.8. Elemente geometrice considerate în calculul rigidității structurii SRB-DBB4, specifice cazurilor "ORR" și "IRR"

Anexa 6. Influența forțelor de frecare asupra distribuției de tensiuni din interiorul căii de rulare.

În cazul considerării unei secțiuni a domeniului de contact rolă - cale de rulare, presupus liniar, încărcată cu sarcina normală $p(s)$ și sarcină tangențială $q(s)$, conform figurii A6.1, evoluția tensorului tensiune pentru un punct $A(x,z)$ este descris de relațiile: (Johnson K.L [1985]):

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{2 \cdot z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s) \cdot (x-s)^2 \cdot ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s) \cdot (x-s)^3 \cdot ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} \\ \sigma_z = -\frac{2 \cdot z^3}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s) \cdot ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} - \frac{2 \cdot z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s) \cdot (x-s) \cdot ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} \\ \tau_{xz} = -\frac{2 \cdot z^2}{\pi} \int_{-b}^a \frac{p(s) \cdot (x-s) \cdot ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} - \frac{2 \cdot z}{\pi} \int_{-b}^a \frac{q(s) \cdot (x-s)^2 \cdot ds}{\{(x-s)^2 + z^2\}^2} \end{cases}$$

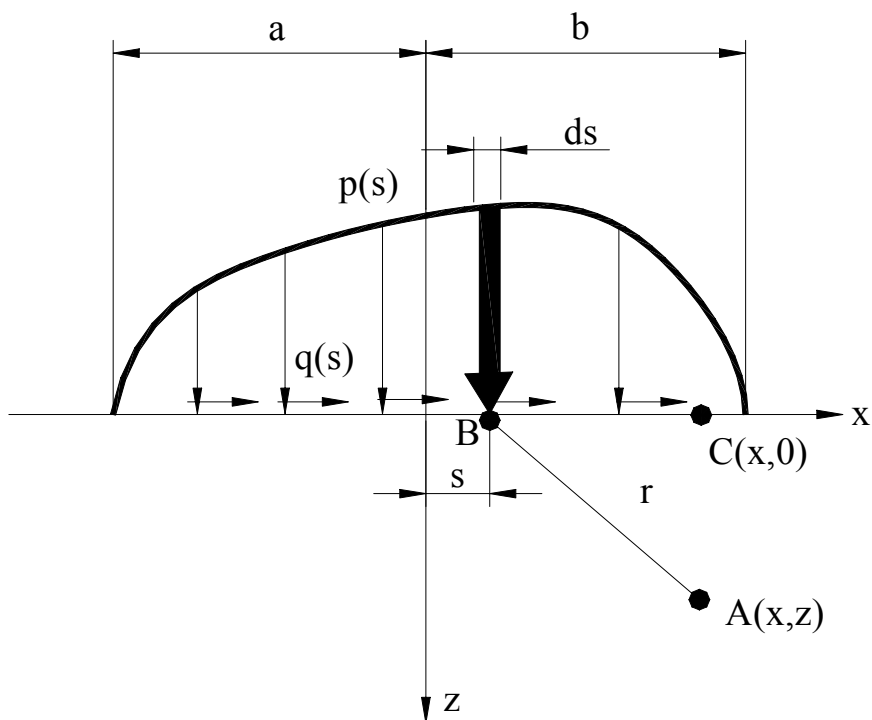


Fig. A6.1. Secțiune a domeniului de contact încărcată cu sarcină normală și sarcină tangențială distribuită

În cazul contactului dintre o rolă și o cale de rulare distribuția sarcinii normale de contact este determinată prin utilizarea relațiilor 4.10. Vitezele de alunecare și a sarcina normală la contact produc forțe de tangențiale distribuite în sensul direcției de rostogolire. Forțele tangențiale sunt funcții de parametrul de ungere λ . Pentru contactul hertzian punctual și pentru cazul general al contactului neherzian nu există rezolvări teoretice, fiind necesare analize numerice (Crețu Sp. [2002a, 2002b], Polonsky I.A, Keer L., M [1999, 2000], Liu S, Wang Q [2002]).

Pentru analiza stării de tensiuni în cazul contactului liniar a fost realizat un cod de calcul în limbajul Borland Delphi care transferă date către programul Math Cad. În figurile A6.2 – A6.3 se prezintă

efectul forței de frecare asupra modificării tensiunii echivalente Von – Misses , Johnson [1985], pentru două valori diferite ale coeficientului de frecare. Graficele prezentate corespund încărcării statice și respectiv funcționării rulmentului.

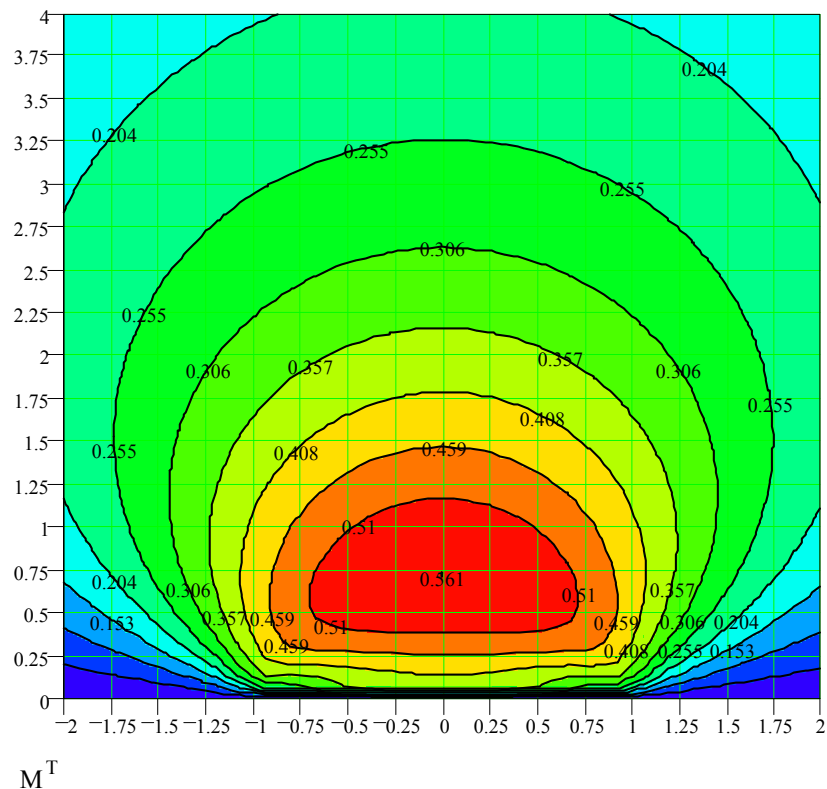


Fig. A.6.2. Evoluția tensiunii echivalente Von – Misses pentru cazul încărcării statice, $\mu=0$ sau $\lambda>3$

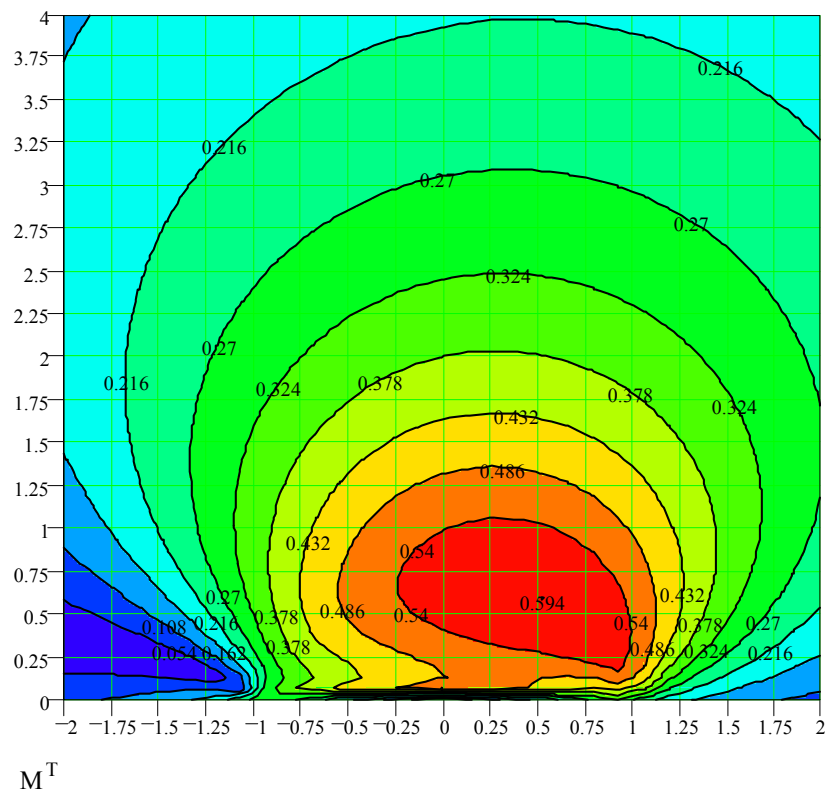


Fig. A.6.3. Evoluția tensiunii echivalente Von – Misses pentru cazul încărcării statice, $\mu=0.2$ sau $\lambda<0.5$

BIBLIOGRAFIE

1. Aihara S, - (1987) - „A new running Torque formula for tapered roller bearings under axial load”, Journal of Tribology, July 1987, vol 109, pp.471-478
2. Akiyoshi Honda, Akio Miyasaka and Masahide Matsubara – (2000) – “EA Spherical Roller Bearings”, Motion & Control No. 9, October
3. Aramaki, H., Cheng, S.H., Chung Y. W, - (1993) - „The contact between rough surfaces with longitudinal texture – Part I: Average Contact Pressure and Real Contact Area”, Journal of Tribology, vol 115 p. 419-424
4. Bair S. & Winer W.O., -(1979)-“Rheological Response of Lubricants in EHD Contacts,” in Elasto-hydrodynamics and Related Topics, Proceedings of 5th Leeds-Lyon Symposium on Tribology, Leeds, UK, 1978, Dowson et al. ed., Mechanical Engineering Publication Ltd, London, pp.162-169.
5. Bair S. & Winer W.O.,-(1979)-“Shear Strength Measurements of Lubricants at High Pressure,” ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 101, Series F, n^o3 , pp.251-257.
6. Barus C,- (1893) - „Isotherms, Isopiestic and Isometrics to Relative Viscosity”, Am. J.Sci, p.87-96, Vol 45
7. Bercea, I,- (1996) - „Contributii privind optimizarea cinematicii si dinamicii rulmentilor radial-axiali cu role conice”, Teza de doctorat, U.T. Iasi
8. Bercea I, Olaru D, - (1998) - „Tribologia sistemelor mecanice”, Iasi
9. Bercea I,- (2002) - „Basic Elements and Current Trends in Tapered Roller Bearings Tribology”, Ed. Tehnopress, Iasi
10. Boness R.J.,-(1970)- “The Effect of Oil Supply on Cage and Roller Motion in a Lubricated Roller Bearing,” ASME Journal of Lubrication Technology, Paper 69-LUB 8-73, Vol. 92, Series F, n^o1, pp.39-53.
11. Brandlein, J., Markfelder, G., Volkening, W, -(1980)- „Moderne Entwienklug bei Pendelrollerlagern”, Antriebstechnik, no.4
12. Brown S.R. & Poon S.V., -(1983) -“The Lubrication of the Roller-Rib Contacts of a Radial Cylindrical Roller Bearing Carrying Thrust Load,” ASLE Transaction, Vol. 26, n^o3 , pp.317-324.
13. Buzdugan Gh., Belș A, s.a -(1991) – „Rezistența materialelor. Aplicații”, Ed. Academiei Române, București
14. Coe H.H, Hamrock B.J., -(1977) – „Performance of 75 millimetr bore arched outer-race ball bearings”, Trans of ASME, july, p.346-353
15. Crețu Sp., Bodi Gh., Farcaș FL -(1986)- „The Improvement of Lubrication Conditions of the Rib-Roller End Contact of Cylindrical Roller-Bearings of the Basis of the Elasto-hydrodynamic Theory”, Bul. IPI, Fasc.1-4, Tomul XXXII (XXXVI) , 23-28
16. Crețu Sp., -(1989)- „” Lubrication Regimes at the Rib-Roller End Contact of Cylindrical Roller Bearings”, Bul. IPI, Tomul XXXV (XXXIX), Fasc. 3-4, p.19-30
17. Crețu Sp, Bercea I, Mitu N, - (1995) -,“A dynamic analysis of tapered roller bearing under fully flooded conditions. Part 1: Theoretical Formulation”, Wear, p.1-10
18. Crețu Sp., -(1996) -,“Initial Plastic Deformation of Cylindrical Roller Generatrix Stress Distribution Analysis”, Acta Tribologica, vol 4, p.1-6
19. Crețu Sp, Bercea I, Bercea M, Rezmires D,-(1997) - „Theoretical an experimental simulating roller cage pocket friction in a tapered roller bearings”, Proceeding of the 11th Int. Colloquium Tribology, Stuttgart (Germany), January 13-15, p.663-643
20. Crețu S., Prisacaru G., Bercea I. , Mitu N.,-(1998)- “The Effect of Rib-Roller End Contact Geometry on Friction Torque in a Cylindrical Roller Bearings,” 11th International Colloquium on Tribology, Esslingen (Germany), January 13-15, pp.617-631.
21. Crețu Sp, D. Rezmires, I. Bercea -(1999)- „The effect of the different combined loads on the surface and subsurface stresses in a tapered roller bearing”, Balcantrib’99, Sinaia, p.63-69
22. Crețu Sp.,-(2002a) - „Mecanica Contactului”, Editura Gh Asachi Iași
23. Crețu Sp., Antaluca E.- (2002b) - „A comparative study on numerical methods used to obtain pressure distribution in non – hertzian concentrated contacts”, PRASIC 2002, Brasov
24. Dag Fritzon, Peter Fritzon, Lars V. Johan H. -(1995) – „Object-Oriented Method Mathematical Modelling – Applied ot Rolling Bearings”, -Computer Algebra in Industry 2 Edited by A.M. Cohen L. Van Gastel and S.M. Verduyn Lunel, (c) 1995 John Willey & Soons Ltd
25. Dusserre-Telmon G. & Nélias D.,-(1994)- “Roulements a billes lubrifié s : Contrô le partagé de la bille entre la bague intérieure et la bague extérieure”, Revue Française de Mé canique, n^o2, pp.155-165.
26. Dowson, D., Higginson, G. R.,- (1961) - “New Roller-Bearing Lubrication, Formula,” Engineering (London), 192, pp 158-159.

27. Dowson, D. Higginson G.,- (1966) - "Elastohydrodynamic Lubrication," Pergamon Press.
28. Dowson, D, Wittaker, D.A,- (1976) - „A numerical procedure for the solution of the EHD problem of rolling and sliding contacts lubricated by a newtonian fluid”, Proc IME, vol 180
29. Dowson D, Dunn J, sa,- (1983) - „The piezo-viscous fluid, rigid solid regime of lubrication”, Mechanical Engineering Science, 197, p. 43-52
30. Dowson, D,- (1995) - „Elastohydrodynamic and Micro-elastohydrodynamic lubrication”, Wear, 190, p. 125-138.
31. Elsharkawy A.A. & Hamrock B.J.,-(1991)- “Subsurface Stresses in Micro-EHL Line Contacts,” ASME Journal of Tribology, Vol. 113, n°3 pp.645-656.
32. Evans C., Johnson KL,- (1986a) - „The rheological properties of elastohydrodynamic lubricants”, IMCH, vol 200, p.303-312
33. Evans C., Johnson KL,- (1986b) - „Regimes of traction in elastohydrodynamic lubrication”, IMCH, vol 200, p.313-324
34. Fabien B., Karl D., Ying Q., André P.,- (2002) - „Mise en oeuvre d’une méthodologie numérique dans le cadre du suivi de défauts par analyse vibratoire”, Mécanique & Industries p. 79–87
35. Frene J. Nicolas D, Degueurce B, Berthe D., Godet M,- (1990) - „Lubrification hydrodynamique. Palier et Butéés”. Ed. Eyrolles, Paris, 488p
36. Gafitanu M, Nastase D, Cretu Sp, Olaru D,- (1985) - „Rulmenti. Proiectare si tehnologie”, vol 1, Ed Tehnica, Bucuresti
37. Gecim B. & Winer W.O., -(1980)- “Lubricant Limiting Shear Stress Effect on EHD Film Thickness,” ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 102, Series F, n°2 pp.213-219.
38. Gentle C.R. & Pasdari M.,-(1985)-“Measurement of Cage and Pocket Friction in a Ball Bearing for Use in a Simulation Program,” ASLE Transactions, Vol. 28, n°4 „ pp.536-541.
39. Greenwood, J.A,- (1985) - „Formulas for moderately elliptical Hertzian contacts”, ASME J. Tribol, 107, 501-504
40. Gupta K,- (1979a) - „Dynamics of rolling element bearings, Part I: Cylindrical roller bearing analysis”, Transactions of the ASME, vol.101, p.293-304
41. Gupta K,- (1979b) - „Dynamics of rolling element bearings, Part II: Cylindrical roller bearing results”, Transactions of the ASME, vol.101, p.305-311
42. Gupta K,- (1979c) - „Dynamics of rolling element bearings, Part III: Ball bearing analysis”, Transactions of the ASME, vol.101, p.312-318
43. Gupta K,- (1979d) - „Dynamics of rolling element bearings, Part IV: Ball bearing results”, Transactions of the ASME, vol.101, p.319-326
44. Gupta K,- (1991) - „Modeling of instabilities induced by cage clearances in ball bearings”, Tribology Transactions, vol. 34, 1, p.93-99
45. Gupta, K,- (1983) - „Some Dynamic Effects in High-Speed Solid-Lubricated Ball Bearings”, ASLE Transactions, vol 26, 3, p.393-400
46. Hamrock B.J., Anderson W.J., - (1973) - „Analysis of an Arched Outer-Race Ball Bearing Considering Centrifugal Forces”, Journal of Lubrication Technology, july, p. 265-276
47. Hamrock B.J, - (1975)- „Ball Motion and Sliding Friction in an Arched Outer Race Ball Bearing”, Trans of ASME, april, p.202-210
48. Hamrock, B. J. and Dowson, D.,- (1976,a) - “Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part I—Theoretical Formulation,” ASME Jour of Lubr. Tech., 98, pp 223-229.
49. Hamrock, B. J. and Dowson, D.,- (1977,a) - “Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part 4—Starvation Results”, ASME Jour. of Lubr. Tech., 99, pp 15-23
50. Hamrock, B. J. and Dowson, D. ,- (1976,b) - “Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part 2—Ellipticity Parameter Results,” ASME Jour. of Lubr. Tech., 98, pp 375-383.
51. Hamrock, B. J. and Dowson, D.,- (1977,b) - “Isothermal Elastohydrodynamic Lubrication of Point Contacts, Part 3—Fully Flooded Results,” ASME Jour. of Lubr. Tech., 99, pp 264-276.
52. Hamrock B.J, Brewe D.E,- (1983a) - „Simplified solutions for elliptical contact deformations”, ASME J. Lub Technol, 105, 171-174
53. Hamrock, B.J., Tripp, J.H., - (1983b) – „Numerical Methods and Computer Used in Elastohydrodynamic Lubrication”, Proc. of the 10th Leeds-Lyon Symposium, Lyon
54. Hargreaves, R.A., Higginson, G.R, -(1976) – Some Effects on Lubricant Starvation in Cylindrical Roller Bearings”, Trans. of the ASME, JTL, vol. 98, january, p. 66-72
55. Harris T.A.,- (1966) - „Rolling bearing analysis”, 1th edition
56. Harris T.A.,- (1971)- “An Analytical Method to Predict Skidding in Thrust-Loaded, Angular Contact Ball Bearings,” ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 93, Series F, n°1 pp.17-24.
57. Harris T.A.,- (1983) - „Rolling bearing analysis”, 2nd edition
58. Harris T.A.,- (1991) - „Rolling bearing analysis”, 3rd edition, 1013p

59. Harris T.A., Kotzalas M.N. & Yu W.K., -(1998)- "On the Causes and Effects of Roller Skewing in Cylindrical Roller Bearings," STLE Tribology Transactions, Vol. 41, n^o4, pp.572-578.
60. Hauswald T, Houpert L,- (1998, a) - „Simulation numerique et experimentale des performances d'un systeme roulements, arbres et logement. Prise en compte des deformations globales et locales". , Timken Research Europe, Colmar, France
61. Hauswald T,- (1998, b) - „Comparation de roulements 4 rangees a ecombement egal", Timken Research Europe, Colmar, France
62. Houpert L,- (1980) - „Contribution a l'etude de frottement dans un contact EHD", These de Docteur, Lyon
63. Houpert L, Leenders P., -(1984)- „A Study of Mixed Lubrication Conditions in Modern Deep Groove Ball Bearings", Proc of the 11th Leeds/Lyon Symposium
64. Houpert L,- (1985,a) - „Fast Numerical Calculations of EHD Sliding Traction Forces; Application to the Rolling Bearings", Transaction of the ASME, vol 107, p.234-240, april
65. Houpert L,- (1985, b) - „New Results of Traction Force Calculations in Elastohydrodynamic Contacts", Journal of Tribology, vol 107, p.241-248, apr
66. Houpert L,- (1987) - „Piezoviscous-Rigid Rolling and Sliding Traction Forces, Application: The Rolling Element – Cage Pocket Contact", Transaction of the ASME, vol 109, p.363-371
67. Houpert, L, - (1997) - „Le calcul des roulements, engrenages et carter par elements finis", Congres SIA, „La dynamique du Vehicule Ferroviare et Terrestre", Lyon,
68. Houpert L,- (1998) - „Numerical and experimental study of the shaft and housing deflections, and of the relative gear displacements in a transmission", Timken Research Europe, Colmar, France,
69. Houpert, L,- (2001) - „An engineering approach to Non Hertzian contact elasticity: Part 1. Part 2". ASME Journal of Trigology, vol 123, pp.582-594
70. Hu, D. and Zhu, D.- (2000) - "A Full Numerical Solution to the Mixed Lubrication in Point Contacts," ASME Jour. of Trib., 122, pp 1-9.
71. J. de Mul, Vree, J.M, Mass D.A,- (1989, A) - „Equilibrium and Associated Load Distribution in Ball and Roller Bearings Loaded in Five Degrees of Freedom While Neglecting Friction – Part I: General Theory and Application to Ball Bearings", Transaction of the ASME, vol 111, p. 142-148, jan
72. J. de Mul, Vree, J.M, Mass D.A,- (1989, B) - „Equilibrium and Associated Load Distribution in Ball and Roller Bearings Loaded in Five Degrees of Freedom While Neglecting Friction – Part II: Application to Roller Bearings and Experimental Verification", Transaction of the ASME, vol 111, p. 149-155, jan
73. Jackson A,- (1981) - „A simple method for determining thermal EHL corection factor for rolling element bearings and gears", ASLE Transactions, vol 24(2), p.19-163
74. Johnson, K.L., -(1970)– „Regimes of elastohydrodynamic lubrication", Journal of Mechanical Engineering Science, 12, 9, [335]
75. Johnson K.L,- (1985) - „Contact Mechanics", Cambridge University Press
76. Johnson, K.L, Greenwood J.A., -(1980)- „Thermal Analysis of an Eyring Fluid ElastohydrodynamicTraction", Wear, vol 61, p.353-374
77. Kleckner, R.J., Pirvics, J -(1982) – „Spherical Roller Bearing Analysis", Journal of Lubrication Technology, 104, p. 99-108
78. Kellstrom, E.M – (1979) – „Rolling Contact Guidance of Rollers in Spherical Roller Bearings" presented at Joint ASME/ASLE Lubrication Conference, Dayton, Ohio, ASME Paper 79-Lub-23
79. Kawamura, H., Touma, K,- (1990) - „Motion of Unbalanced Balls in High-Speed Angular Contact Ball Bearings", Journal of Tribology, vol 112, p.105-110
80. Krweminski-Freda, Warda, B,- (1996) - „Correction of the roller generators in spherical roller bearings", Technical University of Lodz, Poland, WEAR, 192, 29-39
81. Legrand E,- (1997) - „Logiciel RBL4. Modelisation des roulements a billes a contact oblique". Specification technique. Snecma Moteurs.
82. Lefter, D., -(1994a)- Studiu de sinteză asupra stadiului actual al cercetărilor teoretice și experimentale privind creșterea performanțelor rulmenților oscilanți cu role butoi pe două rânduri, Referat 1 la teza de doctorat, Contribuții la creșterea performanțelor funcționale ale rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri, Iași, 1994
83. Lefter, D.,-(1994b)- Cercetari teoretice preliminare si solutii constructive noi pentru cresterea performantelor functionale al rulmentilor radial oscilanti cu role butoi pe doua rânduri. Stand si metodica de testare. Rezultate experimentale preliminare. Referat 2 la teza de doctorat, Contributii la cresterea performantelor functionale ale rulmentilor radial oscilanti cu role butoi pe doua rânduri, Iasi, 1994
84. Lefter, D., -(1999a)- Contribuții la creșterea performanțelor funcționale ale rulmenților radial oscilanți cu role butoi pe două rânduri, Teză de doctorat
85. Lefter, D., Rezmires D., Cretu, Sp.- (1999b) – „The hollow rollers use – a solution to improve the bearing's themal regime", Balckantrib, Snaia, p.31-36

86. Liu S., Wang Q., - (2002) – „Studying Contacts Stress Fields Caused by Surface Traction with a Discrete Convolution and Fast Fourier Transform Algorithm”, *Trans of the ASME, Journal of Tribology*, vol 124, pp.36-45
87. Matsuyama H, Kamamoto S,- (2001) - „Analysis of Frictional Torque in Raceway Contacts of Tapered Roller Bearings”, *Koyo Engineering Journal English Edition*, No. 159E, p.53-60
88. Mangeron, D., Irimescu, N., -(1978)- „Mecanica rigidelor cu aplicații în inginerie, vol.I: Mecanica rigidului”, Ed. Tehnic, București, 1978
89. Meeks, C.R, Karen O.N.G - (1984a) – „The Dynamics of Ball Separators in Ball Bearings - Part I; Analysis”, *ASLE Transactions*, vol. 28,3, 277-287
90. Meeks, C.R, Karen O.N.G -(1984b)- „The Dynamics of Ball Separators in Ball Bearings - Part II; Results of Optimization Study”, *ASLE Transactions*, vol. 28,3, 288-294
91. Molina, M., Sanborn D, Winer O,- (1976) - „Dynamics of Roller Bearings Considering Elastohydrodynamic Forces”, *ASLE Transactions*, vol 19, 4, p.267-272
92. Naronha, A.P., -(1990)- „Calculated simulation of the operating behaviour of spherical roller bearings”, *Industrial Engineering (FAG)*, p.11-18
93. Nelias D., - (1994) – Roulements a bille lubrifiés: Contrôle partage de la bille entre la bague intérieure et la bague extérieure”, - *Bulletin S.F.M, Revue Française de Mécanique*, no-1994-2
94. Nelias D.,- (1989) - „Etude du glissement dans les roulements a billes grande vitesses de turbomachine. – Influence de la pollution du lubrifiant.”, PhD These.
95. Nelias D.,- (1999) - „Contribution a l'étude des roulements. Modélisation globale des roulements et avaries superficielles dans les contacts EHD pour des surfaces réelles ou indentées”. HdR, INSA de Lyon,
96. Nelias D., Legrand E,- (2001) - „Traction Behaviour of Some Lubricants Used for Rolling Bearings in Spacecraft Applications: Experiments and Thermal Model Based on Primary Laboratory Data”, *STLE/ASME*, oct
97. Nijenhuis G., Venner C.H. & Moes H., -(1994)- “Film Thickness in Elastohydrodynamically Lubricated Elliptical Contacts,” *Wear*, Vol. 176, pp.217-229.
98. Olaru D,- (1992) - „Cercetări pentru creșterea duratei de viață la rulmenții radiali și radial-axiali cu bile”, Teză de doctorat, Iași
99. Olaru D,- (1995) - „Tribologie. Elemente de bază asupra frecării, uzării și ungerii”, curs litografiat, IPI
100. Olaru D,- (2002) - „Fundamente de lubrificație”, Ed. "Gh. Asachi", Iasi,
101. Orvos, G.J. Dressler -(1987)- „Development of 3.5. Million Tapered Roller Bearing Cage”, *ASLE TRANSACTIONS*, vol. 23, 109-120
102. Paleu V., - (2002) – „Cercetări teoretice și experimentale privind dinamica și fiabilitatea rulmenților hibridi”, Teză de doctorat.
103. Polonsky I. A., Keer L.M., - (1999) – „A numerical method for solving contact problems based on the multilevel multisummation and conjugate gradient techniques”, *WEAR*, 231, pp.206-219
104. Polonsky I. A., Keer L.M., - (2000) – „Fast methods for solving rough contact problems: a comparative study”, *Trans of the ASME, Journal of Tribology*, vol 122, pp. 36-41
105. Popinceanu N., Gafițanu M., Năstase, H., Diaconescu, E., Crețu Sp., -(1972) – „A study of of roling bearing fatigue life with mineral oil lubrication”, *Wear*, 222 , p.21
106. Popinceanu, N., Gafițanu, M., Crețu Sp., Diaconescu, E., Hostiuc, L., -(1977)- „Rolling bearing fatigue life and EHL Theory”, *Wear*, 45, p.17-32.
107. Popinceanu, N., Gafițanu M., Diaconescu, E., Crețu S., -(1985)- „Probleme fundamentale ale contactului cu rostogolire”, Ed. Tehnic, București, 1985
108. Poplawski J.V., -(1972)-“Slip and Cage Forces in a High-Speed Roller Bearing,” *ASME Journal of Lubrication Technology*, Paper 71-LUB-17, Vol. 94, Series F, n^o2, pp.143-152.
109. Prisacaru G., Cretu S., Nelias D. & Slevoaca G., -(1999)- “Roulements a rouleaux cylindriques a capacité de charge axiale,” *Actes des Journées Francophones Internationales 1999 de la STF, Roulements, Toulouse, 5-7 mai*
110. Prisacaru Gh,- (1997) - „Studiu și cercetări privind optimizarea geometriei interne a rulmenților radiali cu role cilindrice cu încărcare complexă”, Teza de doctorat, Iasi,
111. Prisacaru G., Bercea I., Mitu N. & Cretu S., -(1994)-“The Analysis of the Quasi-Dynamic Equilibrium in Cylindrical Roller Bearing.” *Proceedings of the 6th Nordic Symposium on Tribology NORDTRIB'94, Uppsala (Sweden)*, Vol. 3, pp.721-731.
112. Răcocea C, Cretu Sp -(1980) – „Optimizarea formei rulmenților radial oscilanti cu role butoi din punct de vedere al capacității dinamice de bază”, *Tribotehnica* 80, Hunedoara
113. Răcocea C., - (1981)- „Cercetări privind dinamica și forma constructivă a rulmenților radial oscilanti cu role butoi pe două randuri în scopul măririi capacității dinamice de bază”, Teza de doctorat, Iasi
114. Ree T. & Eyring H., -(1955)- “Theory of Non-Newtonian Flow. Part I- Solid Plastic System,” *Journal of Applied Physique*, Vol. 26 , pp.793-800.

115. Reviron O., Nélias D. & Legrand E., -(1999)- "Modélisation dynamique des roulements à rouleaux cylindriques : évaluation des efforts rouleaux/cage en vue d'optimiser le dimensionnement des cages," Actes des Journées Francophones Internationales 1999 de la STF, Roulements, Toulouse, 5-7 mai
116. Roelands C.J.A.,-(1966) - "Correlation Aspects of Viscosity-Temperature-Relationship of Lubricating Oils," Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands
117. Rezmires D., Bercea I, Cretu Sp, Olaru D,- (2001,a) -, "Load Distribution in Double Row Spherical Roller Bearings and Spherical Roller Bearings Systems in Static Case", VAREHD 10, Suceava
118. Rezmires D., Bercea I, Cretu Sp, Olaru D,- (2001,b) -, "The Radial and Axial Stiffnesses of Spherical Roller Bearing Systems", VAREHD 10, Suceava
119. Rezmires D., Racocea C., - (2002)- "The tolerance field effect on the angular contact ball bearings system's rating life", The Annals of University „Dunărea de jos” of Galați, Fasc. VII, 2002, ISSN 12221-4590, p.80-86
120. Rumbarger J, s.a,- (1973) - „Gas Turbine Engine Mainshaft Roller Bearing – System Analysis”, J. of Lubrication Technology, p.401-413
121. Staicu S., Dumbrava M., Mazilu I, -(1985)- „Sisteme hidrostactice portante”, Ed. Tehnică București
122. Stirbu C,- (1998) - „Cercetări cu privire la realizarea rulmenților cu role butoi de înaltă turație în construcții perfecționate pentru vehicule feroviare”, Teză de doctorat, U.T. Iasi
123. Tevaarwerk J.L. & Johnson K.L.,-(1979)- "The Influence of Fluid Rheology on the Performance of Traction Drives," ASME Journal of Lubrication Technology, Vol. 101, Series F, n°3 , pp.266-274
124. Touma K., Kawamura H. & Kawakita K., -(1985)- "Ball Motion in High-Speed Angular Contact Ball Bearings," Proceedings of the JSLE International Tribology Conference, Tokyo, Japan, July 8-10, pp.585-590.
125. Valeriu I,- (1996) - „Programare numerică”, Ed. Teora
126. xxx- (1990)- „Algor, Modeling for Finite element Analysis”, June, vol. 2
127. xxx,- (1989) - „FAG, Standard Programme”, Catalogue 41510 EA.
128. xxx,- (1989) - „SKF, General Catalogue”, 4000/IE
129. xxx,- (1989) - „URB, Catalog general de rulmenți”, Nr. 7193.
130. Yasutomi S., Bair S., Winer W.O.,-(1984) - "An Application of a Free Volume Model to Lubricant Rheology I – Dependence of Viscosity on Temperature and Pressure," ASME Journal of Tribology, Vol. 106, n°2 , pp.291-303
131. Zhou, D., Cheng S,- (1988) - „Effect of Surface Roughness on the Point Contact EHL”, Transactions of the ASME, vol 110, p.32-37
132. Zhou R.S. & Hoepflich M.R., -(1991)-"Torque of Tapered Roller Bearings," ASME Journal of Tribology, Vol. 113, n°3 , pp.590-597.
133. Zhu, D.,-(2002) - "Elastohydrodynamic Lubrication in Extended Parameter Ranges, Part I, II—Speed Effect," Trib. Trans
134. Zhu, D. and Hu, Y. Z,- (1999) - "The Study of Transition from Full Film Elastohydrodynamic to Mixed and Boundary Lubrication," in Proc. of 1999 STLE/ASME, H. S. Cheng Trib. Surveillance, pp 150-156.
135. Zhu, D. and Hu, Y. Z.,-(2001) - "Effects of Rough Surface Topography and Orientation on the Characteristics of EHD and Mixed Lubrication in Both Circular and Elliptical Contacts," Trib. Trans., 44, pp 391-398.
136. Warda B., -(1990)-"Modelling of the Pressure Distributions Between Roller End-Flange Contacts of NJ Type of Cylindrical Roller Bearing," Mechanika, Vol. 9, n°2, pp.121-129.

Lucrări trimise și acceptate pentru publicare în revista „Buletin U.T. Iasi”:

137. Rezmires D, „Fast numerical solutions to Hertzian and non Hertzian contact elasticity, Part II – The approximation of Non-Hertzian contact parameters”
138. Rezmires D, „Fast numerical solutions to Hertzian and non Hertzian contact elasticity, Part I – Hertzian contact analysis case”
139. Rezmires D, „The Rigidity Matrix Rolling Bearings Systems”
140. Rezmires D, „The Kinematic and Dynamic Effects on Double Row Spherical Ball Bearings and Double Row Spherical Roller Bearings Systems. Part I. Load Distribution on Double Row Spherical Ball Bearings”
141. Rezmires D, „The Angular Phase Difference Effect in Spherical Roller Bearings and Spherical Ball Bearings, Considering only Point Contact Type”
142. Rezmires D, „The Kinematic and Dynamic Effects on Double Row Spherical Ball Bearings and Double Row Spherical Roller Bearings Systems. Part II. Load Distribution on Double Row Spherical Ball Bearings Systems”
143. Rezmires D, „The Ball Displacement in Angular Contact Ball Bearings for Static Loading – Analytical Relations”